

А. А. Ларин

ОЧЕРКИ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«Харьковский политехнический институт»

А. А. Ларин

**ОЧЕРКИ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ
МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ**

Монография

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЕБЕР»
Севастополь 2013

УДК 534 (09)

ББК 22.213г

Л25

Печатается по решению ученого совета Национального технического университета «ХПИ», протокол № 7 от 06.07. 2012 г.

Рецензенты: *А. Н. Корниенко*, д-р ист. наук (Институт электросварки НАН Украины)
Ю. С. Воробьев, д-р техн. наук, проф. (Институт проблем машиностроения НАН Украины)
Д. В. Бреславский, д-р техн. наук, проф. (Национальный технический университет «ХПИ»)

Монографія присвячена історії розвитку теорії механічних коливань, вкладу в неї українських вчених, а також впливу її досягнень на двигуно- і турбобудування.

Призначено для наукових співробітників, аспірантів, студентів та усіх тих, хто цікавиться історією розвитку науки и техніки.

Ларин А. А.

Л25 Очерки истории развития теории механических колебаний. – Севастополь: Вебер, 2013. – 403 с.

ISBN 978-966-335-391-3

Монография посвящена истории развития теории механических колебаний, вкладу в нее украинских ученых, а также влиянию ее достижений на двигателе- и турбостроение.

Предназначена для научных сотрудников, аспирантов, студентов и всех тех, кто интересуется историей развития науки и техники.

УДК 534 (09)

ББК 22.213г

ISBN 978-966-335-391-3

© НТУ «ХПИ», 2013

© А. А. Ларин, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

Список условных сокращений.....	5
Введение	7

Глава 1. Становление теории механических колебаний (конец XVI века – начало XX века)

1.1. Теория механических колебаний и ее роль в развитии физико-математических наук и техники	10
1.2. Первые задачи теории колебаний и математической физики	19
1.3. Аналитическая механика Лагранжа – основа теории малых колебаний дискретных систем	33
1.4. Развитие теории колебаний непрерывных систем	42
1.5. Развитие методов решения нелинейных дифференциальных уравнений	51
1.6. Теория устойчивости равновесия и движения	63

Глава 2. Формирование теории механических колебаний как самостоятельной прикладной науки (1900–1960-е гг.)

2.1. Техника и теория колебаний на рубеже XX века	78
2.2. Задача о расчете крутильных колебаний	95
2.3. Вибрации судовых корпусов – одна из первых задач прикладной теории колебаний	112

Глава 3. Научные школы Украины в области теории колебаний (1930–1980-е гг.)	137
3.1. Зарождение научных школ Украины в области теории колебаний	137
3.2. Развитие динамической прочности учеными Института строительной механики АН УССР в 1930–1940-е гг.	152
3.3. Школа нелинейной механики Крылова – Боголюбова – Митропольского	164
3.4. Колебания с учетом рассеяния энергии в материале. Основание школы Г. С. Писаренко	176
3.5. Развитие Харьковской школы теории колебаний. Задачи динамики и прочности в турбостроении	191
3.6. Численные методы расчетов и применение ЭВМ	203
3.7. Теория нестационарных колебаний	220
Глава 4. Методы расчета колебаний систем с двигателями внутреннего сгорания	232
4.1. Проблемы вибраций ДВС	232
4.2. Крутильные колебания валопроводов	241
4.3. Применение корректирующих устройств для борьбы с крутильными колебаниями	259
4.4. Развитие методов динамических расчетов коленчатых валов	272
Глава 5. Вклад украинских ученых в исследование динамики систем с двигателями внутреннего сгорания	282
5.1. Исследование вибраций авиамоторов в 1930–1940-е годы	282
5.2. Дизелестроение на ХПЗ и создание первого в мире танкового дизеля В-2	312
5.3. Исследования колебаний тепловозных дизелей в ХПИ в 1960-е годы	328
5.4. Создание танковых дизелей серии ТД	353
Приложения:	370
Алфавитный указатель имен	370
Список литературы	375

СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АВМ	– аналоговая вычислительная машина;
АН	– академия наук;
АЧХ	– амплитудно-частотная характеристика;
БМП	– боевая машина пехоты;
БТР	– бронетранспортер;
ВВС	– военно-воздушные силы;
ВКП(б)	– Всесоюзная коммунистическая партия (большевиков);
ВНИТИ	– Всесоюзный научно-исследовательский тепловозный институт;
ВНИТОМАШ	– Всесоюзное научное инженерно-техническое общество машиностроителей;
ВСНХ	– Всесоюзный Совет народного хозяйства;
ВТИ	– Всесоюзный теплотехнический институт;
ГВФ	– гражданский воздушный флот;
ДВС	– двигатель внутреннего сгорания;
ДГИ	– Днепропетровский горный институт;
ДГЭС	– Днепровская гидроэлектростанция;
ДИИТ	– Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта;
ДПМ	– динамика и прочность машин;
ИЧХ	– импульсно-частотная характеристика;
ИМА	– Институт машиноведения и автоматики;
ИПМаш	– Институт проблем машиностроения;
ИПП	– Институт проблем прочности;
КБ	– конструкторское бюро;
КПД	– коэффициент полезного действия;
КПП	– коробка перемены передач;
КПСС	– Коммунистическая партия Советского Союза;
КП(б)У	– коммунистическая партия (большевиков) Украины;

КПИ	– Киевский политехнический институт;
КШМ	– кривошипно-шатунный механизм;
ЛТЗ	– Луганский тепловозостроительный завод;
МВИ	– межведомственные испытания;
МДЖ	– метод динамических жесткостей;
МКЭ	– метод конечных элементов;
МНК	– метод Ньютона – Канторовича;
МТО	– моторно-трансмиссионное отделение;
НДС	– напряженно-деформированное состояние;
НИИ	– научно-исследовательский институт;
НИИ ВВС КА	– Научно-испытательный институт военно-воздушных сил Красной Армии;
НКАП	– Народный комиссариат авиационной промышленности;
НКПС	– Народный комиссариат путей сообщения;
НТР	– научно-техническая революция;
НТУ «ХПИ»	– Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»;
ОКБ	– опытно-конструкторское бюро;
РАН	– Российская академия наук;
РККА	– Рабоче-крестьянская Красная Армия;
САВ	– система аналитических вычислений;
СКА	– система компьютерной алгебры;
ТЭД	– тяговый электродвигатель;
УНИАДИ	– Украинский научно-исследовательский авиадизельный институт;
ХЗТМ	– Харьковский завод транспортного машиностроения;
ХКБД	– Харьковское конструкторское бюро по дизелестроению;
ХКБМ	– Харьковское конструкторское бюро по машиностроению;
ХММИ	– Харьковский механико-машиностроительный институт;
ХПЗ	– Харьковский паровозостроительный завод;
ХПИ	– Харьковский политехнический институт;
ХПТИ	– Харьковский практический технологический институт;
ХТИ	– Харьковский технологический институт;
ХТГЗ	– Харьковский турбогенераторный завод;
ЦАГИ	– Центральный аэрогидродинамический институт;
ЦИАМ	– Центральный институт авиационного моторостроения;
ЦНИИМаш	– Центральный научно-исследовательский институт машиностроения;
ЦК	– Центральный комитет.

ВВЕДЕНИЕ

Колебаниями называется движение или изменение состояния, обладающее той или иной степенью повторяемости. Колебания встречаются не только в технике, но и в природе, и в обществе, словом, во всех явлениях, поскольку всему присуще движение. Несмотря на разнообразие изучаемых объектов, явлений и методов их исследования, зачастую заимствованных из других наук, теория колебаний является самостоятельной наукой, имеющей общие модели и методы исследований. Она связана с наиболее сложным математическим аппаратом. Особое место в ней занимают механические колебания, именно к области механики относятся первые исследования колебаний. Вот что писал по поводу прикладной теории колебаний один из ее основоположников С. П. Тимошенко еще в начале 1950-х гг.: «Современное машиностроение часто ставит проблемы, приводящие к исследованию напряжений, причиной которых являются динамические факторы. Такие проблемы, как крутильные колебания валов, вибрации турбинных лопаток и дисков, критические скорости вращающихся валов, колебания железнодорожных рельсов и мостов под катящимися нагрузками, колебания фундаментов, могут быть вполне поняты лишь в свете общей теории колебаний» [312, с. 500]. Развитие техники привело к возрастанию роли теории колебаний. Уже к концу 1950-х гг. 80 % поломок машин и сооружений происходило вследствие их повышенных вибраций [53, с. 10; 336, с. 9]. Колебания также оказывают вредное воздействие на людей,

связанных с эксплуатацией техники, поэтому их изучение имеет не только техническое, но и большое социальное значение.

Несмотря на важность колебательных процессов в технике и самой теории колебаний в развитии науки, а также на огромное количество работ в этой области, на множество научных школ и направлений, история развития этой отрасли механики изучена недостаточно. Имеющиеся главы в общей истории механики, в которых рассматривается развитие теории колебаний, носит характер поверхностных обзоров, где главным образом перечислены достижения отдельных школ и ученых [139; 140; 141; 215; 218–220; 270–271]. Что касается общего развития теории механических колебаний, то полной истории этого вопроса еще не предложил ни один автор. Предлагаемая монография призвана восполнить эти пробелы. История развития теории колебаний в ней рассматривается под влиянием задач, диктуемых научно-техническим прогрессом.

Наиболее динамически нагруженными во все времена являются тепловые машины, так как они представляют собой машины циклического действия, транспортная, авиационная и космическая техника в силу ее облегченности по сравнению с наземными транспортными машинами и стационарными сооружениями. В монографии излагается история развития только расчетных методов исследования колебаний механических систем. Что касается методов и средств измерений вибраций, то эти вопросы относятся, скорее, к другим наукам – электронике и информационно-измерительной технике. В книге также не рассматривается история такого важного направления, как вибрационная диагностика машин, поскольку мы считаем, что это тема отдельного исследования.

Особое внимание в монографии уделяется деятельности украинских ученых и научных школ, внесших огромный вклад в развитие теории механических колебаний и снискавших признание научной общественности не только в СССР, но и во всем мире. Значительно лучше других изучена деятельность школы нелинейной механики Крылова – Боголюбова – Митропольского [271, с. 93–121; 272, с. 233–272] и школы

Писаренко [268]. Однако и здесь остаются еще «белые пятна», которые необходимо раскрыть историкам науки.

Теория механических колебаний, возникшая в рамках классической механики, долгое время почти не находила применения в технике. Однако с появлением быстроходных двигателей внутреннего сгорания (ДВС), паровых и газовых турбин, самолетов, ракет и боевых кораблей облегченной конструкции и др., в них стали возникать опасные колебательные явления. Поскольку энергетические машины являются машинами циклического действия, в них всегда проявляются колебательные процессы, усугубленные повышенной температурой и высокой нагруженностью деталей. Многие задачи теории колебаний впервые проявлялись в энергетических машинах, и сейчас их прочность и надежность оцениваются только с учетом вибраций. Среди этих задач крутильные колебания валопроводов силовых установок, в том числе и содержащих нелинейные элементы, изгибные колебания балок и валов с учетом неравномерности распределения массы и податливости опор, в том числе и нелинейной, связанные колебания коленчатых валов ДВС с учетом податливости его корпуса, критические обороты валов, колебания турбинных лопаток и облопаченных дисков, нестационарные колебания машин, особенно наиболее важный их случай – проход через резонанс. В работе рассматривается также влияние достижений теории колебаний на прогресс техники вообще и энергомашиностроения в частности.

Монография состоит из пяти глав. Первые две главы посвящены становлению теории механических колебаний, ее выделению в самостоятельную прикладную науку. Здесь дается классификация и периодизация теории механических колебаний. В третьей главе рассматривается развитие теории колебаний научными школами Украины. Последние две главы посвящены исследованию колебаний систем с ДВС – основного источника энергии в XX столетии. Рассматривается вклад украинских ученых в развитие методов их расчетов и борьбы с вибрациями. Для того чтобы раскрыть достижения украинских ученых и историческое значение их исследований в этой отрасли машиностроения, в книге приводятся краткие сведения из истории производства ДВС в Украине, среди которых наибольшего внимания заслуживают танковые и тепловозные дизели. Историческое значение проведения динамических расчетов демонстрируется на ряде примеров расчетов систем с ДВС.

ГЛАВА 1

СТАНОВЛЕНИЕ ТЕОРИИ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ (конец XVI – начало XX века)

1.1. Теория механических колебаний и ее роль в развитии физико-математических наук и техники

Изучение механического движения – изменения положения тел в пространстве с течением времени – основывается на применении законов и уравнений динамики. Динамика, созданная трудами И. Ньютона, Ж. Л. д'Аламбера, Л. Эйлера, Ж. Л. Лагранжа и др., лежит в основе прикладной механики, изучающей законы движения механизмов и машин. Выполнение механизмами и машинами своих функций связано с движением и, как следствие, с износом и возможным разрушением.

На протяжении многих веков запросы практики при создании машин вполне удовлетворялись статическими и кинематическими расчетами. Это продолжалось вплоть до середины XIX века, когда развитие машиностроения, рост мощности и скорости машин при одновременном снижении их веса привело к необходимости проведения расчетов прочности с учетом динамических нагрузок.

При работе машин в них действуют переменные внешние силы, меняются скорости отдельных частей, следовательно, возникают ускорения и соответствующие им силы инерции. Определение сил, действующих в механической системе, представляет задачу кинетоста-

тики. Кинетостатический расчет производится в том случае, когда не проявляются упругие свойства деталей рассматриваемой конструкции. Таким образом, исследование движения механической системы под действием переменных внешних сил и сил инерции, но без учета упругих сил не является предметом изучения в теории колебаний. Хотя движение при этом может носить и колебательный характер, однако такая задача не требует применения математического аппарата теории колебаний.

Когда при работе звенья механизмов и машин деформируются, возникают упругие силы, приводящие к колебательным движениям. Силы, возникающие при отклонении системы от положения равновесия и стремящиеся вернуть ее в это положение, называются **восстанавливающими**. Они занимают особое место среди позиционных сил. В качестве восстанавливающих могут выступать не только упругие силы, возникающие при деформировании элементов механических систем, но и силы другой физической природы – квазиупругие. Их роль могут играть силы тяжести (например, колебания маятника) или архимедова выталкивающая сила (качка корабля). Восстанавливающие силы обуславливают способность системы совершать свободные колебания. Таким образом, механические колебания машин и сооружений вызваны не только действующими в них переменными силами, но также и их упругими свойствами.

Изучение колебательных процессов в механических системах, происходящих под действием упругих или квазиупругих сил, а также внешних возмущающих и с учетом сил сопротивления (демпфирования) и составляет предмет теории механических колебаний.

Далее мы приведем классификацию теории механических колебаний, которая является общеизвестной, с ней можно подробнее ознакомиться в основополагающих трудах по данной дисциплине [25; 253; 330–332]. Механические колебания можно классифицировать по виду дифференциальных или интегральных уравнений, описывающих колебательные процессы, по типу механических систем, виду решения и др. Если в системе действуют только восстанавливающие силы и кроме них еще, возможно, силы сопротивления, то движение под действием таких сил называется **свободными колебаниями**. При наличии внешних сил, зависящих от времени, называемых **возмущающими силами** система совершает **вынужденные колебания**. Особое место среди вынужденных колебаний занимает явление **резонанса** – резкого возрастания амплитуд вынужденных колебаний, когда их частота близка к частоте

возмущающей силы. Резонансные колебания представляют для машин и механизмов особую опасность и для борьбы с ними применяются средства в виде «отстройки» от резонанса, *виброгашения* (применение *демпферов* и *антивибраторов*), *виброизоляции*, уравнивания сил инерции и др.

По характеру процесса колебания можно разделить на *установившиеся*, в этом случае механическая система совершает периодические движения и *нестационарные* (переходные режимы), при которых движение хотя и носит повторяющийся характер, но не является периодическим. Наиболее важной для техники разновидностью переходного режима является *проход через резонанс*. В случае переходного режима интегрирование дифференциальных уравнений движения гораздо сложнее.

Важнейшим вопросом при изучении колебательных процессов является вопрос схематизации физической модели, т.е. построение механической модели, адекватно отражающей поведение реальной системы при изучении интересующих нас явлений. В теории колебаний наибольшее распространение получили детерминированные модели, т.е. такие, все параметры которых имеют фиксированные значения, а получаемые законы движения имеют вид достоверных количественных характеристик. Особый раздел составляют задачи колебаний при *случайном возбуждении*.

В теории колебаний принципиально различаются модели двух видов – *дискретные* и *континуальные*. Дискретные модели предусматривают такие идеальные объекты как абсолютно твердое тело и материальная точка. Упругие свойства системы при этом отражаются безынерционными упругими соединениями, а рассеяние энергии – диссипативными. Несмотря на кажущуюся примитивность таких идеализированных моделей, практически все колебательные эффекты могут быть изучены с их помощью. При использовании моделей второго рода рассматривается упруго деформируемая среда, т.е. твердые деформируемые тела с распределенными параметрами. Если движение дискретных систем описывается простыми дифференциальными уравнениями, то для континуальных составляются дифференциальные уравнения в частных производных. Зато континуальные модели, в отличие от дискретных, позволяют оценить напряженно-деформированное состояние элементов конструкций.

По типу дифференциальных уравнений теория колебаний делится на *линейную*, где колебания описываются линейными уравнениями и *нелинейную*, в которой уравнения содержат нелинейные члены в упругих или диссипативных силах или имеют члены с переменными коэффициентами. Для нелинейных систем проявляется множество специфических эффектов, не встречающихся в линейных задачах. К ним относятся неоднозначность режимов колебаний, *автоколебания*, *субгармонические колебания* и др. Нелинейная теория колебаний в настоящее время бурно развивающаяся часть общей теории колебаний.

Одним из разделов теории колебаний считается *теория устойчивости движения*, позволяющая судить о качественном поведении механической системы без решения дифференциальных уравнений. Теория устойчивости движения, зародившаяся в механике, нашла широкое применение практически во всех отраслях науки, а в теории автоматического управления движения вышла на первый план. Сейчас ее можно рассматривать как самостоятельный раздел науки.

В последние годы развивается новое направление теории колебаний – *вибрационная диагностика* технического состояния машин. Являясь также самостоятельным направлением, техническая диагностика во многом основывается на достижениях теории колебаний.

На теорию механических колебаний влияют многие факторы, в свою очередь, решение динамических задач является мощным стимулом для развития науки и техники. Важнейшим фактором является общий уровень развития науки, в особенности математики, физики, теоретической и прикладной механики. Теория механических колебаний выделилась в отдельную отрасль науки из теоретической и аналитической механики и до сих пор с ней неразрывно связана. Если для рассмотрения колебаний дискретных консервативных систем было достаточно достижений аналитической механики, основоположником которой был Ж. Л. Лагранж, то для изучения колебаний континуальных систем потребовалось развитие теории упругости, в рамках которой первое время и развивался этот раздел теории колебаний. Постановка и решение практических задач, возникших в технике в XIX веке, могло быть осуществлено только с появлением прикладной механики. На этой основе выросла в начале XX века прикладная теория механических колебаний, оказывающая большое влияние на развитие техники.

Изучение механического движения путем составления соответствующей модели сводится к решению некоторой математической задачи. Вследствие этого многие математические методы были развиты благодаря задачам механики. В частности, под влиянием теории колебаний возникла математическая физика, была продвинута теория дифференциальных уравнений, как обыкновенных, так и в частных производных, сформировано важнейшее понятие математического анализа – понятие функции, возникло разложение функции в тригонометрический ряд и др. Зачастую получить аналитическое решение задачи механики трудно, а порой и вообще невозможно. Тогда приходится прибегать к приближенным или итерационным методам решения. Здесь теория колебаний сильно зависит от развития численных методов, но и сама, в то же время, способствует их развитию.

Теория колебаний и волн составляет обширный раздел физики. Именно в физике впервые проявились специфические эффекты, связанные с нелинейностями рассматриваемой системы. Методы решения нелинейных дифференциальных уравнений, разработанные в физике, были затем с успехом применены в теории механических колебаний. Следует также отметить применение методов теории колебаний в астрономии. Так Лагранж и Лаплас с помощью теории малых колебаний разработали теорию вековых возмущений элементов планетных орбит.

Даже точное математическое решение задачи механики не может полностью соответствовать действительности в силу несовершенства модели и должно сверяться с экспериментальными данными. Кроме того, зачастую построение более или менее адекватной модели тоже связано с проведением экспериментов. В связи с этим на развитие теории колебаний влияет состояние средств проведения экспериментов и соответствующих методов их обработки.

Важнейшим фактором, влияющим на состояние теории механических колебаний, является уровень развития техники и, в первую очередь, машиностроения. Пока в технике не было потребностей в проведении динамических расчетов, на решение задач динамики, в том числе и теории колебаний, уходили сотни лет. Так, например, было с простейшими задачами о колебаниях натянутой струны и однородного стержня.

С 1950-х гг. на прикладную теорию колебаний огромное влияние оказывает появление и совершенствование электронной вычислительной

техники, особенно бурно развивающейся в последние годы. Появление мощных ЭВМ привело к ограничению применения аналитических методов теории колебаний и постепенному вытеснению множества частных, «ручных» способов счета, хотя часть методов оказалась пригодной и для программирования. Быстрый рост памяти и быстродействия ЭВМ привели к постепенному вытеснению этих методов более общими, но трудоемкими по количеству операций.

В области линейных колебаний дискретных систем, стала возможна реализация спектральной теории на основе применения методов линейной алгебры. Для нелинейных колебаний были разработаны более мощные и универсальные численные методы решения нелинейных уравнений, записанных как в дифференциальной, так и в интегральной формах. Эти методы с успехом применяются для расчетов колебаний нелинейных систем.

Для континуальных систем был разработан метод, основанный на замене производных в дифференциальных уравнениях конечными разностями. Еще более универсальным является метод конечных элементов (МКЭ), основанный на разбиении системы на множество элементов, имеющих аналитическое решение с последующим «сшиванием» этих решений в узловых точках. Применение МКЭ произвело революцию в решении задач механики сплошной среды. Создание такого универсального метода стало возможно только благодаря наличию ЭВМ.

Быстродействующие ЭВМ позволили решать задачи переходных процессов, в том числе и для нелинейных систем с помощью численного интегрирования. Наличие эффективных программ расчета колебаний позволило решать не только задачи анализа, но и синтеза механических систем по вибрационным характеристикам.

Дальнейшее развитие вычислительной техники привело к разработке систем аналитических преобразований (систем компьютерной алгебры) на базе ЭВМ. Их применение позволило автоматизировать процесс построения математических моделей динамических процессов, происходящих в механизмах и машинах, и создать универсальные программные комплексы, пригодные для расчетов любых механических моделей. В основе таких комплексов лежат самые общие понятия аналитической механики и вариационные принципы механики.

В настоящее время совершенствование техники, тем более создание новой, невозможно без проведения широкомасштабных динамических расчетов. Задача динамической прочности машин и сооружений связана, прежде всего, с определением усилий и напряжений в них возникающих. Большинство деталей приходится рассматривать как части упругих систем в связи с происходящими в них колебательными процессами, влияющими на величину и характер напряжений, возникающих при их работе. Основной целью таких расчетов является определение максимальных динамических напряжений или упругих деформаций при различных режимах работы механизмов и машин. Целью динамических расчетов может быть анализ заданной системы, когда конструкция машины известна и определяется динамическая напряженность ее элементов. Однако все чаще возникают задачи разработки конструкций механических систем, обеспечивающих наиболее благоприятные условия их работы с точки зрения динамической прочности – задача синтеза механической системы по вибрационным характеристикам.

Важнейшим вопросом при изучении истории любой науки является периодизация, позволяющая установить ее взаимосвязи с развитием техники, других наук и общества в целом. Предлагаемая периодизация теории механических колебаний составлена с учетом того, что данная наука первоначально развивалась в рамках общей механики, а затем самостоятельно, но во взаимосвязи с математикой, аналитической и прикладной механикой, теорией упругости, физикой и техникой. В ней мы также опираемся на периодизацию общей механики, предложенную профессором Н. Д. Моисеевым в работе [236, с. 18–23]:

1. Донаучный период предшествует так называемой античности и простирается примерно до VI–V веков до н.э.

2. Элементарный период VI–V вв. до н.э. – середина XVII века.

3. Период формирования основных понятий и основных законов механики середина XVII века – первая треть XVIII века.

4. Аналитический период вторая треть XVIII века – начало XX века.

5. Физико-технический период – XX век.

Учитывая, что периодизация общей механики была предложена Н. Д. Моисеевым в начале 1950-х годов, к ней можно было бы еще добавить компьютерную механику – механику периода научно-технической революции (НТР) начавшейся именно в середине XX века.

Периодизация теории колебаний, в отличие от периодизации общей механики, не охватывает всего времени развития человечества, так как до конца XVII века еще не было и динамики, основанной на правильном представлении об инерции и причинах изменения механического движения, и в области колебаний почти ничего не предпринималось. В связи с этим можно предложить такую периодизацию теории колебаний:

I период – зарождение теории колебаний в рамках теоретической механики (конец XVI века – конец XVIII века). Этот период характеризуется зарождением и развитием динамики в трудах Г. Галилея, Х. Гюйгенса, И. Ньютона, Ж. д'Аламбера, Л. Эйлера, Д. Бернулли и Ж. Лагранжа. Уровень развития техники в этот период еще достаточно низкий и зарождающееся промышленное производство еще не ставит перед динамикой практических задач.

Большой вклад в основы теории колебаний внесли Л. Эйлер, заложивший основы теории статической устойчивости и теории малых колебаний, д'Аламбер, Д. Бернулли и Лагранж. В их работах сформировались понятия периода и частоты колебаний, формы колебаний, вошел в обиход термин малые колебания, был сформулирован принцип суперпозиции решений, сделаны попытки разложения решения в тригонометрический ряд. Таким образом, в течении XVIII в. в теории малых колебаний систем с конечным числом степеней свободы и колебаний непрерывных упругих систем были выработаны основные физические схемы и разъяснены принципы, существенные для математического анализа проблем. Конец I периода ознаменован выходом в свет в 1788 г. трактата Лагранжа «Аналитическая механика», ставшего основой теории колебаний механических систем [177; 178].

II период – аналитический (конец XVIII века – конец XIX века). Рост крупной промышленности в конце XVIII – начале XIX века, вызванный повсеместным внедрением паровой машины обусловил выделение прикладной механики в отдельную дисциплину. У ее истоков стояли А. Навье, Г. Кориолис и Ж. В. Понселе. Ими были систематизированы многочисленные исследования прикладного характера, выполненные в XVII – XVIII веках и произведен ряд работ по важнейшим вопросам техники [141, с. 193–194]. Но вплоть до конца XIX века расчеты на прочность велись в статической постановке, так как машины были еще маломощными и тихоходными.

К концу XIX века, с ростом скоростей и уменьшением габаритов машин пренебрегать колебаниями стало невозможно. Многочисленные аварии, происходившие от наступления резонанса или усталостного разрушения при колебаниях, заставили инженеров обратить внимание на колебательные процессы. Из возникших в этот период проблем следует отметить следующие: обрушение мостов от проходящих поездов, крутильные колебания валопроводов и вибрации судовых корпусов, возбуждаемые силами инерции движущихся частей неуравновешенных машин.

III период – становление и развитие прикладной теории колебаний (1900–1960-е гг.). Развивающееся машиностроение, совершенствование локомотивов и кораблей, появление паровых и газовых турбин, быстроходных ДВС, автомобилей, самолетов и т.д. потребовали более точного анализа напряжений в деталях машин. Это было продиктовано требованиями более экономного использования металла. Облегчение конструкций породило проблемы вибраций, которые все чаще становятся решающими в вопросах прочности машин. В начале XX века многочисленные аварии убедительно показывают, к каким катастрофическим последствиям может привести пренебрежение вибрациями или незнание их.

Появление новой техники, как правило, ставит новые задачи перед теорией колебаний. Так в 30–40-е гг. возникли новые задачи, такие как срывной флаттер и шимми в авиации, изгибные и изгибно-крутильные колебания вращающихся валов и др., что потребовало разработки новых методов расчетов колебаний. В конце 20-х годов сначала в физике, а затем и в механике начинается исследование нелинейных колебаний. В связи с развитием систем автоматического управления и другими запросами техники, начиная с 30-х гг., получила широкое развитие и применение теория устойчивости движения, основой которой послужила докторская диссертация А. М. Ляпунова «Общая задача об устойчивости движения».

Отсутствие аналитического решения для задач теории колебаний даже в линейной постановке, с одной стороны, а вычислительной техники – с другой, привело к разработке большого количества разнообразных численных методов их решения.

Необходимость проведения расчетов колебаний для различных видов техники привело появлению в 1930-е годы первых учебных курсов теории колебаний.

Переход к **IV периоду** (начало 1960-х годов – настоящее время) связан с эпохой НТР и характеризуется появлением новой техники, в первую очередь авиационной и космической, робототехнических систем. Кроме того, развитие энергомашиностроения, транспорта, и др. выдвинуло проблемы динамической прочности и надежности на первое место. Это объясняется возрастанием эксплуатационных скоростей и снижением материалоемкости с одновременным стремлением к повышению ресурса машин. В теории колебаний все больше задач решается в нелинейной постановке. В области колебаний континуальных систем, под влиянием запросов авиационной и космической техники возникают задачи динамики пластин и оболочек [59, с. 7].

Наибольшее влияние на развитие теории колебаний в этом периоде оказывает появление и стремительное развитие электронной вычислительной техники, обусловившее развитие численных методов расчетов колебаний.

1.2. Первые задачи теории колебаний и математической физики

Механика античности представляла собой в основном статику и кинематику. Динамика же основывалась на ошибочных представлениях Аристотеля, который, основываясь на бытовых повседневных наблюдениях, считал, что для поддержания равномерного прямолинейного движения тела к нему необходимо постоянно прикладывать силы. Его усилиями также утвердилась геоцентрическая система строения мира. Католическая церковь, первоначально враждебно настроенная к Аристотелю, с XIII века признала его величайшим авторитетом по всем вопросам, не касавшихся, правда, догматов религии. Хотя философы считают Аристотеля «основателем истинного естествознания», он отнюдь не считается таковым у физиков и механиков [215, с. 9–10].

Истинно научная динамика зародилась в конце XVI века и с ее появлением механика превратилась в науку о движении, в которой появились попытки объяснить все явления природы на основе развития логических принципов. Одним из первых, кто усомнился в правильности учения Аристотеля, был Джамбаттиста Бенедетти (1530–1590), который обратил внимание на то, что действие сил выражается не в поддержании, а в изменении движения [140, с. 77–78]. Достоверность научных представлений в рамках механической картины мира тесно была связана с развитием экспериментальных методов исследования. Статика, в отличие от динамики, не подтверждалась в такой степени экспериментами. Динамика, отвечая на вопрос о переходе тела или механической системы из начального состояния к последующему под действием заданных сил, могла быть подтверждена соответствующим экспериментом. Это и придало механическому естествознанию ту необратимость развития и ту достоверность, которые отличают науку XVII века от научных представлений предыдущего периода [84, с. 126–127].

Одними из первых экспериментальных исследований в механике были опыты Галилео Галилея (1564–1642), который открыл законы падения тяжелых тел, а также установил законы движения тел по наклонной плоскости. Он полностью доказал несостоятельность динамики Аристотеля и наметил путь к созданию новой динамики – ньютоновской. С именем Галилея связано и начало исследования колебаний маятника. Еще в годы учебы в Пизанском университете, скучая во время мессы, Галилей заметил тот факт, что частота колебаний огромного паникадила, подвешенного к куполу собора, не зависит от их амплитуды.* Изохронность, т.е. свойство маятника сохранять частоту свободных колебаний при малых отклонениях, было проверено начинающим ученым на опытах и легло в основу учения о колебательном движении. При этом он ошибочно считал, что это свойство справедливо и при больших колебаниях маятника. Галилей также опытным путем установил пропорциональность между длинами маятников и квадратами

* Ученик Галилея и первый его биограф Винченцо Вивiani утверждал, что это наблюдение ученый сделал в 1583 году, когда ему было 18 лет.

времени их качания. Свойство маятника сохранять частоту свободных колебаний при малых отклонениях Галилей хотел использовать для создания часов. Точные часы (хронометр) были крайне необходимы мореплавателям для определения местоположения корабля. В 1636 г. Галилей предложил правительству Голландии изготовить часы с маятником. Однако дальше писем дело не пошло. В 1641 г. он все-таки взялся за изготовление часов, но смерть помешала довести исследования до конца. Его сын, Винченцо Галилей, продолжая дело отца, в 1648 г. принялся за изготовление часов, но тоже скоро скончался.

В начале XVII в. в науке стали возрождаться экспериментальные методы исследования. Одним из первых ученых, занимавшихся экспериментальными исследованиями колебаний, был Марен Мерсенн (1588–1648).

Именно Мерсенн первым обратил внимание Христиана Гюйгенса на колебательное движение [85, с. 218]. Голландский ученый мог знать о проблеме создания маятниковых часов и от своего отца Константина Гюйгенса, который был секретарем штатгальтера Голландии, и именно через него шла переписка Галилея с правительством Голландии. Гюйгенс построил первые часы с маятником и в 1657 г. получил патент Генеральных штатов (правительства) Голландии на изобретенные им маятниковые часы со «свободным спуском» и в следующем году опубликовал свои результаты в брошюре. На рис. 1.1 представлены маятниковые часы, изобретенные Х. Гюйгенсом. До конца дней он занимался их усовершенствованием, пытаясь создать хронометр, пригодный для определения местоположения корабля в море. В 1673 г. Гюйгенс издал книгу «*Horologium oscillatorium*» («Маятниковые часы»), в которой рассказывает о положительных результатах испытаний маятниковых часов в море [92, с. 28–33]. В том же году парижский мастер Исаак Тюре изготовил часы с учетом всех усовершенствований. Но последующие испытания показали недостатки применения маятниковых часов на качающемся судне, и Гюйгенс пришел к выводу, что хронометр должен представлять собой пружинные часы с балансиrom. Такой хронометр удалось создать только в 1735 г. Дж. Харрисону [69, с. 113–114].

В сочинении «Маятниковые часы» Гюйгенс изложил полную теорию движения маятника. После широкого распространения часов нашлись

люди, которые либо сами претендовали на это изобретение, либо приписывали его кому-то другому. Однако в своей книге он убедительно доказывает, что сам придумал конструкцию часов и сам их изготовил [92, с. 9–11]. В трактате «Маятниковые часы» были приведены теории колебаний математического и физического маятников, а также формула для расчета периода колебаний маятника. Там же Гюйгенс указал и на другое применение математического маятника – определение ускорения свободного падения. Великий голландский ученый исследовал вопрос о том, каким должен быть маятник, чтобы свойство изохронности соблюдалось и при больших колебаниях, и пришел к выводу, что центр качаний должен двигаться по циклоиде. В этом сочинении Гюйгенс также приводит исследование моментов инерции плоских фигур. Кроме того, ему принадлежит открытие явления синхронизации колебаний [140, с. 110].

Дальнейшее развитие теории колебаний связано с появлением классической механики, основой которой послужило гениальное сочинение Исаака Ньютона (1643–1727) «*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*» («Математические начала натуральной философии»), вышедшее в свет в 1687 г. [248]. Ньютон первым из ученых высказал мысль о том, что движение космических и земных объектов происходит по одним и тем же законам. Величайший ученый заложил основы теоретической механики, применив ее к изучению движения небесных тел. В его работе проблемы динамики получили математическую разработку. Величайший английский ученый создал методологию точного естествознания и стал основателем всего современного естествознания. Ньютоновские динамика и математический анализ явились предпосылками для создания теории колебаний. Колебаниям в «Началах» Ньютона уделено мало внимания, однако там приведена очень важная теорема, дающая возможность по наблюдениям затуханий колебаний маятника получить закон сопротивления его движению [164, с. 174–179].

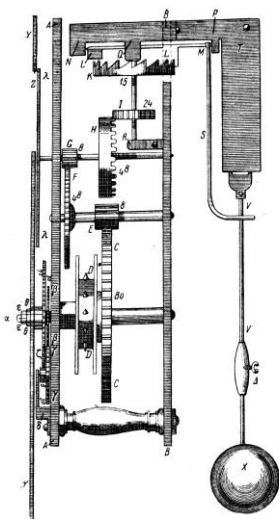


Рис. 1.1.1.
Маятниковые часы
Х. Гюйгенса

Основоположником же теории колебаний стал Леонард Эйлер (1707–1783), вклад которого в развитие математики и механики невозможно переоценить. Среди задач, приводящих к уравнению малых колебаний, особое место занимает задача о качке и остойчивости* корабля ввиду ее большой практической важности. В 1737 г. Л. Эйлер по поручению Санкт-Петербургской Академии наук начал исследования о равновесии и движении корабля. Уезжая из России в 1743 г., Эйлер пообещал все же довести свои исследования до конца, и в 1749 г. его книга «*Scientia Navalis*» («Корабельная наука», иногда название переводят как «Морская наука») была издана в Петербурге. Именно в этом сочинении Эйлера заложены основы теории статической устойчивости и теории колебаний [236, с. 359]. Еще через 20 лет исследования Эйлера привели к конкретным рекомендациям и были опубликованы в доступной для судостроителей-практиков форме в сочинении «Полное умозрение строения и вождения кораблей» [111].

Жан Лерон д'Аламбер (1717–1783) в своих многочисленных трудах рассмотрел отдельные задачи, такие как малые колебания тела вокруг центра масс и вокруг оси вращения в связи с задачей о прецессии и нутации Земли, колебания маятника, плавающего тела, пружины и т.д. Но общей теории колебаний д'Аламбер не создал [236, с. 359].

Важнейшим применением методов теории колебаний было экспериментальное определение жесткости проволоки на кручение, проведенное Шарлем Кулоном (1736–1806). Опыт описан в его мемуаре «Теоретические и экспериментальные исследования силы кручения и упругости металлических проволок», опубликованном в 1784 г. [71, с. 244, 252]. Кулон для проведения опытов со статическим электричеством создал крутильные весы – точнейший измерительный прибор того времени. Для своих весов он взял серебряную нить длиной 28

* Термин «стойчивость» впервые применил корабельный подмастерье Иван Амосов в переводе книги Г. Чапмана «Исследования об истинном способе находить пристойную площадь парусов линейных кораблей, и чрез посредство оной определять длину мачт и реев». Учитывая особенности русского языка XVIII века, это слово означает то же, что и устойчивость. Привязанность моряков к собственной терминологии сохранила такое написание для понятия устойчивости корабля до нашего времени [237 с. 223].

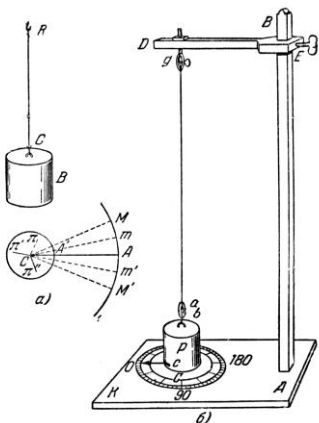


Рис. 1.2. Опыт Ш. Кулона

дюймов (71,12 см) настолько тонкую, что ее фут (305 мм) весит всего 1/16 грана (гран парижский равен 0,0005204 Н), т.е. масса проволоки составляла 0,00774 г. Для закручивания этой нити на 360° на коромысло весов, удаленное от нити или центра подвеса на 4 дюйма необходимо приложить силу всего лишь 1/340 грана. С помощью крутильных весов можно определять очень малые силы до одной десятиллионной доли грана.

Для экспериментального определения жесткости проволоки на кручение c он исследовал крутильные колебания подвешенного на ней цилиндра с моментом инерции I (см. рис. 1.2). Справедливо полагая, что момент противодействия скручиванию проволоки (мы зовем его моментом упругих сил) пропорционален углу ее закручивания φ , Кулон записал дифференциальное уравнение вида

$$\varphi = -I\ddot{\varphi}$$

и, интегрируя его, нашел период колебаний [312, с. 67–70]

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{c}}.$$

Опытным путем Кулон установил также свойство изохронности малых колебаний и в этой задаче. Исследуя затухание колебаний, этот великий экспериментатор пришел к выводу о том, что главной его причиной является не сопротивление воздуха, а потери от внутреннего трения в материале проволоки.

Из всех задач на колебания упругих тел, изучавшихся в рассматриваемый период, особое место занимает задача о поперечных колебаниях натянутой струны. Среди задач о колебаниях тел – говорит

Рэлей – ни одна не занимает такого видного положения, как задача о вибрации натянутой струны [295, с. 193]. Эта задача является самой простой в теории колебаний континуальных систем, но вместе с тем и самой важной задачей в акустике и теории музыки. Она также оказалась самой важной и для развития теории дифференциальных уравнений, математической физики и теории колебаний. Именно вокруг нее разворачивались споры Д. Бернулли, д'Аламбера, Л. Эйлера и Лагранжа относительно природы решения дифференциальных уравнений. Задача о колебаниях струны дала толчок к развитию не только математического анализа, но и экспериментальных методов исследования.

Задача о свободных колебаниях натянутой струны заинтересовала ученых, разумеется, не своим практическим приложением, законы этих колебаний были в той или иной мере известны мастерам, изготавливающим музыкальные инструменты. Об этом свидетельствуют непревзойденные струнные инструменты таких мастеров, как Н. Амати, А. Страдивари, Дж. Гварнери и многих, многих других, чьи шедевры были созданы еще в XVII веке, до появления теории колебаний струны. Интересы величайших ученых, занимавшихся этой задачей, скорее всего, заключались в стремлении подвести математическую основу под уже существующие законы колебаний струны. В этом вопросе проявился традиционный путь любой науки, начинающийся с создания теории, объясняющей уже известные факты, чтобы затем находить и исследовать непознанные явления.

Струна акустики это идеальная ровная, тонкая и гибкая нить конечной длины из твердого материала, натянутая между двумя неподвижными точками. В современной трактовке задача о поперечных колебаниях струны длины l сводится к нахождению решения $y(x, t)$ дифференциального уравнения в частных производных

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (1.1)$$

Здесь x – координата точки струны вдоль длины, а y – ее поперечное смещение; $a^2 = \frac{H}{\mu}$, где H – натяжение струны, μ – ее погонная масса (плотность). Отметим, что a представляет собой скорость

распространения волны. Аналогичное уравнение также описывает и продольные колебания столба воздуха в трубе.

При этом должно быть задано начальное распределение отклонений точек струны от прямой линии и их скоростей, т.е. уравнение (1.1) должно удовлетворять начальным условиям

$$\left. \begin{aligned} y(0, x) &= f_1(x); \\ y'_t(0, x) &= f_2(x). \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Должны также выполняться условия закрепления струны на краях (граничные условия)

$$\left. \begin{aligned} y(t, 0) &= 0; \\ y(t, l) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Поскольку возникновение колебаний зачастую сопровождается волнами, развитие теории колебаний связано с развитием теории волн. Первые наблюдения за колебаниями струны и воздушного столба в трубе относятся еще к античности. Многие древние авторы, среди которых Пифагор, Аристотель, Евклид и Птолемей, возникновение звука связывают с колебаниями тел. У них указывается, что более высокому звуку соответствует большая частота колебаний, а громкость звука связывается с их интенсивностью. Пифагору, в частности, приписывают открытие того факта, что высоты основных тонов двух струн находятся в соотношении, обратном соотношению их длин (при прочих равных условиях), а также того, что высота тона струны зависит от ее толщины и натяжения [140, с. 251]. Разумеется, все это были не количественные, а качественные соотношения. Томас Юнг в своих лекциях по натуральной философии (Young, Lectures on Natural Philosophy) отмечал, что уже Аристотель знал, что «труба или струна двойной длины дает звук, в котором колебания занимают вдвое большее время, и что свойства созвучий зависят от отношений времен, занимаемых колебаниями отдельных звуков» [295, с. 204].

В начале XVII в. в науке стали возрождаться экспериментальные методы исследования. В 1614–1618 гг. голландский математик и механик Исаак Бекман (1570–1637), изучая колебания струны, пришел к выводу об их изохронности, мотивируя его тем, что затихание звука, связанное с уменьшением амплитуды колебаний струны не сопровождается измене-

нием ее тона. Он также установил, что частота обратно пропорциональна длине струны [39, с. 35]. Исследования Бекмана не были опубликованы и стали известны только благодаря М. Мерсенну, который провел обширные экспериментальные исследования, установил ряд закономерностей и опубликовал свои результаты в 1636 г. в «Книге о созвучиях»:

1. для данной струны и для данного натяжения период колебаний меняется пропорционально длине струны;

2. когда длина струны задана, период меняется обратно пропорционально корню квадратному из натяжения;

3. струны с одинаковым натяжением колеблются с периодами, пропорциональными корню квадратному из их линейных плотностей.

Следует отметить, что законы Мерсенна иллюстрируются всеми струнными музыкальными инструментами [295, с. 204–205].

Закономерности, установленные Мерсенном экспериментально, были теоретически подтверждены учеником И. Ньютона Бруком Тейлором (1685–1731), который в работе «О методе приращений» (Brook Taylor, *De methodo incrementorum*, London, 1715) дал механико-геометрическую формулировку решения дифференциального уравнения малых колебаний струны. Тейлор рассматривает струну как систему материальных точек и принимает такие допущения: все точки струны одновременно проходят свои положения равновесия (совпадают с осью x) и сила, действующая на каждую точку, пропорциональна ее смещению y относительно оси x . Эти предположения означают, что он рассматривает малые колебания, соответствующие первой собственной частоте (основной тон). По сути, Тейлор сводит задачу к системе с одной степенью свободы и пользуется решением дифференциального уравнения вида

$$\ddot{y} + k^2 y = 0.$$

Согласно полученным им результатам период колебаний струны на первой собственной частоте определяется по формуле

$$T_1 = 2l \sqrt{\frac{\mu}{H}}.$$

Исследованиями колебаний струны занимался также Иоганн Бернулли (1667–1748). Если Тейлор не ограничивает количества материальных точек, описывающих движение струны, так как заранее

устанавливает свойства их колебаний, то И. Бернулли глубже затрагивает проблему замены сплошной кривой конечным числом материальных точек [140, с. 264]. Работы И. Бернулли опубликованы в «Commentarii» Петербургской АН за 1727–1728 гг., которые были изданы 1729–1732 гг. Именно эти работы привлекли внимание д'Аламбера, Д. Бернулли и Эйлера к проблеме колебаний струны. При ее изучении они обнаружили недостаточность теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Д'Аламбер в 1747 г. для данной задачи применил метод сведения задачи динамики к задаче статики (принцип д'Аламбера) и получил дифференциальное уравнение колебаний однородной струны в частных производных (1.1) – первое уравнение математической физики. Решение этого уравнения он искал в виде суммы двух произвольных функций

$$y = F_1(at + x) - F_2(at - x),$$

где F_1 и F_2 – периодические функции периода $2l$. Таким образом, функция времени y имеет период $2l/a$, что также дает теоретическое обоснование законов Мерсенна. При выяснении вопроса о виде функций F_1 и F_2 д'Аламбер учитывает граничные условия (1.2), предполагая, что при $t = 0$ струна совпадает с осью x . Значение же $y'_t(0, x)$ в постановке задачи не указывается [164, с. 220].

Д'Аламбер опубликовал свои результаты в 1749 г. в третьем томе «Мемуаров Берлинской академии наук». В том же году была опубликована и первая работа Эйлера, посвященная этому вопросу. Эйлер рассматривает частный случай, когда при $t = 0$ струна отклонена от положения равновесия и отпущена без начальной скорости. Существенным является то, что Эйлер не накладывает никаких ограничений на начальную форму струны, т.е. не требует, чтобы она могла быть задана аналитически, рассматривая любую кривую, которая «может быть начерчена от руки». Окончательный результат, полученный автором: если при $t = 0$ форма струны описывается уравнением $y(0, x) = f(x)$, то колебания выглядят так

$$y = \frac{1}{2} f(x + at) + \frac{1}{2} f(x - at).$$

В этой работе Эйлер пересмотрел свои взгляды на понятие функции, в отличие от прежнего представления о ней только как аналитическом выражении. Тем самым был расширен класс функций, подлежащих изучению в анализе, а Эйлер пришел к выводу о том, что «поскольку любая функция будет задавать некоторую линию, то справедливо и обратное – кривые линии можно сводить к функциям» [363].

Решения, полученные д'Аламбером и Эйлером, представляют закон колебаний струны в виде двух волн, бегущих навстречу друг другу. При этом они не сошлись в вопросе о виде функции, задающей линию изгиба.

Большой вклад в развитие теории колебаний внес Даниил Бернулли (1700–1782), который более пятидесяти лет (с 1727 по 1778 гг.) занимался изучением колебаний. В своих первых работах он исследовал малые колебания грузов, подвешенных на гибкой нити, а также подвешенного тяжелого однородного каната. В последующих работах он изучал колебания струн и стержней, ввел понятие простого гармонического колебания и обосновал положение о том, что общее колебание системы получается от сложения простых гармонических колебаний. Этот важный принцип получил впоследствии название принципа суперпозиции (наложения) колебаний. Даниила Бернулли вместе с д'Аламбером, Л. Эйлером и Лагранжем можно считать основателями математической физики.

Д. Бернулли в изучении колебаний струны пошел другим путем, разбивая струну на материальные точки, количество которых считал бесконечным. Он также выдвигает условия малости колебаний, на основании чего считает упругие восстанавливающие силы пропорциональными отклонениям от положений равновесия. Затем он вводит понятие простого гармонического колебания системы, т.е. такого ее движения, при котором все точки системы колеблются синхронно с одинаковой частотой, но разными амплитудами. Опыты, произведенные со звучащими телами, навели Д. Бернулли на мысль о том, что самое общее движение струны состоит в одновременном совершении всех доступных ей движений. Это так называемая суперпозиция решений (термин введен в XIX веке). Таким образом, в 1753 г., исходя из физических соображений, он получил общее решение для колебаний струны, представив его в виде суммы частных (парциальных) решений, при каждом из которых струна изгибается в виде характерной кривой.

$$y = \sum_{j=1}^{\infty} \sin \frac{j\pi x}{l} A_j \cos \frac{2j\pi t}{T_1}. \quad (1.4)$$

В этом ряду первая форма колебаний представляет собой половину синусоиды, вторая – целую синусоиду, третья состоит из трех полусинусоид и т.д. Их амплитуды $A_j \cos \frac{2j\pi t}{T_1}$ представляются в виде функций времени и, по существу, являются обобщенными координатами рассматриваемой системы. Согласно решению Д. Бернулли движение струны представляет собой бесконечный ряд гармонических колебаний с периодами

$$T_j = \frac{T_1}{j}.$$

При этом количество узлов (неподвижных точек) на одно меньше номера собственной частоты. Ограничивая ряд (1.4) конечным числом слагаемых, мы для континуальной системы получим конечное число уравнений.

Однако в решении Д. Бернулли содержится неточность – в нем не хватает второго слагаемого вида $B_j \sin \frac{2j\pi t}{T_1}$, т.е. не учитывается, что сдвиг фазы у каждой гармоники колебаний свой. Правильнее решение записать так

$$y = \sum_{j=1}^{\infty} \sin \frac{j\pi x}{l} A_j \sin \left(\frac{2j\pi t}{T_1} + \varepsilon_j \right). \quad (1.5)$$

Д. Бернулли, представив решение в виде тригонометрического ряда, использовал принцип суперпозиции и разложение решения по полной системе функций. Он справедливо полагал, что с помощью различных слагаемых формулы (1.4) можно объяснить гармонические тоны, которые струна издает одновременно со своим основным тоном [177, с. 499]. Он рассматривал это как общий закон, справедливый для любой системы тел, совершающей малые колебания. Однако физическая мотивировка не может заменить математического доказательства, которое тогда представлено не было. Из-за этого коллеги не поняли решения

Д. Бернулли, хотя еще в 1737 г. К. А. Клеро [155] использовал разложение функций в ряд на интервале $[0, \pi]$.

Наличие двух различных способов решения задачи о колебаниях струны вызвал среди ведущих ученых XVIII в. бурную полемику – «спор о струне» [140, с. 266]. Этот спор главным образом касался вопросов о том, какой вид имеют допустимые решения задачи, об аналитическом представлении функции и можно ли представить произвольную функцию в виде тригонометрического ряда. В «споре о струне» получило развитие одно из самых важных понятий анализа – понятие функции.

Д'Аламбер и Эйлер были не согласны с тем, что решение (1.4), предложенное Д. Бернулли, может быть общим. В частности, Эйлер никак не мог согласиться с тем, что этот ряд может представлять любую «свободно начерченную кривую», как он сам теперь определял понятие функции. Оценка нового направления в математической физике, связанного с применением тригонометрических рядов дана Эйлером в работе «Eclairissements sur le mouvement des cordes vibrantes», («Освещение колебательного движения струны») написанной в 1759 г., но опубликованной только в 1766 г. [142, с. 215]. Здесь постановка Эйлера отличается большей общностью – он предложил задать струне произвольную нерегулярную форму, а затем отпустить ее, в результате чего струна будет совершать какое-то движение. Возникает вопрос, справится ли теория с данной задачей? Эйлер считал решение, принятое в виде тригонометрического ряда частным, а не общим.

Жозеф Луи Лагранж (1736–1813), вступив в полемику, разбил струну на малые дуги одинаковой длины с массой, сосредоточенной в центре, и исследовал решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений с конечным числом степеней свободы. Переходя затем к пределу, Лагранж получил результат, аналогичный результату Д. Бернулли, не постулируя, однако, заранее то, что общее решение должно быть бесконечной суммой частных решений. При этом он уточняет решение Д. Бернулли, приводя его в виде (1.5), а также выводит формулы для определения коэффициентов этого ряда [177, с. 495–500]. Хотя решение основателя аналитической механики не соответствует всем требованиям математической строгости, оно было заметным шагом вперед, а

сочинение «Исследование о природе и распространении звука» (L. Lagrange. *Resherches sur la nature et la propagation du son. Oeuvres de Lagrange*, v. I, Paris, 1785) является одной из самых блестящих его работ [140, с. 268].

Что касается разложения решения в тригонометрический ряд, то Лагранж считал, что при произвольных начальных условиях ряд расходится [177, с. 499]. Спустя 40 лет, в 1807 г. Ж. Фурье вновь нашел разложение функции в тригонометрический ряд в третий раз и показал, как можно этим пользоваться для решения поставленной задачи, подтвердив тем самым правильность решения Д. Бернулли. Когда Лагранжу сообщили о полученном Фурье разложении даже разрывной функции, он этому открытию не поверил и попытался выставить ряд возражений [142, с. 216].

Фурье использовал метод, предложенный Эйлером. Удивительно, как сам Эйлер не заметил, что таким способом может быть установлена справедливость решения Д. Бернулли [203, с. 117]. Полное аналитическое доказательство теоремы Фурье о разложении однозначной периодической функции в тригонометрический ряд было приведено в интегральном исчислении Тодгёнтера (Todhunter, *Integral Caleulus*) и в «Трактате по натуральной философии» знаменитых английских физиков У. Томсона (лорд Кельвин) и П. Тэта, (W. Thomson, P. G. Tait. «*Treatise on natural philosophy*», v. I. Oxford, 1867) [295, с. 45].

Исследования свободных колебаний натянутой струны продолжались два столетия, если считать от работ Бекмана. Эта задача послужила мощным стимулом для развития математики. Рассматривая колебания континуальных систем, Эйлер, д'Аламбер и Д. Бернулли создали новую дисциплину – математическую физику. Математизация физики, т.е. изложение ее посредством нового анализа – величайшая заслуга Эйлера, благодаря которой были проложены новые пути в науке. Логическим развитием результатов Эйлера и Фурье явилось известное определение функции Лобачевским и Лежён Дирихле, основанное на идее взаимно однозначного соответствия двух множеств. Дирихле также доказал возможность разложения в ряд Фурье кусочно-непрерывной и монотонной функций. Было также получено одномерное волновое уравнение и установлена равноправность двух его решений, что

математически подтвердило связь между колебаниями и волнами. То, что колеблющаяся струна порождает звук, натолкнуло ученых на мысль об идентичности процесса распространения звука и процесса колебания струны [216, с. 60]. Была также выявлена важнейшая роль граничных и начальных условий в подобных задачах. Для развития механики важным результатом стало применение принципа д'Аламбера для записи дифференциальных уравнений движения, а для теории колебаний эта задача также сыграла очень важную роль, а именно, был применен принцип суперпозиции и разложение решения по собственным формам колебаний, сформулированы основные понятия теории колебаний – собственная частота и форма колебаний.

Полученные для свободных колебаний струны результаты послужили основой для создания теории колебаний континуальных систем. Дальнейшее же изучение колебаний неоднородных струн, мембран, стержней требовало нахождения специальных методов для решения простейших уравнений гиперболического типа второго и четвертого порядков.

В итоге в XVIII веке были разработаны методика составления дифференциальных уравнений для свободных колебаний отдельных дискретных и континуальных линейных систем, а также предложены способы их решения. Однако для создания теории механических колебаний как самостоятельной науки не хватало единого подхода к решению задач динамики, а для более быстрого ее развития не было запросов техники. Таким образом, несмотря на определенные успехи в решении отдельных задач, ученые не создали общей теории колебаний, так как не было общего подхода к составлению дифференциальных уравнений движения, не зависящему от вида этого движения. Этот важнейший шаг в развитии механики удалось совершить Лагранжу, создавшему новую науку – аналитическую механику.

1.3. Аналитическая механика Лагранжа – основа теории малых колебаний дискретных систем

Именно с работами Лагранжа связано начало второго периода развития теории колебаний. Если до него все ученые, включая великих Эйлера и д'Аламбера, решали только отдельные задачи теории колебаний,

составляя для каждой задачи новые уравнения, то основоположник аналитической механики, развивая и углубляя работы своих предшественников в области теории колебаний и устойчивости, заложил основы общей аналитической теории малых колебаний. В книге «Аналитическая механика» («*Mécanique analytique*»), изданной в Париже в 1788 г., Лагранж подвел итог всему, что было сделано в механике в XVIII веке, и сформулировал новый подход к решению ее проблем [177, 178]. В учении о равновесии он отказался от геометрических методов статики и предложил принцип возможных перемещений (принцип Лагранжа). В динамике Лагранж, применив одновременно принцип д'Аламбера и принцип возможных перемещений, получил общее вариационное уравнение динамики, которое также носит название принципа д'Аламбера – Лагранжа. Наконец, он ввел в обиход понятие обобщенных координат* и получил уравнения движения в наиболее удобной форме – уравнения Лагранжа II рода. Важнейшей идеей для развития теории колебаний была идея замены сплошного тела системой материальных точек. Этот прием в 1715 г. применил Б.Тейлор при исследовании колебаний струны, затем Иоганн Бернулли (1727) в задаче о тяжелой цепи. Такую же замену применял при изучении колебаний струны и балки Даниил Бернулли. В своих исследованиях малых колебаний систем с конечным числом степеней свободы Лагранж опирался на работы Эйлера, который показал как правильно проинтегрировать линейное дифференциальное уравнение произвольного порядка с постоянными коэффициентами, д'Аламбера, решавшего системы таких уравнений, и Д. Бернулли, рассматривавшего общее колебание дискретной системы как совокупность простых гармонических колебаний, т.е. применившего принцип суперпозиции решений.

Уравнения Лагранжа II рода стали основой для создания теории малых колебаний, описываемых линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. В дальнейшем она получила название теории линейных колебаний. Линейность редко присуща механической системе, а в большинстве случаев является результатом ее упрощения. Простота теории линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, описывающих

* Термины обобщенные координаты, обобщенные скорости и обобщенные силы были введены У. Томсоном и П. Г. Тэтом в «Трактате по натуральной философии» [312, с. 114]

колебания, обусловила их широкое распространение в технике. Рассматривая малые колебания вблизи положения равновесия, которые осуществляются с малыми скоростями, можно в уравнениях движения отбросить члены второго и высших порядков относительно обобщенных координат и скоростей. Тогда для системы с s степенями свободы кинетическая и потенциальная энергии записываются как квадратичные формы обобщенных координат $-q_i$ и обобщенных скоростей $-\dot{q}_i$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s a_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad \Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s c_{ij} q_i q_j, \quad (1.6)$$

где $a_{ij} = a_{ji}$ – инерционные, а $c_{ij} = c_{ji}$ – упругие или квазиупругие коэффициенты системы. Применяя уравнения Лагранжа II рода для консервативных систем

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_j}, \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (1.7)$$

мы получим систему s линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\sum_{j=1}^s a_{ij} \ddot{q}_j = - \sum_{j=1}^s c_{ij} q_j, \quad (i = 1, 2, \dots, s). \quad (1.8)$$

Частное решение (1.8) ищется в виде

$$q_j = A_j \sin (kt + \alpha), \quad (j = 1, 2, \dots, s) \quad (1.9)$$

и описывает моногармонический колебательный режим с частотой k , одинаковой для всех обобщенных координат, причем частоту k и амплитуды A_j надо найти. Дифференцируя (1.9) дважды по t и подставляя результат в уравнения (1.8), получим систему линейных однородных уравнений для нахождения амплитуд

$$\sum_{j=1}^s (c_{ij} - k^2 a_{ij}) A_j = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, s)$$

или в матричной форме

$$(\mathbf{C} - \mathbf{I}k^2)\mathbf{A} = 0, \quad (1.10)$$

где \mathbf{I} и \mathbf{C} – матрицы соответственно инерции и жесткости, компонентами которых будут инерционные и упругие коэффициенты. Поскольку при колебаниях системы все амплитуды не могут равняться нулю, нулю равен определитель

$$\det(\mathbf{C} - \mathbf{I}k^2) = 0. \quad (1.11)$$

Уравнение (1.11) получило название векового уравнения, так как впервые его рассмотрели Лагранж и Лаплас в теории вековых возмущений элементов планетных орбит (оно также называется уравнением частот).

Вековое уравнение (1.11) является уравнением s -й степени относительно k^2 , число его корней равно числу степеней свободы системы. Эти корни принято располагать в порядке возрастания $k_1 < k_2 < \dots < k_s$, при этом они образуют спектр собственных частот. Каждому корню k_i соответствует частное решение вида (1.9), совокупность s амплитуд $A_{1j}, A_{2j}, \dots, A_{sj}$ представляют собой j -ю форму колебаний, а общее решение – сумму этих решений.

Лагранж придал утверждению Д. Бернулли о том, что общее колебательное движение системы дискретных точек состоит в одновременном совершении всех ее гармонических колебаний, вид математической теоремы, воспользовавшись теорией интегрирования дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, созданной Эйлером в 40-е годы XVIII в. и достижениями д'Аламбера, показавшего, как интегрируются системы таких уравнений [177, с. 458]. При этом надо было доказать, что корни векового уравнения вещественны, положительны и не равны между собой.

Таким образом, в «Аналитической механике» Лагранж получил уравнение частот в общем виде. Вместе с тем он повторяет ошибку, допущенную д'Аламбером в 1761 г., о том, что кратные корни векового уравнения соответствуют неустойчивому решению, так как якобы при этом в решении появляются вековые или секулярные члены, содержащие t не под знаком синуса или косинуса [177, с. 453]. В связи с этим и

д'Аламбер, и Лагранж считали, что уравнение частот не может иметь кратных корней (парадокс д'Аламбера – Лагранжа). Достаточно было Лагранжу рассмотреть хотя бы сферический маятник или колебания стержня, сечение которого является, например, круглым или квадратным, чтобы убедиться, что кратные частоты в консервативных механических системах возможны. Однако Лагранж всегда пренебрегал примерами, в то время как Ньютон утверждал, что примеры не менее поучительны, чем теоретические выкладки. Леонард Эйлер же всегда начинал свои работы с примеров и только потом переходил к теории.

Ошибка, допущенная в первом издании «Аналитической механики» повторилась и во втором издании (1812 г.), вышедшем еще при жизни Лагранжа, и в третьем (1853 г.), изданным под редакцией знаменитого математика Жозефа Бертрана. Научный авторитет д'Аламбера и Лагранжа был так высок, что эту ошибку повторили и Лаплас, и Пуассон, а исправили ее только лишь спустя почти 100 лет независимо друг от друга в 1858 г. К. Вейерштрасс и, через несколько месяцев, в 1859 г. – Осип Иванович Сомов (1815–1876).

О. И. Сомов внес большой вклад в развитие теории колебаний дискретных систем [68, с. 56]. Особо важное место в его творчестве занимает работа «*Sur l'équation algébrique à l'aide de laquelle on détermine les oscillations très petites d'un système de points matériels*», опубликованная в *Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St. Petersburg*. т. 1 № 14 (1859). Подробное изложение статьи «Об алгебраическом уравнении, с помощью которого определяются малые колебания системы материальных точек» в переводе с французского приведен в [68, с. 60–74]. В ней Сомов показал, что корни векового уравнения вещественны и положительны. Кратные корни в нем возможны и не приводят к неустойчивости движения, так как речь идет не об одном уравнении, а о системе уравнений. Сомов также рассматривает случай, когда корень равен нулю. Тогда искомая функция растет со временем, т.е. равновесие является неустойчивым, что, однако, не противоречит теореме Лагранжа – Дирихле, так как она в этом случае неприменима, ибо потенциальная энергия не имеет при нулевых значениях координат изолированного минимума [68, с. 74]. Рэлей отмечал, что впервые аналитическая теория общего случая свободных колебаний, где координаты не являются нормальными, была разобрана Сомовым [295, с. 131].

Таким образом, для определения частот и форм свободных колебаний линейной системы без сопротивления нужно решить вековое уравнение (1.11). Алгебраическими уравнениями высших степеней занимались многие астрономы и математики. Среди них Лаплас, Лагранж, Леверрье, Эйлер и др. Пытаясь отыскать формулу для решения в радикалах уравнения s -й степени, Эйлер нашел общий вид корней для любого уравнения степени не выше четвертой. Но свести общее буквенное уравнение пятой степени к уравнениям низших степеней ему не удалось. В 1770–71 гг. Лагранж предпринял систематическое исследование всех методов решения и пришел к выводу: «Очень сомнительно, чтобы методы ... могли бы дать полное решение уравнения 5-й степени» [234, с. 138–139]. В 1799 г. итальянский математик П. Руффини (с пробелами), а в 1826 г. норвежский математик Н. Г. Абель (полностью) доказали, что алгебраические уравнения степени выше четвертой с буквенными коэффициентами не решаются в радикалах. В 1829 г. Ж. Штурм предложил свой метод для отделения корней уравнения. В «Лекциях по алгебраическому и трансцендентному анализу» (1837) Остроградский проанализировал, упростил и изложил важнейшие методы, начиная от метода Ньютона и кончая методом Штурма [234, с. 140].

Однако проблемой было не только решение векового уравнения, но и, в большей степени, составление его, так как развернутый определитель (1.11) имеет $s!$ слагаемых, например, для системы с десятью степенями свободы их будет 3 628 800. При 20 степенях свободы количество слагаемых уже $2\,432\,902\,008\,176\,640\,000 \approx 2,433 \cdot 10^{18}$, а время раскрытия такого определителя для самой мощной ЭВМ 1970-х гг., выполняющей 1 млн. операций в секунду, составляет примерно 1,5 млн. лет, а для современного компьютера «всего» несколько сот лет.

Задачу определения частот и форм свободных колебаний можно также рассматривать как задачу линейной алгебры и решать численно. Переписав равенство (1.10) в виде

$$\mathbf{I}^{-1} \mathbf{C} \vec{A} = k^2 \vec{A},$$

заметим, что матрица-столбец \vec{A} является собственным вектором матрицы

$$\Gamma^{-1}C, \quad (1.12)$$

а k^2 ее собственным значением.

Решение проблемы собственных значений и векторов является одной из самых привлекательных задач численного анализа [319, с. 173]. При этом для решения всех задач, встречающихся на практике, нельзя предложить единого алгоритма. Выбор алгоритма зависит от вида матрицы, а также от того, нужно ли определять все собственные значения или только наименьшие (наибольшие) или близкие к данному числу. В 1846 г. Карл Густав Якоб Якоби (1804–1851) для решения полной проблемы собственных значений предложил в статье «Über ein leichtes Verfahren, die in der Theorie der Säkularstörungen Vorkommenden Gleichungen numerisch aufzulösen» итерационный метод вращений [319, с. 182]. Метод основан на такой бесконечной последовательности элементарных вращений, которая в пределе преобразует матрицу (1.12) в диагональную. Диагональные элементы полученной матрицы и будут искомыми собственными значениями. При этом для определения собственных значений требуется $30n^3$ арифметических операций, а для собственных векторов еще $20n^3$ операций [146, с. 181]. В связи с этим метод в XIX в. не нашел применения и был забыт более чем на сто лет.

Следующим важным шагом в развитии теории колебаний были работы Рэля*, особенно его фундаментальный труд «Теория звука» («The Theory of Sound»), впервые опубликованный в 1877 г. и изданный на русском языке только в 1940–44 гг. и повторно в 1955 г. В этой книге Рэлей с единой точки зрения рассматривает колебательные явления в механике, акустике и электрических системах. Основное и непреходящее значение «Теории звука» состоит в том, что она является первым систематическим изложением общего учения о колебаниях. Она подытожила предшествующие достижения в этой области и наметила ряд проблем и направлений для развития теории колебаний [295, предисловие редактора, с. 10]. Рэлею принадлежит ряд фундаментальных теорем линейной теории колебаний (теоремы о стационарности и свойствах собственных частот), которые были опубликованы в большой работе

* Лорд Рэлей до получения в 1873 г. титула после смерти отца Джон Уильям Стретт (1842–1919). Правильнее английское Rayleigh писать Рэйли, некоторые авторы пишут Рэйлей, однако мы остановимся на более привычном написании – Рэлей.

«Некоторые общие теоремы, касающиеся колебаний» («Some General Theorems Relating to Vibrations») в 1873 г. и обобщены в «Теории звука» [295, с. 131–140]. Там же Рэлей сформулировал и принцип взаимности [295, с. 174–175]. По аналогии с кинетической и потенциальной энергией он ввел диссипативную функцию

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s b_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad (1.13)$$

которая является однородной квадратичной функцией скоростей, положительной для всех значений переменных. Функция получила имя Рэрея и представляет собой половину скорости рассеивания энергии [295, с. 122–124].

В «Теории звука» Рэлей также предлагает приближенный метод определения первой собственной частоты консервативной системы

$$k_1^2 = \Pi_{\max} / T_{\max}^*, \quad (1.14)$$

где $T_{\max}^* = T_{\max} / k^2$ [295, с. 132]. При этом для вычисления максимальных значений потенциальной и кинетической энергий берется некоторая форма колебаний. Если она совпадет с первой формой колебаний системы, мы получим точное значение первой собственной частоты, а в противном случае это значение всегда завышено [25, с. 174]. Метод дает вполне приемлемую для практики точность, если в качестве первой формы колебаний взять статическую деформацию системы.

Таким образом, еще в XIX веке в трудах О. И. Сомова и Рэрея сформировалась методика построения дифференциальных уравнений, описывающих малые колебательные движения дискретных механических систем с помощью уравнений Лагранжа II рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = Q_j(t), \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (1.15)$$

где в обобщенную силу $Q_j(t)$ должны быть включены все силовые факторы, за исключением упругих и диссипативных, охваченных функциями R и Π .

Уравнения Лагранжа (1.15) в матричной форме, описывающие вынужденные колебания механической системы, после подстановки всех функций выглядят так

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \vec{\mathcal{Q}}(t). \quad (1.16)$$

Здесь \mathbf{B} — матрица демпфирования, а $\ddot{\mathbf{q}}$, $\dot{\mathbf{q}}$ и \mathbf{q} — векторы-столбцы соответственно обобщенных координат, скоростей и ускорений. Общее решение данного уравнения состоит из свободных и сопровождающих колебаний, которые всегда являются затухающими и вынужденных колебаний, происходящих с частотой возмущающей силы. Ограничимся рассмотрением только частного решения, соответствующего вынужденным колебаниям. В качестве возбуждения Рэлей рассматривал обобщенные силы, изменяющиеся по гармоническому закону. Многие относили этот выбор к простоте рассматриваемого случая, однако Рэлей приводит более убедительное объяснение — разложение в ряд Фурье. Используя это разложение для обобщенных сил

$$\mathcal{Q}_j(t) = \mathcal{Q}_0 + \sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_{ji}^c \cos(i\omega t) + \mathcal{Q}_{ji}^s \sin(i\omega t), \quad (j = 1, 2, \dots, s) \quad (1.17)$$

и принцип суперпозиции, запишем решения в виде

$$q_j = \sum_{i=1}^N A_{ji}^c \cos(i\omega t) + A_{ji}^s \sin(i\omega t), \quad j = 1, 2, \dots, s. \quad (1.18)$$

При поочередной подстановке (1.18) в (1.16) получим для каждой гармоники систему $2s$ линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} (\mathbf{C} - \mathbf{I}i^2\omega^2) \vec{A}_i^s - \mathbf{B}i\omega \vec{A}_i^c = \vec{\mathcal{Q}}_i^c; \\ \mathbf{B}i\omega \vec{A}_i^s + (\mathbf{C} - \mathbf{I}i^2\omega^2) \vec{A}_i^c = \vec{\mathcal{Q}}_i^s. \end{cases} \quad (1.19)$$

Таким образом, для механической системы, имеющей свыше двух степеней свободы, решение системы уравнений (1.19) представляет определенные трудности, которые лавинообразно возрастают при возрастании порядка системы. Уже при пяти — шести степенях свободы задача о вынужденных колебаниях классическим способом вручную решена быть не может.

В теории колебаний механических систем малые (линейные) колебания дискретных систем сыграли особую роль. Разработанная для линейных систем спектральная теория не требует даже построения дифференциальных уравнений, а для получения решения можно сразу записать системы линейных алгебраических уравнений. Хотя в середине XIX века и были разработаны методы определения собственных векторов и собственных значений (Якоби), а также решения системы линейных алгебраических уравнений (Гаусс), о практическом их применении даже для систем с небольшим числом степеней свободы не могло быть и речи. Поэтому до появления достаточно мощных ЭВМ было разработано множество различных способов решения задачи о свободных и вынужденных колебаниях линейных механических систем. Многие выдающиеся ученые – математики и механики занимались этими задачами, речь о них пойдет ниже. Появление мощной вычислительной техники позволило не только в доли секунды решать линейные задачи большой размерности, но и автоматизировать сам процесс составления систем уравнений.

1.4. Развитие теории колебаний континуальных систем

Задачи на колебания континуальных систем, т.е. систем, массы которых считаются распределенными непрерывно (твердых тел) близки к задачам сопротивления материалов и теории упругости. Поэтому теория колебаний континуальных систем развивалась вслед за этими дисциплинами. Задачи на колебания упругих тел рассматривались как колебания континуума точек с предельным переходом к бесконечности. В отличие от дискретных механических систем, континуальные описываются дифференциальными уравнениями в частных производных. При этом рассматривается однородный изотропный материал, подчиняющийся закону Гука.

Из всех задач колебаний континуальных систем наибольшее практическое значение имела задача о поперечных колебаниях валов и балок. Простейшие случаи колебаний призматических стержней были

исследованы еще в XVIII веке в трудах по акустике [311, с. 501]. Но до решения задач, имеющих практическое значение – задач для балок переменного поперечного сечения, особенно определение высших частот, было еще далеко, понадобились еще две сотни лет и разработка приближенных методов интегрирования дифференциальных уравнений. Дело осложнялось тем, что тогда еще не было сформулировано понятие сплошной среды, да и более простая задача о статическом изгибе балок полностью не была решена. Начало изучению сопротивления материалов – науки, без которой невозможно было развитие теории колебаний континуальных систем, положил Галилей. Он рассмотрел задачу об изгибе консольной балки и ввел понятие напряжений. При этом великий ученый делает одну ошибку, полагая, что нейтральная линия находится на внутренней поверхности деформированной балки [140, с. 162, 163].

Другой важнейшей вехой в исследованиях деформаций было установление в 1660 г. Р. Гуком их пропорциональности при растяжении – сжатии действующей силе. В 1680 г. французский физик и механик, основатель Французской АН Эдм Мариотт (1620–1684) независимо от Гука открыл этот закон и распространил его на случай изгиба [142, с. 303]. Мариотт исправил ошибку Галилея, приняв другой закон распределения напряжений при изгибе, и поместил нулевую точку в середине высоты сечения, признав тем самым наличие сжатых волокон. Однако из-за допущенной ошибки он посчитал, что на момент сопротивления балки это влияния не оказывает. В 1702 г. Пьер Вариньон (1654–1722) получил формулы Галилея и Мариотта как частные случаи своей теории, поместив при этом нейтральную линию также на вогнутой стороне балки. Яков Бернулли в 1705 г., хотя и признал наличие сжатых волокон на вогнутой стороне, повторил ошибку Мариотта, с работами которого, похоже, не был знаком. На основании своего ошибочного расчета он даже вывел неверную теорему о том, что положение нейтральной линии не оказывает никакого влияния на сопротивление изгибу и благодаря своему колоссальному авторитету, тем самым задержал на целое столетие развитие учения об изгибе [30, с. 30].

Первое правильное решение задачи о прочности балки при изгибе дал французский военный инженер Антуан Паран (1666–1716) в 1713 г.,

однако его работа осталась незамеченной современниками. Это решение в 1729 г. подтвердил петербургский академик Георг Бернгард Бильфингер (1693–1750), но и его работа на эту тему, первая работа в России по строительной механике, также прошла незамеченной. Только в 1773 г., через 60 лет после Парана, Ш. Кулон, незнакомый с его работами, повторил решение задачи об изгибе балки, но еще долго заблуждения продолжали повторяться. Последнее неправильное решение, уже для случая балки несимметричного профиля, было опубликовано в трудах Дюло и Тредгольда в 1820 г. Наконец, окончательно правильное решение в 1824 г. получил Навье, который и опубликовал его в 1826 г. [140, с. 164–165]. Таким образом, решение данной задачи заняло 188 лет, если считать от первой работы Галилея, что убедительно демонстрирует, как сложно развивалась наука в XVII – XVIII веках.

Для решения задачи о поперечных колебаниях призматического стержня не требуется полного решения задачи об изгибе, поэтому первые исследования этой проблемы начались после получения Я. Бернулли уравнения изгиба стержня. Если Галилей и Мариотт исследовали прочность балки, то швейцарский математик поставил задачу о вычислении прогибов. В 1703 г. он применил к исследованию упругой линии изогнутой полосы (он называл брус полосой) исчисление бесконечно малых и получил уравнение

$$\frac{K}{\rho} = M, \quad (1.20)$$

где K – коэффициент пропорциональности (жесткость на изгиб), ρ – радиус кривизны изогнутой оси, M – изгибающий момент. При этом, как уже упоминалось, жесткость балки на изгиб он определяет неверно.

Первым поперечные колебания балок (стержней) постоянного поперечного сечения рассмотрел племянник Якова – Даниил Бернулли. Он использовал для вывода уравнений упругих кривых вариационное исчисление. Д. Бернулли представил всю силу, заключающуюся в упругой полосе одним выражением, которое он назвал потенциальной силой, и установил, что это выражение должно быть минимальным. Теперь мы называем этот интеграл энергией деформации

$$\Pi = \frac{K}{2} \int_0^s \frac{ds}{\rho^2}.$$

Эту идею Д. Бернулли в одном из писем сообщил Эйлеру, который в выражении (1.20) в качестве кривизны взял производную $\frac{d^2 y}{dz^2}$. Здесь z – координата поперечного сечения балки, а y – ее вертикальное перемещение. После этого путем двойного дифференцирования Эйлер получил уравнение равновесия балки

$$K \frac{d^4 y}{dz^4} = q(z), \quad (1.21)$$

где $q(z)$ – интенсивность внешней поперечной нагрузки. Подставляя в качестве поперечной нагрузки силу инерции, Эйлер в 1744 г. вывел уравнение малых свободных колебаний призматических стержней

$$K \frac{d^4 y}{dz^4} = -\mu \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad (1.22)$$

где μ – масса, приходящаяся на единицу длины стержня. Тогда же Эйлер дал его решение четырехкратным интегрированием, которое изложил в книге [361]. Но в 1778 г. Эйлер представил решение уравнения (1.22) в иной форме, где вместо четырехкратного интегрирования вычисляется один интеграл. В результате им была полностью решена задача о колебаниях призматических стержней при различных граничных условиях. Это решение было опубликовано в «Acta Academiae Petropolitanae» за 1782 г. [164, с. 298].

Эйлер также изучал колебания однородной мембраны и в 1765 г. вывел уравнение

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = a^2 \frac{d^2 z}{dx^2} + b^2 \frac{d^2 z}{dy^2}.$$

Рассматривая мембрану как пластинку, Эйлер исходил из несоответствующих характеру задачи предпосылок и не получил

удовлетворительного результата. То же касается работ его последователей М. Е. Головина и А. Лекселя. В 1766 г. Эйлер попытался вывести дифференциальные уравнения колебаний колокола, но допустил ошибку, считая, что кольца и пластины на которые он разбил колокол, колеблются независимо друг от друга.

Лагранж дал более точное уравнение малых колебаний мембраны под действием силы тяжести

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 z}{dy^2} \right).$$

Уравнение колебаний пластинки также получено Лагранжем [140, с. 270]. Интерес к проблеме колебаний пластин пробудился после эффектных экспериментов, проведенных Эрнстом Флоренсом Фридрихом Хладни (1756–1827). В своей книге по акустике (Chladni E. Die Akustik. Leipzig, 1802) он описал эти эксперименты [311, с. 146]. Хладни покрывал пластинку слоем сухого мелкозернистого песка, после чего возбуждал в ней колебания обыкновенным смычком и получал узловые линии, соответствующим различным частотам колебаний. В 1809 г. Парижская АН пригласила экспериментатора показать свои опыты в присутствии императора Наполеона, на которого демонстрация произвела сильное впечатление, и Хладни получил денежную награду в 3 000 франков, а Парижская АН объявила конкурс на создание математической теории, подтверждающей эти опыты.

В конкурсе приняла участие Софи Жермен, которая была знакома с работой Эйлера [361] и решила также воспользоваться вариационным исчислением, записав энергию деформации пластинки в виде

$$\Pi = A \iint \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)^2 ds. \quad (1.23)$$

Но при вычислении вариации интеграла (1.23) она допустила серьезную ошибку и правильного решения не получила. Однако труд С. Жермен не отвергли, а продлили срок конкурса, дав возможность

закончить работу. Вот что она сама пишет по этому поводу: «К счастью, один из членов жюри, Лагранж, оценил исходные предположения и вывел уравнение, которое я должна была бы получить, если бы не погрешила против правил вычисления» [140, с. 271]

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = k^2 \left(\frac{d^4 z}{dx^4} + 2 \frac{d^4 z}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 z}{dy^4} \right).$$

Что касается конкурса, то и вторая попытка С. Жермен была неудачной, так как начальное допущение (1.23) не было физически обосновано. И только с третьей попытки, в 1816 г. премия, наконец, была получена.

Кроме двумерных уравнений, Лагранжем было выведено уравнение для распространения колебаний (волн) и в трехмерной однородной неограниченно протяженной во всех направлениях среде

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{d^2 u}{dz^2} \right).$$

Однако решения конкретных задач в XVIII в. были получены только в одномерных задачах. Для более сложных задач не хватало знаний в области сопротивления материалов. Тем не менее, успехи физической теории имели глобальное значение.

- Было осознано значение ограничения малости колебаний для линейной постановки задач;
- введен принцип суперпозиции решений;
- вошли в научный обиход понятия частоты, периода и амплитуды колебаний;
- в задаче о колебаниях струны в математической форме была установлена связь между колебаниями и волнами.

В начале XIX в. самой передовой в Европе была французская математическая школа. Именно ее представители А. Навье, О. Коши, Д. Пуассон, Г. Ламе и Э. Клапейрон в 20–30-е гг. заложили основы теории упругости. В 1821 г. Навье представил Парижской академии наук «Мемуар о законах равновесия и движения упругих твердых тел», в котором были получены уравнения равновесия упругого тела. Вводя

инерционные члены, Навье получил также и уравнения колебаний твердого тела. Именно от этого мемуара ведет свою историю механика твердого деформируемого тела [141, с. 48–49]. В следующем, 1822 г. французский математик Огюстен Луи Коши (1789–1857) в работе «Исследование равновесия и внутреннего движения твердых тел и жидкостей, упругих и неупругих» развил общий континуальный подход в механике сплошной среды. Он, с помощью предложенного Л. Эйлером метода выделения элементарного объема и рассмотрения действующих на него сил, получил общие уравнения равновесия сплошной среды в напряжениях и установил свойства взаимности напряжений. В результате им получены классические уравнения динамики изотропного упругого тела.

Уравнения теории упругости содержат производные от смещений, т.е. определяют деформации тел. Условия совместности деформаций получены Барре де Сен-Венаном (1797–1886) в 1860 г. Условия совместности для напряжений получены итальянским математиком Эудженио Бельтрами (1835–1900) в 1892 г. и в более общей форме австралийским математиком и механиком Джоном Генри Мичеллом (1863–1940) в 1899 г. Важный вопрос о единственности решения задачи теории упругости исследован Г. Р. Кирхгофом (1824–1887) в 1858 г., а вопрос о его существовании позже, в XX веке. Первыми применили общие уравнения равновесия упругих тел к реальным задачам Г. Ламе и Э. Клапейрон в 1827–1828 гг. В мемуаре «О внутреннем равновесии однородных твердых тел» (Lame et Clapeyron *Mémoire sur l'équation intérieure des corps solides homogènes*.— *J. reine und angew. Math.*, 1831, Bd. 7, H. 2, S. 2–4) они рассмотрели задачи о растяжении бесконечной призмы, кручении бесконечного кругового цилиндра, равновесии шара под действием взаимного притяжения его частиц, равновесии полого кругового цилиндра и шара под действием внутреннего и внешнего давления. В 1828 г. Коши и Дени Пуассон (1781–1840) применили общие уравнения для оценки пригодности элементарной теории изгиба тонких стержней, а в 1829 г. Коши вывел приближенные формулы для кручения тонких прямоугольных стержней. Эти исследования дали толчок для развития Сен-Венаном общей теории изгиба и кручения призматических стержней – крупнейшего практического достижения теории упругости середины XIX в. [141, с. 54–56]. Его работами открывается эпоха инженерных приложений теории упругости.

Обстоятельные исследования колебаний различных стержней были начаты Пуассоном и продолжались в течение всего XIX века. В 1833 г. во втором издании двухтомного «Трактата по механике» («Traité de mécanique») он рассматривает изгиб и поперечные колебания балок, применяя уравнения (1.21) и демонстрирует преимущество этого уравнения перед обычно используемым в технике уравнением (1.20).

Колебаниям упругих тел в XIX в. были посвящены многочисленные исследования. Интегралы уравнений колебания упругого пространства были получены Д. Пуассоном и М. В. Остроградским в конце 20-х гг. Тогда же Пуассон обнаружил существование двух волн, распространяющихся в изотропном упругом теле, со скоростями, относящимися как $\sqrt{3}:1$. Дж. Г. Стокс (1819–1903) показал, что более быстрая волна – это продольная волна объемного сжатия, а медленная – поперечная волна вихря смещений, не вызывающая изменения плотности.

Задача колебаний круговой пластины была решена Г. Р. Кирхгофом [314, с. 310]. Он также вычислил частоты некоторых видов колебаний для пластинки со свободным контуром. Продольные и крутильные колебания стержней были впервые исследованы Хладни [295, с. 276]. В «Теории звука» Релей предлагает свой, более полный вывод уравнения продольных колебаний стержня, аналогичного уравнению колебаний струны постоянной плотности:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

где x – расстояние слоя частиц, составляющих некоторое сечение от положения равновесия одного конца, когда стержень не растянут ни постоянным натяжением, ни в результате колебаний; u – смещение, так что действительное положение сечения будет $x + u$; $a^2 = \frac{E}{\rho}$, E –

модуль Юнга, ρ – плотность. Скорость a найдена относительно стержня в нерастянутом состоянии. Действительная же величина скорости распространения возмущения в пространстве будет больше в отношении, равном отношению растянутой и нерастянутой длин произвольной части стержня. Когда оба конца стержня свободны, он не испытывает постоянного натяжения, т.е. условием для свободного конца является

$$\frac{du}{dx} = 0 .$$

В «Теории звука» Рэлей приводит полное решение задачи о свободных колебаниях стержня с обоими свободными концами:

$$u = \sum_{i=0}^{\infty} \cos \frac{i\pi x}{l} \left(A_i \cos \frac{i\pi at}{l} + B_i \sin \frac{i\pi at}{l} \right) ,$$

где A_i и B_i – произвольные постоянные, которые можно определить, если заданы начальные значения u и \dot{u} .

Рэлей также рассматривает случаи стержней с одним закрепленным концом (как случай стержня со свободными концами, но двойной длины), случай двух закрепленных концов и случай точечной нагрузки [295, с 270–272]. С. П. Тимошенко рассматривает вынужденные продольные колебания стержня, в 1909 г. в Известиях Киевского политехнического института вышла его работа, посвященная этому вопросу.

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний неоднородного стержня имеет вид

$$\frac{d^2}{dt^2} \left\{ EJ(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \right\} = -\rho \omega(x) \frac{d^2 y}{dt^2} ,$$

где ω – площадь, J – момент инерции поперечного сечения стержня.

Аналитическое исследование некоторых частных случаев колебаний стержней переменного поперечного сечения впервые проведены Кирхгофом [295, с. 316]. Рассматривая вибрации клинообразного стержня, он путем остроумного преобразования заменяет уравнение четвертого порядка двумя уравнениями второго порядка и интегрирует их с помощью степенных рядов. Дж. Морроу в работе «О поперечных колебаниях брусьев» (J. Morrow On the lateral Vibration of Bars, Phil. Mag. 10 113–125, 1905) решает эту же задачу с помощью метода Рэля. При этом он предполагает, что стержень искривляется по параболе второго порядка. Наконец, П. Ф. Вард в 1913 г. опубликовал работу (P. F. Ward The transversal Vibration of a Rod of Varying Gross-Section, Phil. Mag. 25 85–106, 1913), в которой рассмотрел поперечные колебания стержня переменного сечения [106, с. 164].

Таким образом, в течении XVII–XIX вв. были разработаны аналитические методы расчетов в основном свободных колебаний различных твердых тел геометрически правильной формы. При этом теоретические результаты были проверены соответствующими экспериментами. Этим методика составления и решения дифференциальных уравнений получила подтверждение. Как будет показано ниже, эти результаты имели большое значение и при решении задач для тел более сложной формы.

В 1915 г. Екатеринославским горным институтом была издана «Теория вибраций» А. Н. Динника [106]. В ней даны решения многих задач вибраций струн, стержней, пластин и объемных тел. Так, например, исследованы задачи о продольных и поперечных колебаниях стержней переменного сечения: клина, конуса, усеченного конуса и др. Рассмотрены колебания кругового цилиндра, как сплошного, так и полого, крутильные колебания диска.

Теория упругости стала основой для исследования колебаний континуальных систем. Мы не будем здесь более останавливаться на отдельных исследованиях по теории упругих колебаний, которые можно найти практически у всех авторов XIX в., занимавшихся теорией упругости. Отметим только, что история исследований упругих колебаний струн, стержней, мембран, пластинок и оболочек достаточно подробно представлена в монографии Рэлея «Теория звука», первый том которой целиком посвящен колебаниям упругих систем [295]. Эта книга оказала существенное влияние не только на развитие теории колебаний, но и на всю прикладную теорию упругости. Идея определения частот колебаний упругих систем без решения соответствующих дифференциальных уравнений, заложенная в ней, определила дальнейшее развитие механики деформируемого твердого тела.

1.5. Развитие методов решения нелинейных дифференциальных уравнений

В рассматриваемый период развития теории колебаний большинство задач решалось с помощью линеаризации и в течение XVIII–XIX веков теория малых, линейных колебаний была развита достаточно хорошо. В то время понятие малости колебаний отождествлялось с линейностью

модели, хотя на самом деле это не всегда выполняется, например, для нелинейностей типа «зазор» или «натяг». При записи линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами предполагается, что упругие восстанавливающие силы пропорциональны деформации, т.е. выполняется закон Гука, а сопротивление пропорционально скорости (линейное вязкое трение). Для линейной механической системы с одной степенью свободы дифференциальное уравнение движения выглядит так

$$\ddot{q} + 2n\dot{q} + k^2q = F(t), \quad (1.24)$$

где q – обобщенная координата, \dot{q} – обобщенная скорость, \ddot{q} – обобщенное ускорение, n – приведенный коэффициент демпфирования, k – собственная частота, которая определяется обобщенным упругим коэффициентом c^* и коэффициентом инерции m^* , $k = \sqrt{\frac{c^*}{m^*}}$, $F(t)$ – обобщенная возмущающая сила, приведенная к единице инерционной характеристики $F(t) = \frac{Q_{возм}(t)}{m^*}$.

Даже слабая нелинейность порой приводит к эффектам, которые не могут быть объяснены в линейной постановке, т.е. мы имеем дело с нелинейной системой, свойства которой существенно отличаются от свойств линейной:

1. В линейной системе свободные колебания являются изохронными, т.е. их частота не зависит от амплитуды, которая, в свою очередь, определяется начальными условиями. Расчет свободных колебаний тогда заключается в определении собственных частот и форм. В нелинейных системах частота колебаний зависит от амплитуды и при ее уменьшении с ростом амплитуды нелинейная характеристика называется мягкой, а при увеличении – жесткой. Таким образом, в нелинейных системах нет понятия собственных частот.

2. В линейной системе колебания симметричны относительно положения равновесия, а в нелинейной, в случае несимметричной нелинейной характеристики – нет. В этом случае вместо понятия амплитуда колебаний можно говорить только об их размахе.

3. В случае действия периодических возмущающих сил, колебания в линейной системе могут быть разделены на свободные, которые со временем затухают и вынужденные – незатухающие. Практическое значение имеют только вынужденные колебания, амплитуды которых не зависят от начальных условий. В случае нелинейной системы возможна многозначность режимов колебаний, и то, какой из возможных режимов реализуется, зависит от начальных условий. При этом не все режимы колебаний являются устойчивыми.

4. Вынужденные колебания в линейной системе при действии гармонической возмущающей силы происходят только с ее частотой. При близости этой частоты к собственной частоте колебаний системы возможно резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний – резонанс. В нелинейной же системе возможны колебания и с кратными частотами. Если решение содержит высшие гармоники с частотами 2ω , 3ω и т.д., то колебания называются супергармоническими, а если – низшие гармоники с частотами $\omega/2$, $\omega/3$ и т.д., то субгармоническими. Здесь буквой ω обозначена частота возмущающей силы. Таким образом, в нелинейных системах возможно существование нескольких резонансных режимов.

5. При действии негармонических возмущающих сил, они могут быть разложены в ряд Фурье, и общее решение в линейной системе получается путем сложения решений от каждой гармонической составляющей в отдельности, так называемый принцип суперпозиции решений. В нелинейных системах этот принцип неприменим.

6. Линейные свободные колебания всегда затухающие, тогда как в нелинейных системах возможны незатухающие колебания и при наличии сопротивления. Энергия в этом случае пополняется за счет неколебательного источника. Это так называемые автоколебательные системы. Примером такой системы могут служить часы.

Нелинейность механических систем проявляется в случаях, когда упругая восстанавливающая сила нелинейно зависит от смещения точек системы от положения равновесия. Иногда это связано с характеристиками применяемых материалов, например, резина или кожа имеют жесткую характеристику, вид которой показан на рис. 1.3. Чугун и бетон,

наоборот, имеют характеристику мягкую, см. рис. 1.4. Часто в машинах применяются пружины (рессоры) коэффициент жесткости которых зависит от деформации. Применяются также соединительные элементы (муфты) со специальными нелинейными характеристиками. Весьма распространены нелинейности, носящие технологический характер, например, зазоры в зубчатых и шлицевых соединениях.

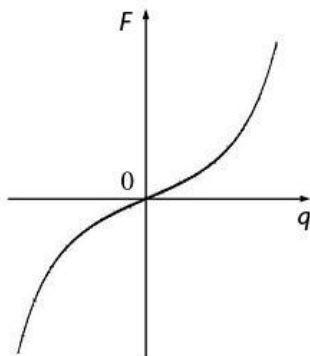


Рис. 1.3. Жесткая нелинейная характеристика

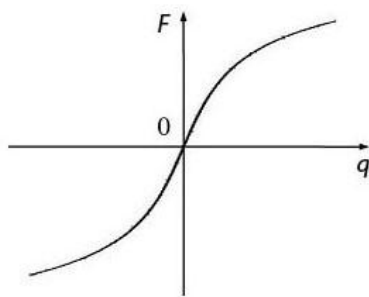


Рис. 1.4. Мягкая нелинейная характеристика

Другой вид нелинейности системы имеет место, когда силы сопротивления движению нельзя представить линейной функцией скорости. При этом упругие силы могут иметь и линейный характер.

Значительная часть динамических процессов описывается нелинейными дифференциальными уравнениями с малым параметром вида

$$\ddot{q} + k^2 q + \varepsilon f(q, \dot{q}) = F(t), \quad (1.25)$$

где ε — малая величина. Уравнение (1.25) обязательно строится таким образом, что при $\varepsilon = 0$ оно является линейным. В механике такие модели описывают колебания маятника, поддресоренного экипажа, а также деформируемых систем, в которых связь между перемещениями и деформациями является нелинейной. Например, колебания силовых передач с зубчатым зацеплением, лопаток турбин, лопастей вертолетов, элементов робототехнических систем и т.д. Нелинейными уравнениями описываются также колебания пластин и оболочек, являющихся частями

ракетной и космической техники. Кроме того, только нелинейные модели описывают такие явления, как параметрические или автоколебания.

Учение о нелинейных колебаниях зародилось в XVIII столетии и стимулировалось, главным образом, потребностями астрономии, например, знаменитая задача трех тел. Одним из наиболее распространенных методов исследования нелинейных задач, которым с успехом пользовались астрономы, был способ разложения искомых функций, удовлетворяющих дифференциальным уравнениям, по степеням малого параметра ε , входящего в данные дифференциальные уравнения. Значительно позже появились потребности в решении нелинейных задач в физике, а затем и в механике. Задачи последней потребовали более сложного математического аппарата, и с его развитием появилось новое направление механики, получившее название «нелинейной механики».

Степенные ряды для интегрирования дифференциальных уравнений начали применять одновременно с разработкой основ дифференциального и интегрального исчисления. Уже в ряде статей и мемуаров Ньютона, Лейбница, Якова и Иоганна Бернулли дано систематическое изложение метода неопределенных коэффициентов для решения дифференциальных уравнений. Дальнейший шаг в этом направлении был сделан Эйлером, который предложил искать решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ при начальном условии $y(0) = 0$ в виде степенного ряда

$$y(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots, \text{ где } a_n = \frac{y^{(n)}(0)}{n!}; a_1 = y'(0) = f(x, y) \Big|_{x=0, y=0};$$

$$y'' = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} y'; y''' = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} y' + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} y'^2 + \frac{\partial f}{\partial y} y''; \dots$$

В XIX веке появился математический аппарат решения нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр. Он применялся астрономами для решения задач возмущенного движения планет Солнечной системы. Для примера рассмотрим уравнение

$$\ddot{q} + k^2 q + \varepsilon f(q) = 0, \quad (1.26)$$

где $f(q)$ – полином. Начальные условия принимаются в виде

$$q(0) = a; \quad \dot{q}(0) = 0, \quad (1.27)$$

а начальные условия с ненулевой обобщенной скоростью могут быть выбором начала отсчета времени приведены к виду (1.27).

Одним из первых методов разложения решения уравнения (1.26) в ряд по степеням малого параметра ε предложил Пуассон в своей «Механике». Решение принимается в виде

$$q = y_0 + \varepsilon y_1 + \varepsilon^2 y_2 + \dots + \varepsilon^n y_n. \quad (1.28)$$

Здесь $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ — неизвестные функции. Подставляя (1.28) в уравнение (1.26), получают систему уравнений:

$$\ddot{y}_0 + k^2 y_0 = 0; \quad \ddot{y}_1 + k^2 y_1 = f_1(y_0); \quad \ddot{y}_2 + k^2 y_2 = f_2(y_0, y_1); \quad \dots \quad (1.29)$$

с начальными условиями

$$y_0(0) = a; \quad \dot{y}_0(0) = 0; \quad y_1(0) = 0; \quad \dot{y}_1(0) = 0; \quad y_2(0) = 0; \quad \dot{y}_2(0) = 0; \quad \dots$$

Для четной функции $f(q)$ решение получается периодическим, но если $f(q)$ будет включать и нечетные степени переменной q , в правой части уравнения системы (1.29), которым определяются решения y_2, y_3, \dots наряду с членами, гармонически зависящими от времени, появятся секулярные (вековые) члены вида $t^m \sin \alpha t$ и $t^m \cos \alpha t$, которые при возрастании t будут расти. Таким образом, пользоваться найденным решением можно лишь для малых значений переменной t . Ниже приводится решение уравнения*

$$\ddot{q} + q = \varepsilon q^3 \quad (1.30)$$

при начальных условиях

$$q(0) = 1; \quad \dot{q}(0) = 0, \quad (1.31)$$

полученное с точностью до второго приближения

* В математике это уравнение носит название уравнения Дуффинга

$$q = \cos t + \frac{\varepsilon}{32} (12t \sin t + \cos t - \cos 3t). \quad (1.32)$$

В связи с вышесказанным появилось много работ, в основном французских математиков, в которых рассматриваются различные способы уничтожения в решении секулярных членов. Среди них наиболее знамениты работы Лапласа и Лагранжа [164, с. 182]. Однако их методы требуют интегрирования некоторых систем дифференциальных уравнений и приводят к весьма сложным выкладкам.

Можно построить процесс таким образом, чтобы при решении уравнения выбором произвольных или неопределенных величин не уничтожать, а предотвращать появление секулярных членов. Такой способ в работе «Заметка о методе последовательных (непрерывных) аппроксимаций» («Note sur la méthode des approximations successives»), опубликованной в III томе 6-й серии Мемуаров Петербургской академии наук в 1840 году предлагает М. В. Остроградский, который одним из первых применял асимптотические методы в механике. В качестве примера он рассматривает уравнение (1.30) при начальных условиях (1.31) и показывает, что обычный способ дает решение с точностью до величин первого порядка относительно ε выражение (1.32). При этом великий ученый замечает, что «... однако это выражение станет неточным вследствие множителя t , находящегося вне знака синуса».

В результате он приходит к тому, что нужно изменить частоту колебаний, взяв вместо единицы p , тогда в решении время t содержится уже только под знаком косинуса.

$$q = \cos pt + \frac{\varepsilon}{32 p^2} (\cos pt - \cos 3pt), \quad p^2 = 1 - \frac{3}{4} \varepsilon.$$

Значительно позже, в конце XIX века кораблестроители встретились с уравнением (1.30), рассмотренным Остроградским, при исследовании качки корабля [164, с. 184].

Рэлей в своей «Теории звука» рассматривает аналогичное, но более общее уравнение

$$\ddot{q} + k^2 q + \varepsilon q^3 = 0 \quad (1.33)$$

при начальных условиях $q(0) = a$; $\dot{q}(0) = 0$ [295, с. 97–99]. Восстанавливающая сила в (1.33) симметрична относительно положения равновесия. Позже это уравнение послужило простейшей моделью для описания флаттера упругих систем.

Полученное им во втором приближении решение

$$q = a \cos m t + \frac{1}{32} \frac{\varepsilon a^3}{m^2} (\cos 3 m t - \cos k t),$$

где m выбирается соответствующим образом, верно математически, но неверно физически, так как величины m и k между собой, как правило, не соизмеримы и функция $q(t)$ не будет периодической. Поэтому вместо члена $\cos k t$ должен стоять $\cos m t$ [164, с. 186].

Остроградский, ограничившись в своей статье получением первого приближения, в конце нее высказал намерение приложить этот метод к движению планет вокруг Солнца. Именно в работах по определению орбит небесных тел идея основоположника российской школы математики получила дальнейшее развитие. Одним из первых таких трудов явилось исследование по теории возмущений шведского ученого А. Линстедта, работавшего в 1879–1886 гг. в Дерптском университете. В 1882 г. он предложил способ решения уравнения (1.30), опубликованный в статье «Об интегрировании дифференциальных уравнений теории возмущений» в Мемуарах Петербургской Академии Наук, т. XXXI, № 4 за 1883 г. (А. Lindstedt «Beitsag sur Integration der Differential gleichungen der Störungatheorie») [226, с. II введения]. Его подход состоит в том, что при поиске периодического решения уравнения (1.30) вводится новая переменная $\tau = \omega(\varepsilon)t$, а затем q и p ищутся в виде разложения по степеням малого параметра [174, с. 138].

$$q = q_0 + \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2 + \dots; \quad p = p_0 + \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \dots \quad (1.34)$$

Первый в член разложении $p - p_0$ представляет собой частоту линейных колебаний, соответствующую значению $\varepsilon = 0$, а последующие

– p_1, p_2, \dots подбираются из условия отсутствия секулярных членов. Подставляя разложение (1.34) в уравнение (1.30) после несложных преобразований можно получить приближенное решение. Например, с точностью до членов порядка ε^2 оно имеет вид

$$q = a \cos(pt + \varphi) + \frac{\varepsilon a^3}{32} \cos 3(pt + \varphi);$$

$$p = 1 + \frac{3\varepsilon a^2}{8}.$$

Следует отметить, что при $\varepsilon > 0$ частота колебаний растет, а при $\varepsilon < 0$ – убывает, а спектр разложения $q(t)$ будет содержать только нечетные гармоники. На рис. 1.5. приводится сравнение решений уравнения Дуффинга вида

$$\ddot{q} + q + \varepsilon q^3 = 0$$

при начальных условиях

$$q(0) = a = 0,5; \quad \dot{q}(0) = 0,$$

полученное с точностью до второго приближения методом прямого разложения по малому параметру

$$q \approx \cos(t + \varphi) + \varepsilon \left[-\frac{3a^2 t}{8} \sin(t + \varphi) + \frac{a^3}{32} \cos 3(t + \varphi) \right]$$

и методом Линстедта – Пуанкаре [174, с. 141].

Весомый вклад в борьбе с секулярными членами в разложении решения внесли шведские астрономы Карл Болин (1889) и Иоганн Аугуст Гуго Гюльден (1893), которые усовершенствовали методику Линстедта. Динамические системы, рассматриваемые в астрономической теории возмущений консервативны, а в технике, как правило, нужно учитывать затухание и наличие источников энергии. В связи с этим методы астрономической теории возмущений не могут быть непосредственно перенесены в нелинейную механику [163, с. 6].

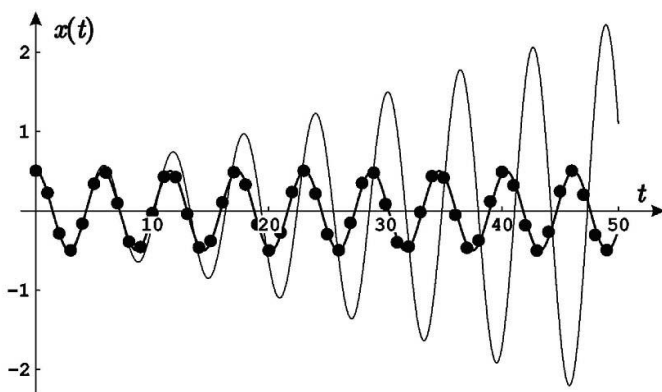


Рис. 1.5. Решение уравнения Дуффинга: жирная сплошная линия – точное решение, тонкая линия – метод прямого разложения по малому параметру и черные точки – метод Линдштедта – Пуанкаре

Несмотря на то, что различные проблемы из области теории нелинейных колебаний были предметом исследования почти с самого начала исчисления бесконечно малых, строгие математические методы для исследования периодических решений нелинейных уравнений были впервые построены только в конце XIX века в бессмертных трудах А. Пуанкаре и А. М. Ляпунова. В трехтомном сочинении А. Пуанкаре «Новые методы небесной механики» («Les méthodes nouvelles de la Mécanique Céleste»), изданной в 1892–1897 гг., содержится исследование сходимости приведенных рядов. Он анализирует понятие сходимости и дает определение асимптотического ряда [269]. Пуанкаре предлагает считать сходящимся ряд, у которого быстро убывают первые члены, что особенно важно при решении практических задач. Вот как писал о вкладе А. Пуанкаре в развитие асимптотического анализа академик Н. Н. Моисеев: «Идеи асимптотического анализа появились очень давно. Но превращению их в самостоятельное направление математики, созданию культуры «асимптотического мышления» мы обязаны А. Пуанкаре. Его роль еще недостаточно оценена. Создание асимптотического анализа, создание основ топологии и качественной теории дифферен-

циальных уравнений, открытие того, что математика – это, прежде всего, наука о качественном, и что число это всего лишь один из способов выражения качества, одна из качественных характеристик, и, наконец, открытие специальной теории относительности. Никто после Ньютона не дал человечеству так много идей и так много новых фактов» [239, с. 33].

Метод, основанный на разложении в ряд по степеням малого параметра, приводит, как правило, к расходящимся рядам, но получаемые при этом формулы при ограниченном числе членов вполне пригодны для практических вычислений. Эти ряды асимптотические в том смысле, что погрешность m -го приближения пропорциональна $(m + 1)$ -й степени малого параметра ε . Поэтому, если m фиксировано, то погрешность будет сколь угодно мала при достаточно малых значениях ε . Хотя при $m \rightarrow \infty$, сходимости решения и не получается, но для практических расчетов это все равно неосуществимо, поскольку при их проведении сложность определения коэффициентов при последующих степенях ε так быстро возрастает, что могут быть использованы приближения только очень невысокого порядка. Такие ряды до сих пор эффективно применяются в теории нелинейных колебаний.

Аналогичный подход к решению уравнения (1.33) применил А. М. Ляпунов в своей докторской диссертации «Общая задача об устойчивости движения» [206], написанной в Харькове в 1892 году. В упомянутой работе содержится и исследование сходимости приведенных рядов. Оставив в 1902 году педагогическую деятельность, Ляпунов занялся применением асимптотических методов к задачам о фигурах равновесия вращающейся жидкости и получил в этой области выдающиеся результаты [3, с. 34].

Таким образом, А. Пуанкаре и А. М. Ляпунов внесли большой вклад в развитие метода малого параметра. Теория периодических решений Ляпунова, разработанная им для систем, названных системами Ляпунова, в дальнейшем была развита его последователями. Александр Михайлович, наряду с А. Пуанкаре, считается создателем метода малого параметра и метода интегральных многообразий. Н. Н. Моисеев отмечал, что значение теории малого параметра Ляпунова – Пуанкаре состоит не только в том, что она дает метод отыскания периодических решений ква-

зилинейных уравнений. Эта теория также дает очень много для понимания того, как должны строиться методы исследования новых задач [237].

В начале XX века основоположник теории квазипериодических функций латвийский математик Пирс Георгиевич Боль (1865–1921) распространил результаты Пуанкаре – Ляпунова на более общий класс квазипериодических решений, которые имеют особое значение для практических приложений. Он рассматривал дифференциальные уравнения, соответствующие неавтопериодическим колебательным системам, т.е. системам, неспособным генерировать собственные незатухающие колебания, находящиеся под действием достаточно малого квазипериодического возмущения [163, с. 5].

Точку в проблеме решения уравнения (1.33) поставил академик А. Н. Крылов, предложивший раскладывать в ряд не частоту, а ее квадрат

$$k^2 = p^2 + C_1 \varepsilon + C_2 \varepsilon^2 + \dots + C_n \varepsilon^n,$$

где p^2 – неизвестная постоянная, а коэффициенты C_1, C_2, \dots, C_n – подбираются таким образом, чтобы в получаемых выражениях $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ время t не выходило за знак синуса или косинуса. Крылов показал, что его метод может быть применен и для других видов уравнений, описывающих и вынужденные колебания, и колебания с нелинейным демпфированием. Но в отличие от методов Лагранжа и Лапласа, он не требует решения сложной системы дифференциальных уравнений для уничтожения секулярных членов, а решать надо только одно алгебраическое уравнение с одной неизвестной [164, с. 188–191]. Например, решение уравнения (1.33) с точностью до членов третьего порядка относительно ε будет иметь вид

$$q = a \cos pt + \frac{1}{32} \varepsilon \frac{a^3}{p^2} (\cos 3pt - \cos pt) + \frac{1}{1024} \varepsilon^2 \frac{a^5}{p^4} (\cos 5pt - \cos pt) + \frac{1}{32768} \varepsilon^3 \frac{a^7}{p^6} (\cos 7pt - 6 \cos 3pt + 5 \cos pt),$$

$$\text{где } p^2 = k^2 + \frac{3}{4} \alpha a^2 - \frac{3}{128} \alpha^2 \frac{a^4}{k^2} + \frac{63}{4096} \alpha^3 \frac{a^6}{k^4}.$$

Киевский ученый Н. М. Крылов в 1920-е гг. применил к рассматриваемому уравнению и другим, более общим классам линейных неоднородных уравнений второго порядка, содержащих малый параметр, подход, предложенный Ляпуновым. Методы, разработанные им для решения нелинейных дифференциальных уравнений, стали основой для создания основ теории нелинейных колебаний. В настоящее время метод малого параметра широко применяется к исследованию нелинейных задач механики, физики и техники.

1.6. Теория устойчивости равновесия и движения

Важнейшим вопросом при исследовании колебательного движения является вопрос о его устойчивости. Только устойчивые состояния движения осуществляются в действительности, и представляют для исследователя интерес. Часто для решения практической задачи достаточно ответить на вопрос об устойчивости или неустойчивости колебательного движения, что позволяет не проводить интегрирования уравнений движения. Поэтому установление признаков устойчивости движения нелинейных механических систем имеет огромное значение.

Проблема устойчивости технического происхождения, задачи устойчивости равновесия тел или механических систем были первыми задачами кинетики. После определения положения равновесия возникает вопрос о его устойчивости. Практическое значение могут иметь только устойчивые положения, которые характеризуются тем, что система, выведенная из положения равновесия, автоматически в него возвращается. Первым подобные задачи решал Архимед, который, рассматривая положение равновесия, проверял, может ли тело, выведенное из него, самостоятельно в это положение вернуться. Во избежание трудоемкой работы, ученые с давних пор стремились получить критерий, при помощи которого можно, не производя расчетов, определить, будет ли движение или положение равновесия устойчиво.

Для системы тел, находящихся под действием сил тяжести такой критерий сформулировал Э. Торричелли (1608–1647). Он считал, что равновесие будет устойчивым, если центр тяжести системы тел занимает

самое низшее из возможных положений. Например, для тела, имеющего одну точку опоры, центр тяжести должен находиться ниже этой опоры.

В более сложном вопросе об устойчивости движения, все исследования группировались около некоторых частных задач. Вопрос об устойчивости движения имеет не только большое теоретическое, но и громадное практическое значение, являясь частным случаем математической проблемы о качественном характере решения дифференциальных уравнений движения. В XVIII веке в астрономии, после того, как было установлено, что движение планет осуществляется под действием сил всемирного тяготения, возник вопрос об устойчивости этого движения. Но пока оно рассматривалось только под действием сил взаимного притяжения Солнца и планеты, было ясно, что падение планеты на Солнце невозможно благодаря законам сохранения энергии и момента количества движения. Когда же в этой задаче стали учитывать влияние других космических тел, она стала гораздо сложнее и ее решение не было таким очевидным. Задача об устойчивости планетной системы под действием вековых возмущений элементов планетных орбит успешно была решена Лагранжем и Лапласом и имела большое значение для развития теории устойчивости движения. В частности, их труды заложили основы классической теории устойчивости по первому приближению, в которой в дифференциальных уравнениях возмущенного движения удерживаются только первые, линейные члены [236, с. 359].

Важнейшей задачей космогонии является также исследование устойчивости форм равновесия неоднородной вращающейся жидкой массы, находящейся под действием сил взаимного притяжения. Клод Алексис Клеро (1713–1765) в работе «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики» (1743) поставил общую задачу о фигурах равновесия медленно вращающейся неоднородной жидкости и доказал, что сфероид является фигурой равновесия движущейся жидкости [155].

В середине XVIII в. проблемой научной разработки стал вопрос об устойчивости плавающего тела. Л. Эйлер в книге «*Scientia Navalis*» («Корабельная наука», 1749 г.) рассмотрел задачу устойчивости корабля.

Это была первая работа, посвященная теории устойчивости, таким образом, Эйлера следует считать одним из ее основоположников.

Проблема устойчивости в неявном виде возникает также и в теории малых колебаний, которая для систем с конечным числом степеней свободы была доведена до высокой степени совершенства в трудах Д. Бернулли, д'Аламбера, Л. Эйлера и Лагранжа. При рассмотрении конкретных задач сразу же возник вопрос, будет ли решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, описывающей малые колебания, содержать только периодические функции. Здесь вопросы устойчивости и анализа колебательных процессов пересекаются. Лагранж, в «Аналитической механике» сформулировал теорему, дающую условия равновесия линеаризованной задачи: *Положение равновесия консервативной системы с идеальными стационарными голономными связями является устойчивым, если потенциальная энергия такой системы в этом положении имеет строгий минимум* [177, с. 97]. Тем самым Лагранж установил тесную связь колебаний около положения равновесия с устойчивостью этого положения. Однако строгого доказательства теоремы об устойчивости он не привел.

В первой трети XIX века теория устойчивости и теория колебаний не особенно обогатились, так как еще не было стимулов для их развития. Зарождающееся машиностроение пока еще не ставило перед инженерами динамических задач, и они обходились только статическими расчетами. Задача о поведении корабля на волнении (качка) оставалась пока еще недоступной из-за своей сложности, и кораблестроители на практике пользовались разработанными графическими приемами. В небесной механике техника приближенных расчетов орбит планет и комет была доведена до высокой степени совершенства, но качественные методы исследований не разрабатывались. В частности, пользуясь теорией малых колебаний Лаплас доказал устойчивость движения Солнечной системы в течение длительного времени благодаря малым эксцентриситетам и малым взаимным наклонам их орбит и движению всех планет в одну

сторону. Лаплас завершил создание небесной механики на основе закона всемирного тяготения и доказал, что этот закон полностью объясняет движение планет, представив их взаимные возмущения, носящие периодический характер, математическими рядами.

Стремление к математической строгости побудило ученых заняться вопросами теории колебаний и устойчивости. Так доказательство теоремы об устойчивости равновесия, сформулированной Лагранжем, было усовершенствовано Фердинандом Миндингом в его курсе механики (1838 г.) [323, с. 206], а в 1846 г. точное доказательство этой теоремы дал Г. П. Лежён Дирихле (1805–1859) [202], и теорема получила название теоремы Лагранжа – Дирихле. Не прибегая к каким-либо разложениям в ряды, Дирихле показал, что строгое заключение об устойчивости движения можно получить, располагая только одним интегралом уравнений движения. Точное доказательство теоремы было важным шагом на пути, приведшем впоследствии к методу функций Ляпунова. Кроме того, Дирихле показал, что выводы об устойчивости требуют исследований, относящихся ко всей продолжительности движения. С этим связано критическое замечание Дирихле о правомерности применяющегося в небесной механике метода линеаризации уравнений движения. Таким образом, маленькая заметка Дирихле [202], в которой содержится доказательство теоремы об устойчивости равновесия, имеет огромное значение и является важной вехой на пути создания теории устойчивости движения.

В линейной алгебре английским математиком Дж. Сильвестром (1814–1897) был доказан следующий критерий: *Если соответствующее нулевым значениям обобщенных координат положение равновесия устойчиво, то потенциальная энергия в этом положении имеет изолированный минимум и выражение для нее является положительно определенной формой, а для этого необходимо и достаточно, чтобы все главные диагональные миноры матрицы квадратичной формы C из (1.10) были положительны.* Т.е. должны выполняться условия:

$$c_{11} > 0, \quad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} > 0, \quad \dots, \quad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1s} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{s1} & c_{s2} & \dots & c_{ss} \end{vmatrix} > 0 \quad (1.35)$$

В конце XIX века появились работы, в которых вопросы устойчивости движения трактовались с единых позиций. Некоторые, полученные в них результаты, не утратили своего значения и в наши дни. В 1867 г. вышел в свет «Трактат по натуральной философии» Томсона и Тэта, оказавший большое влияние на развитие теории устойчивости. В нем содержатся результаты пятнадцатилетних размышлений авторов по вопросу устойчивости движения. Они показывают, что минимальность действия на траектории влечет за собой ее устойчивость.

Плотную к теории колебаний и теории устойчивости движения примыкает теория автоматического управления, возникающая из теории регулирования хода машин. Задача регулирования хода машин была одной из первых технических задач, в которых применялась теория малых колебаний. Первоначально постоянство угловой скорости паровой машины обеспечивалось применением маховика, параметры которого определялись эмпирическим путем.

В 1784 г. Дж. Уатт (1736–1819) создал замкнутую систему регулирования, запатентовав свой центробежный регулятор (см. рис. 1.6). В первых системах регулирования проблемы устойчивости не возникали, так как маломощные двигатели имели большие маховики и легкие регулирующие органы, перемещавшиеся с существенным трением, обусловленным грубым исполнением регуляторов. Указанные обстоятельства и обеспечивали устойчивую работу последних. Высокая, для рассматриваемого периода развития техники, эффективность центробежного регулятора стимулировала его широкое практическое использование. В то же время теоретические исследования систем регулирования находились

в зачаточном состоянии и не могли ответить на многие вопросы, которые выдвигала практика. Первое систематическое изложение вопроса о маховых колесах и теории центробежных регуляторов дал Ж. В. Понселе (1788–1867) в курсе механики (Poncelet. Cours de mécanique appliquée aux machines, т. I). При этом работа регулятора рассматривалась отдельно от машины и только в статической постановке [270, с. 146].

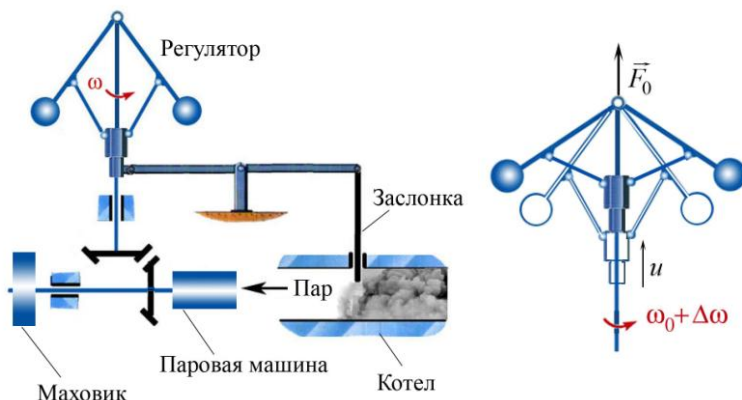


Рис. 1.6. Схема системы регулирования паровой машины Уатта и принцип работы центробежного регулятора

С увеличением мощности и скорости паровых машин в XIX веке проблемы применения центробежных регуляторов впервые обратили серьезное внимание инженеров и ученых на значение теории устойчивости движения для техники. Это объясняется уменьшением размеров маховика при возросших требованиях к точности регулирования хода машин. Улучшение технологии изготовления регуляторов привело к уменьшению трения, и как следствие, к потере устойчивости. В результате на передний план выдвигается проблема устойчивости движения. Данный вопрос так тесно связан с динамикой всей машины, что его статическое исследование оказывается далеко недостаточным.

Одними из первых существенных работ, посвященных теории центробежного регулятора, были работы английского астронома Дж. Б. Эри, опубликованные в 1840 и 1851 гг. В них он рассматривал

задачу обеспечения равномерного движения экваториалов (астрономические трубы, следящие за движением небесного свода) [236, с. 322]. Эри предложил присоединять к муфте регулятора водяной катаракт (демпфер вязкого трения), сила трения в котором пропорциональна скорости. Это позволяло гасить вредные колебания регулятора. Однако теоретического решения задачи Эри не дал [141, с. 203].

Первой фундаментальной работой, посвященной теории центробежного регулятора, был мемуар Максвелла «О регуляторах» (1868 г.) [64]. В нем рассматриваются условия устойчивой работы астатических регуляторов, базирующиеся на учете сил кулоновского трения. Максвелл рассматривает процесс саморегулирования, и указывает, что проблема устойчивости равномерного вращения машины, снабженной регулятором, может решаться с помощью теории малых колебаний. До этого он в 1859 г. применил эту теорию в работе, посвященной устойчивости кольца Сатурна.

Серьезную теоретическую работу «О центробежном уравниателе», посвященную теории регулятора, значение которой оценили только полвека спустя, опубликовал в 1871 г. П. Л. Чебышёв (1821–1894). Поскольку регулятор Уатта лишь условно может считаться изохронным, Пафнутий Львович впервые ставит вопрос о подборе параметров регулятора так, чтобы он соответствовал приближенно-изохронному и дает решение задачи соответствия каждой угловой скорости лишь одного положения муфты [139, с. 197]. Появилось множество и других теоретических разработок, однако все они не удовлетворяли запросам практики, и стало ясно, что требуется иной подход к проблеме, а именно анализ динамического взаимодействия в системе машина – регулятор. Таким образом, центробежный регулятор Уатта послужил толчком к развитию теории автоматических систем. Были сформированы принципы построения автоматических систем: регулирование по отклонению (принцип Ползунова – Уатта) и регулирование по нагрузке (принцип Понселе).

Основоположителем теории автоматического регулирования хода машин стал видный русский ученый Иван Алексеевич Вышнеградский (1832–1895). Он рассматривал машину вместе с регулятором с учетом их взаимодействия как механическую систему с двумя степенями свободы и

впервые применил динамический метод для исследования [68, с. 137]. В результате Вышнеградский пришел к линейному дифференциальному уравнению третьего порядка. Им впервые было введено понятие областей устойчивости в пространстве параметров регулятора. Статья И. А. Вышнеградского «О регуляторах прямого действия», опубликованная в 1877 году в Известиях Санкт-Петербургского Практического технологического института, по праву считается работой, с которой берет начало современная линейная теория регулирования [68, с. 138–149, 313, с. 680]. Действительно, общий подход, который впервые применил И. А. Вышнеградский при составлении математической модели замкнутой системы «*объект – регулятор*», базирующийся на совместном рассмотрении регулятора и объекта, до настоящего времени практически не изменился за исключением некоторых деталей и терминологии.

И. А. Вышнеградский решает задачу анализа переходного процесса системы *машина – регулятор* при изменении нагрузки. Сначала он выводит уравнение движения вала машины, связывающее угловую скорость вала с нагрузкой и положением муфты регулятора, затем выводит уравнение движения муфты. Связывая эти уравнения, Вышнеградский приходит к математической модели системы машина – регулятор, анализ которой позволил основоположнику теории автоматического регулирования сформулировать условия устойчивости системы в пространстве параметров [51].

При решении поставленной задачи И. А. Вышнеградский учитывает, что, благодаря маховику, сброс нагрузки вызывает малое изменение угловой скорости вала, по сравнению с начальной угловой скоростью и, вследствие этого, и перемещение муфты, и скорость этого перемещения малы. Кроме того, он в своих расчетах пренебрегает кулоновским трением в системе, рекомендуя их уменьшать, улучшая качество обработки деталей. Отбросив из рассмотрения кулоновское трение, Вышнеградский для устойчивости работы регулятора вводит в систему катаракт, имеющий линейную зависимость сопротивления, от скорости перемещения муфты. Принятые допущения позволяют при разложении в ряд Маклорена функций перемещения муфты отбрасывать слагаемые второго и более высоких порядков, что в конечном итоге приводит к рассмотрению

линейной модели при полном отсутствии саморегулирования. Это принципиально отличает подход Вышнеградского от подхода Максвелла.

Максвелл, рассматривая работу регулятора, установил зависимость положения муфты регулятора u (рис. 1.6) от скорости вращения вала ω , полагая, что при изменении угловой скорости муфта займет соответствующее ей положение, т.е. произойдет саморегулирование. Другими словами, Максвелл, априори считал систему устойчивой и качество перехода из одного состояния системы в другое не рассматривал. Но именно здесь стали возникать проблемы при повышении мощности машин и скорости вращения вала.

Уравнение движения машины строится с помощью теоремы об изменении кинетической энергии, записываемой в дифференциальной форме. При этом, учитывая, что момент инерции маховика велик, полагаем приведенный момент инерции машины постоянным. Для получения дифференциального уравнения движения муфты регулятора Вышнеградский рассматривает движение всех его деталей – рычага, муфты, заслонки, поршня катаракта и др. Анализ этого уравнения позволил Ивану Алексеевичу подтвердить свои предположения: от кулоновского трения в регуляторах необходимо избавляться с помощью более тщательной обработки деталей, а для устойчивой работы регулятора необходимо включать в систему катаракт.

В следующем 1878 г. Вышнеградский рассмотрел также задачу непрямого регулирования. После его работ стало ясно, что машину и регулятор следует рассматривать как единое целое. Его труды вызвали в мировой литературе бурную дискуссию и положили начало теории регулирования хода машин.

В России идеи Вышнеградского получили развитие в трудах Н. Е. Жуковского, Я. И. Грдины, А. И. Сидорова и др., а за рубежом в трудах А. Стодола, М. Толле и В. Хорта [39]. А. Стодола в работах 1893–1898 гг. применил метод русского ученого к теории непрямого регулирования.

Бурное развитие техники в Советском Союзе поставило ряд задач автоматического регулирования, что привело к созданию советской школы автоматического регулирования. Достойными продолжателями

работ И. А. Вышнеградского явились И. Н. Вознесенский, А. А. Андронов, К. Э. Рерих, Б. В. Булгаков, А. В. Михайлов и др. Теория автоматического регулирования впоследствии переросла в теорию автоматического управления и представляет собой отдельную отрасль науки, вплотную примыкающую к теории колебаний.

Большой интерес вызвала задача об устойчивости Лагранжевых частных решений астрономической задачи трех тел. В 1877 г. Раус получил золотую медаль за «Трактат об устойчивости заданного состояния движения». Тем не менее, определение понятия устойчивости, данное Раусом, достаточно расплывчатое, Раус называет движение устойчивым, если квадратами и высшими степенями возмущений можно пренебречь, а затем, забыв об этом определении, ставит вопрос о влиянии отбрасывания членов высших порядков на устойчивость движения. При этом ценным оказывается замечание Рауса об относительности понятия устойчивости, означавшее, что движение может быть устойчиво для одного вида возмущений и неустойчиво для другого.

Особый вклад в решение этой задачи внес Н. Е. Жуковский, который в своей докторской диссертации «О прочности движений», изданной в 1882 г., развил понятие устойчивости траекторий динамических систем, которое сейчас называют орбитальной устойчивостью [68, с. 205]. Однако обстоятельное исследование Жуковского, в котором рассматриваются многочисленные примеры, опять было проведено с помощью уравнений первого приближения.

А. Пуанкаре в своем исследовании, посвященном качественной теории дифференциальных уравнений отметил прямое его отношение к теории устойчивости движения Солнечной системы.

Но по настоящему основоположником теории устойчивости движения является А. М. Ляпунов. Вклад его в эту теорию настолько велик, что в мировой литературе развитие устойчивости движения делят на ляпуновский и послеляпуновский периоды, а понятие устойчивости движения носит название устойчивости по Ляпунову. Именно докторская диссертация А. М. Ляпунова [206], подготовленная им в Харькове и успешно защищенная в Московском университете в 1892 г., стала основой современной теории устойчивости движения. Все последующие исследо-

вания в этой области являются развитием методов Ляпунова. Эта работа принадлежит к числу наиболее выдающихся достижений математической мысли. В ней Ляпунов не только впервые правильно и четко поставил вопросы теории устойчивости, но и, опережая время, развил во многих направлениях качественную теорию дифференциальных уравнений.

До исследований Ляпунова задача об устойчивости движения решалась по первому приближению методом линеаризации уравнений движения без выяснения вопроса об ее законности. Рассмотрим, что же предложил А. М. Ляпунов в своей докторской диссертации [207].

Пусть положение системы характеризуется s обобщенными координатами q_1, q_2, \dots, q_s . А. М. Ляпунов вводит в рассмотрение новые переменные $\xi_i = q_i$; $\xi_{i+s} = \dot{q}_i$; $i = 1, 2, \dots, s$. В этих переменных уравнения движения системы приводятся к виду

$$\frac{d \xi_i}{dt} = F_i(t, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n); \quad i = 1, 2, \dots, s, \quad (1.36)$$

т.е. к уравнениям первого порядка, где правые части, вообще говоря, не периодичны относительно t .

Рассмотрим определенное движение этой системы, соответствующее какому-нибудь частному решению.

$$\xi_i = \varphi_i(t); \quad i = 1, 2, \dots, 2s. \quad (1.37)$$

Судить об устойчивости движения будем в зависимости от поведения соседних движений, т.е. таких движений, для которых начальные условия мало отличаются от начальных условий $\varphi_i(0)$. Все эти движения называются возмущенными, а движение (1.37), устойчивость которого исследуется, называется невозмущенным. А. М. Ляпунов дал строгое и четкое определение понятия устойчивости движения, удобное как для решения практических задач, так и для проведения теоретических исследований.

О п р е д е л е н и е . Невозмущенное движение называется устойчивым, если для всякого положительного числа ε , как бы мало оно ни было, можно найти другое положительное число η , такое, что для всех возмущенных движений, для которых в начальный момент времени

выполняются неравенства $\xi_i(t_0) - \varphi_i(t_0) \leq \eta$; $i = 1, 2, \dots, 2s$, будут при всех $t > t_0$ выполняться неравенства

$$\xi_i(t) - \varphi_i(t) < \varepsilon; \quad i = 1, 2, \dots, 2s. \quad (1.38)$$

Движения, не удовлетворяющие условиям устойчивости, называются неустойчивыми. Устойчивые невозмущенные движения, для которых при достаточно малом η выполняются не только условия (1.38), но и более строгие условия $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t) = \varphi_i(t)$; $i = 1, 2, \dots, 2s$ называются асимптотически устойчивыми.

Отсутствие такого определения часто приводило к недоразумениям, так как движение, устойчивое в одном смысле, может оказаться неустойчивым в другом, и наоборот. Это определение оказалось настолько удачным, что оно было принято в качестве основного другими учеными и носит название устойчивости по Ляпунову.

Нелинейные уравнения (1.36), как правило, не поддаются решению в замкнутом виде. Поэтому усилия создателей нелинейной теории, начиная с Пуанкаре и Ляпунова, были направлены на построение рациональных алгоритмов, позволяющих получить приближенные результаты того или иного уровня точности. Первый метод Ляпунова связан с интегрированием исходной системы уравнений с помощью специальных рядов, по степеням начальных значений. Если функции $F_i(t, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{2s})$ голоморфные (аналитические), то возможно их разложение в ряд

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \sum_{j=1}^{2s} p_{ji}\xi_j + \tilde{F}_i(t, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{2s}), \quad \text{где } \tilde{F}_i \text{ содержат члены только порядка}$$

выше первого относительно координат $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{2s}$.

А. М. Ляпунов сформулировал простые достаточные критерии устойчивости — неустойчивости линеаризованной системы и выяснил, в каких случаях линеаризация уравнений движения законна, т.е. когда можно ограничиться изучением поведения однородной линейной системы.

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \sum_{j=1}^{2s} p_{ji}\xi_j.$$

Вот, что пишет об этом сам Ляпунов [207]: «Конечно, указанный сейчас прием вносит весьма существенное упрощение, в особенности, когда коэффициенты дифференциальных уравнений суть постоянные величины. Но законность такого упрощения *a priori* ничем не оправдана, ибо дело приводится к замене рассматриваемой задачи другою, с какою она может не находиться ни в какой зависимости. Во всяком случае, очевидно, что если решение новой задачи и может давать ответ на первоначальную, то только при известных условиях, а последние обыкновенно не указываются».

Выяснение условий, при которых первое приближение действительно решает вопрос об устойчивости, и составляет содержание первой части работы Ляпунова. С помощью введенных им характеристичных чисел (функций и систем функций) Ляпунов находит критерий, выделяющий так называемые правильные системы дифференциальных уравнений, и доказывает одну из основных теорем теории устойчивости: если система дифференциальных уравнений первого приближения правильная и если все ее характеристичные числа положительны, то невозмущенное движение устойчиво. Правильными, в частности, являются системы с постоянными или периодическими, имеющими общий период, коэффициентами p_{ji} .

При исследовании устойчивости по первому приближению Ляпунов разработал общую теорию дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, до сих пор его идеи являются основополагающими в этой области. Он доказал две теоремы о неустойчивости равновесия, которые являются по сути обратными теореме Лагранжа – Дирихле.

Первая теорема Ляпунова. *Равновесие консервативной системы неустойчиво, если отсутствие минимума потенциальной энергии можно установить по членам второго порядка малости в разложении потенциальной энергии в ряд Маклорена без необходимости рассмотрения членов высших порядков малости.*

Вторая теорема Ляпунова. *Равновесие консервативной системы неустойчиво, если потенциальная энергия системы имеет максимум и наличие этого максимума может быть установлено из рассмотрения членов низшего порядка малости, входящих в разложение потенциальной энергии в ряд Маклорена в окрестности положения равновесия.*

Далее А. М. Ляпунов рассмотрел простые особые случаи, когда об устойчивости нельзя судить по первому приближению, в частности, рассмотрел случай наличия периодического решения. Вторым методом Ляпунова, его часто называют прямым методом, основан на использовании V -функции (функции Ляпунова). Рассматривается некоторая функция $V(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{2s})$, по изменению которой на основании уравнений системы (1.36) можно сделать заключение об устойчивости движения. Например, для консервативных систем такой функцией может быть полная энергия системы, которая должна сохранять в данном случае постоянное значение. Для систем общего вида никаких правил определения существования V -функций и способов их построения, если они существуют, Ляпунов не дал. Разумеется, построить функцию Ляпунова для определенной системы автоматического управления или возмущения стационарного движения механической системы – дело нелегкое, однако в ряде случаев это значительно проще, чем решение исходных дифференциальных уравнений задачи.

Когда линейное приближение не решает вопроса об устойчивости нулевого решения системы (1.36), Ляпунов разработал теорию критических случаев. Он выделил наиболее важные критические случаи, когда правые части системы (1.36) не зависят явно от времени. При этом оказалось, что на устойчивость решений могут повлиять члены сколь угодно высокого порядка в разложении правых частей системы (1.36) по степеням ξ_i . Ляпунов предложил понижение порядка исследуемой системы (принцип сведения Ляпунова). При этом строятся с помощью решения уравнений с частными производными семейства решений системы (1.36). Этот подход впоследствии получил развитие в работах

Н. Н. Боголюбова и Ю. А. Митропольского под названием метода интегральных многообразий [40, 230].

Ляпунов поставил вопрос об устойчивости движения с высочайшей степенью математической строгости. Это обстоятельство делало его работы доступными лишь небольшому количеству специалистов. В задачах небесной механики, для которой в первую очередь Ляпунов предназначал свою теорию, ее применение требовало большого объема вычислений и в то время не представлялось перспективным. Сам Александр Михайлович применял разработанную теорию устойчивости движения для исследования устойчивости форм равновесия неоднородной вращающейся жидкой массы, находящейся под действием сил взаимного притяжения. В этом вопросе он достиг высочайших результатов. Но, как предмет исследования, так и труды Ляпунова очень сложны для понимания, и все богатство его идей не было воспринято современниками и до конца не понято еще и ждет своих исследователей.

Причины первоначальной не востребованности теории устойчивости Ляпунова не только в значительных математических ее трудностях, но и в технической отсталости царской России и в малом количестве научных работников, способных применять методы Ляпунова. Однако постепенно с развитием техники задачи на устойчивость становились все более актуальными. Для применения методов Ляпунова в технике требовалась их дальнейшая разработка и большое количество работников с достаточно высокой квалификацией. В СССР, в связи с индустриализацией страны, развитием науки и техники, теория устойчивости движения нашла широкое применение. С развитием кибернетики и теории автоматического управления теория устойчивости движения вышла на первый план. Особенно большое развитие в математике и механике получил второй метод Ляпунова.

ГЛАВА 2

ФОРМИРОВАНИЕ ТЕОРИИ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ КАК САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПРИКЛАДНОЙ НАУКИ (1900–1960-е гг.)

2.1. Техника и теория колебаний на рубеже XX века

Промышленная революция XVIII века, вызвавшая прогресс механики, связана, прежде всего, с появлением и развитием паровой машины. Академик Российской АН Н. Н. Моисеев ставит это изобретение в один ряд с освоением человеком огня и созданием ЭВМ [239, с. 19]. Никакие другие достижения человечества: ни приручение домашних животных, ни изобретение колеса, ни достижения биологии и медицины, ни электрификация, ни развитие транспорта и авиации, ни освоение космоса и атомной энергии не повлияли так на развитие человечества. Применение паровых машин вывело его из энергетического тупика, вызванного ограниченностью естественных источников энергии (мускульная сила человека и животных и энергия ветра и рек) и создала предпосылки для дальнейшего развития промышленности, энергетики и транспорта. Хотя паровые машины, по сравнению с другими, более поздними тепловыми машинами, имеют ряд недостатков, основными из которых являются низкий КПД и длительный процесс подготовки к работе (разогрев котла),

именно они открыли для человечества эру машинного производства. В конце XVIII – начале XIX веков паровая машина, как универсальный двигатель, заняла ключевые позиции в обрабатывающей и добывающей промышленности и начала быстро распространяться на транспорте. Развитие производства на основе применения паровых машин позволило создать достаточно точные станки и подготовило почву для создания более экономичных и компактных тепловых двигателей.

Огромные балансирующие машины Томаса Ньюкомена, Джеймса Уатта и др. имели мощность порядка десяти лошадиных сил, делали от 10 до 25 об/мин и работали без поломок сто лет и более. Естественно, они не требовали проведения расчетов динамической прочности. И только в первой половине XIX века в машиностроении возникли задачи, близкие к задачам теории колебаний. Это были вопросы о маховике и центробежном регуляторе, позже к ним добавилась задача уравнивания [270, с. 147]. Таким образом, к началу XIX века возникла необходимость в создании теории конструирования машин. В трудах Кориолиса, Понселе и Навье возникла прикладная механика. Понселе и Кориолис ввели понятие «работа силы». На его основе и понятии «живой силы» (кинетическая энергия) французские ученые получили уравнения движения машин и систематизировали все задачи динамики, решенные к тому времени.

Хотя уравнивание движущихся частей машин имеет огромное значение, оно для паровых машин было решено не сразу. В 1831 году в Англии Гитоном (Heaton) был построен паровой автомобиль. Но эксплуатировать его было невозможно, так как при 160–180 об/мин корпус автомобиля совершал настолько большие колебания, что сидящие в нем пассажиры не могли удержаться на местах. В 1838 году Гитон применил противовесы, закрепив их на продолжении кривошипа [270, с. 147]. Позже, в 1840-х годах он применил противовесы и в паровозах, которые с тех пор стали неотъемлемой частью каждого локомотива. Поскольку цилиндры паровой машины имеют разный диаметр, а поршни и шатуны, следовательно, разный вес, полностью уравновесить силы инерции в них невозможно. В связи с этим, Бодмер и Гасвель предложили устройства с противоположно движущимися поршнями, которые, однако не нашли широкого применения из-за чрезмерного усложнения конструкции паровоза.

Ко второй половине XIX века паровые машины становятся все более быстроходными, а средняя скорость поршня достигает 7 м/с. Это повлекло за собой необходимость учета сил инерции поступательно движущихся частей. В 1868 г. английский инженер Ч. Портер опубликовал работу «Машина и регулятор» (C. Porter «On the allen engine and governor». – Engineer, 1868), в которой выяснил их влияние на неравномерность движения машины. Он предложил графический способ определения сил инерции поступательно движущихся масс при равномерном вращении кривошипа. Этот вопрос был развит И. Радингера в 1870 г. в работе «О паровых машинах с высокой скоростью поршня» (I. Radinger Ueber Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit. 2 Aufl., Wien, 1872; 3 Aufl., Berlin, 1892) [141, с. 202].

Несмотря на определенные успехи теории колебаний, в частности, создание спектральной теории линейных колебаний, изучению механических колебаний в технике в XIX веке не придавалось значения, и расчеты на прочность велись в статической постановке. Это объясняется тем, что машины того времени были еще тихоходными и маломощными, и в эпоху становления техники человечество почти не сталкивалось с явлением резонанса.

Резонанс проявляется чаще в тех сооружениях, где рассеяние энергии малó, например, в подвесных мостах. Известны случаи разрушения таких мостов от марширующих по ним солдат. Так в 1831 году 60 солдат разрушили подвесной Браунтонский мост через реку Ирвель в Манчестере. В 1868 году рухнул мост в Чатеме (Новая Зеландия) от проходящего по нему отряда Британской морской пехоты. Но наиболее трагический случай произошел во Франции в 1850 году, когда Анжерский подвесной мост был разрушен марширующим по нему пехотным батальоном численностью 487 человек. Мост длиной 102 м рухнул в ущелье, при этом погибло 226 человек [37, с. 60, 53, с. 155]. С тех пор во всех армиях было введено правило по мосту идти не в ногу и не чеканить шаг. Однако, 2-го февраля* 1905 года, спустя более пятидесяти лет, в Петербурге рухнул подвесной Египетский мост через реку Фонтанку

* Дата дается по новому стилю

(ответвление Невы) в тот момент, когда по нему проходил эскадрон лейб-гвардии Конно-гренадерского полка. Хорошо обученные лошади шли в ногу, и частота ударов копыт совпала с собственной частотой колебаний моста. Пролет длиной 55 м и шириной 11,7 м, разорвав цепи, упал и оказался на дне реки. Прибывшие пожарные вместе с успешными перебраться на другой берег гвардейцами спасли всех людей, в том числе несколько извозчиков и случайных пешеходов, а также вытащили из ледяной воды лошадей. К счастью обошлось без человеческих жертв, но несколько искалеченных острыми льдинами лошадей пришлось пристрелить.



Рис. 2.1. Обрушение Египетского моста в Санкт Петербурге.
(Фото из журнала «Нива» № 4 за 1905 г., с. 78)

Но все же подобные случаи встречались крайне редко, и теория колебаний занималась в XIX веке в основном проблемами музыки. В связи с этим в знаменитой энциклопедии Брокгауза и Ефрона резонансом называется явление передачи звука от одного тела к другому, имеющему такую же собственную частоту [365, с. 481]. Под динамическими системами в конце XIX века понимались, в первую очередь, консервативные

системы, а предметами исследования были задачи небесной механики. Теория колебаний помогла объяснить явления разной физической природы и сформировать более широкие взгляды на них. В этом огромная заслуга лорда Рэля. Изучение колебаний неконсервативных систем и развитие аппарата теории колебаний началось позже, под влиянием новых проблем машиностроения.

В области линейных колебаний дискретных систем была получена спектральная теория, позволяющая даже без записи дифференциальных уравнений решать задачи определения частот и форм свободных колебаний и находить амплитуды и фазы установившихся вынужденных колебаний. Однако при числе степеней свободы выше четырех – пяти исследователь встречался с непреодолимыми на тот момент трудностями. Что касается переходных режимов, то даже для системы с одной степенью свободы задача простым численным интегрированием дифференциального уравнения решена быть не могла. В теории колебаний континуальных систем были развиты аналитические методы, позволяющие определять собственные частоты и формы колебаний только тел геометрически правильной формы.

Одна из задач, возникших в середине XIX века, это колебания мостов под действием подвижной нагрузки. В 1847 г. в Англии рухнул Честерский мост от проходящего по нему с большой скоростью поезда [255, с. 308]. Катастрофа, сопровождавшаяся человеческими жертвами, вызвала большую тревогу среди инженеров-строителей. Изучению действия подвижной нагрузки на мосты посвящены работы многих ученых, среди которых Дж. Стокс, О. Мор, Ф. Виллис, Ж. В. Буссинеск [255, с. 309–314]. Полное решение этой задачи дал в 1905 г. А. Н. Крылов [311, с. 502]. Подробно история развития решения задачи о поперечных колебаниях под действием подвижных нагрузок приведена у С. П. Тимошенко в работе [313, с. 172–179].

Таким образом, аналитический период развития механики вообще, и теории колебаний, в частности, подготовили почву для развития прикладной теории колебаний. В области теории колебаний к тому моменту были разработаны в основном методы расчета дискретных одномерных систем, в частности, крутильных колебаний валопроводов, а

также задач колебаний одномерных континуальных систем (струна и стержень). С другой стороны, почва для создания этой теории была подготовлена развитием прикладной механики и техники.

Во второй половине XIX века самой передовой отраслью промышленности стало кораблестроение. Хотя деревянные парусные корабли, водоизмещение которых могло превышать 5 000 т, поражали воображение современников, они были скорее произведением искусства «мастеров доброй пропорции», чем инженерным сооружением. Опыт Крымской войны показал, что деревянные парусные корабли полностью исчерпали свои возможности. В течение каких-нибудь 20 лет военное судостроение перешло на строительство железных, а затем и стальных броненосных судов, водоизмещение которых выросло до 15 000 т. Строительство гигантских бронированных кораблей потребовало разработки теоретических основ строительной механики корабля, а также изучения законов остойчивости и качки. Развернувшаяся гонка вооружений заставила использовать при строительстве военных кораблей новейшие достижения не только промышленности, но и науки. В отличие от предыдущих лет, когда тип корабля не претерпевал существенных изменений на протяжении столетий, во второй половине XIX и начале XX веков корабль зачастую успевал устаревать еще до спуска на воду. В результате из мастерства деревянной архитектуры кораблестроение превратилось в наиболее развитую отрасль промышленности, использующую самые разнообразные специальности.

Переход на новые строительные материалы, сопровождавшийся облегчением судовых конструкций, поставил перед судостроителями целый ряд новых проблем, в том числе и динамических, и потребовал проведения новых типов расчета, таких как исследование концентрации напряжений, колебания судовых корпусов и др. Основы строительной механики корабля заложил еще Л. Эйлер, который в 1770 г. получил премию Парижской Академии наук за мемуар «Исследование усилий, которые должны выносить все части корабля во время боковой и килевой качки» [111]. Им были разработаны правила загрузки корабля, правила устройства связей и выработана рациональная система конструкции

деревянных судов. Спустя 100 лет, в 1870 г. этот мемуар послужил главному кораблестроителю Британского флота Эдуарду Риду в разработке правил постройки железных судов [165, с. 555].

Мы уже говорили о том, что Л. Эйлер в книге «Корабельная наука» («Scientia Navalis», 1749 г.) рассмотрел задачу остойчивости корабля [111]. На протяжении ста лет ученые разных стран продолжали исследования в этом направлении. Английский ученый В. Фруд в 1861 г. разработал теорию боковой качки корабля, поперечные размеры которого предполагались малыми по сравнению с размерами прямого сечения волны (рис. 2.2). В 1869 г. Э. Рид ввел в практику судостроения диаграммы остойчивости. В 1895 г. А. Н. Крылов разработал теорию килевой качки корабля. После выступления на ежегодном заседании английского общества корабельных инженеров (Institution of Naval Architects – INA) А. Н. Крылов рассмотрел также и общий вопрос о качке корабля при косвенном курсе относительно гребней волн. После выступления на ежегодном заседании английского общества корабельных инженеров (Institution of Naval Architects – INA) он рассмотрел также и общий вопрос о качке корабля при косвенном курсе относительно гребней волн. В 1898 г. за доклад «Общая теория колебаний корабля на волнении» («General theory of the oscillations of a ship on waves») российский ученый был удостоен редкого отличия – золотой медали INA [84, с. 354–355; 165, с. 109]. Такой награды до него не получал ни один иностранец.

В военном кораблестроении потребности в динамических расчетах были еще выше, так как корпуса военных кораблей легче коммерческих, а машины у них более быстроходные. Кроме того, они должны рассчитываться на такие нагрузки как выстрелы из своих орудий, попадания вражеских снарядов и даже гидравлический удар при подводных взрывах.

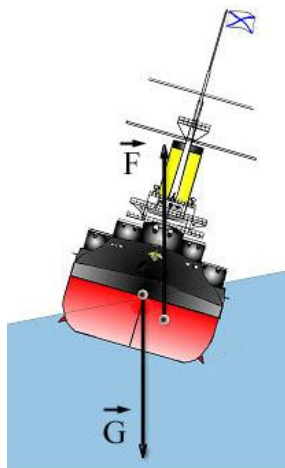


Рис. 2.2. Модель качки по Фруду

О том, к каким катастрофическим последствиям может привести пренебрежение колебаниями машин, говорит следующий случай. Крупнейшими в мире и самыми комфортабельными и быстроходными винтовыми пароходами в конце 1880-х гг. были пароходы «Сити оф Пэрис» («City of Paris») и «Сити оф Нью-Йорк» («City of New York»). Суда водоизмещением 13 000 т принадлежали Британской компании «Inman». «City of Paris» в 1889–1892 гг. неоднократно завоевывал «Голубую ленту Атлантики» [26, с. 55, 251]. 25 марта 1890 г., во время рейса из Англии в Америку, на нем произошла поломка вала гребного винта вследствие его изгибных колебаний. При этом огромная в 9 000 л.с. паровая машина разлетелась на куски, а ее обломки повредили вторую машину, стоявшую рядом, и пробили борт корабля, вследствие чего было затоплено все машинное отделение. Пароход остался без движения с 1 000 пассажиров на борту в 200 милях от берега и если бы в тот момент разразился шторм, число жертв могло быть не меньше, чем на скандально знаменитом «Титанике». Только случайно «City of Paris» был обнаружен проходившим мимо судном, отбуксировавшим его в Англию [164, с. 11–14]. Авария была обусловлена тем, что, вследствие коррозии бронзовой облицовки дейдвудного вала, выступающая его часть не имела поддержки, и вал, изгибаясь от собственной тяжести, совершал колебания, что привело к усталостному разрушению.

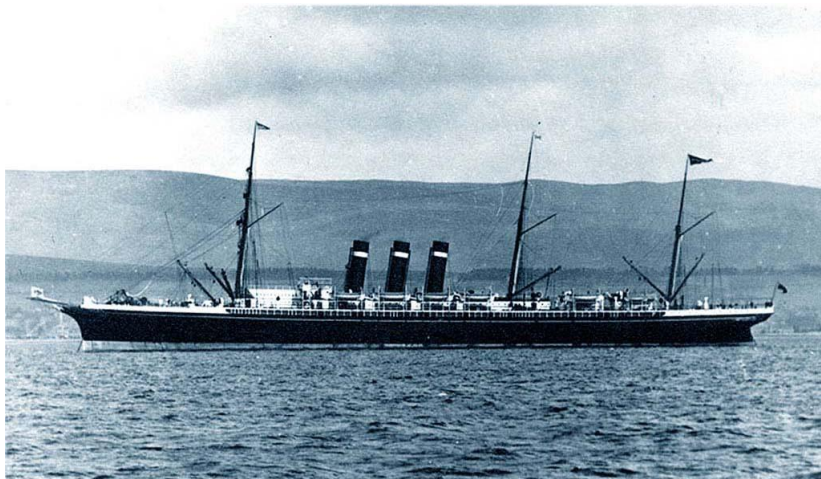


Рис. 2.3.Пароход «City of Paris»

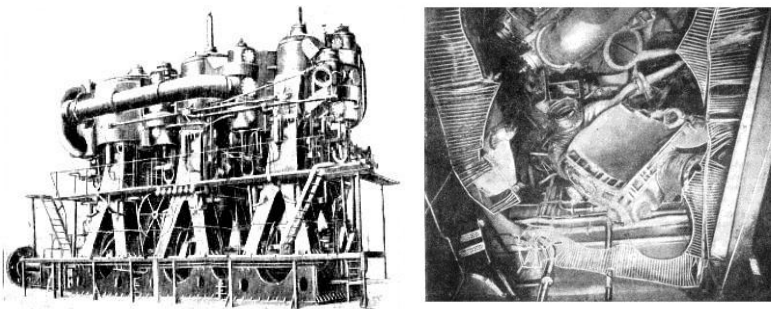


Рис. 2.4. Паровая машина парохода «City of Paris» до и после аварии

Если первоначально паровая машина воспринималась моряками как вспомогательный двигатель, то со временем на военных кораблях от парусов вовсе отказались, обратив все внимание на совершенствование машин, мощность которых в считанные годы выросла в десятки раз. Увеличение мощности и скорости паровых машин при одновременном облегчении конструкции корпуса породило проблему колебаний последнего. Это была первая масштабная задача теории колебаний континуальных систем, ее решение сыграло большую роль в развитии этого раздела теории колебаний. При ее решении были разработаны многие методы, применявшиеся затем в других областях техники, подробнее об этом можно прочитать в п. 2.3.

Таким образом, строительство стальных броненосных судов, оснащенных скоростными паровыми машинами и вооруженных мощными нарезными орудиями, потребовало к себе строгого научного подхода. Именно кораблестроение становится самой наукоемкой отраслью промышленности. Оно стимулирует развитие теплотехники, теории упругости, гидродинамики, теории гироскопов и теории колебаний. Наибольшее развитие корабельные науки получают в Англии, Франции, Германии. Несмотря на общую техническую отсталость царской России, кораблестроение стояло в ней на высоком научно-техническом уровне, и российские корабли зачастую превосходили лучшие западные образцы. Российские корабелы создали новые типы кораблей, такие как мореходные миноносцы, броненосные крейсера. Первый русский эскадренный броненосец «Петр Великий» (1872 г.) считался сильнейшим кораблем

своего времени. Рациональное проектирование судовых конструкций, основанное на прогрессивных методах расчета, позволило перед первой Мировой войной создать лучшие в мире эскадренные миноносцы. Первенец кораблей этого класса – эсминец «Новик» показал в 1911 г. рекорд скорости – 37,3 узла* [352, с. 68]. Заслуживают внимания и первые русские линкоры типа «Севастополь» (1911 г.), в проектировании которых принимали участие А. Н. Крылов и И. Г. Бубнов [356].

1900-е годы ознаменованы первыми серьезными теоретическими исследованиями колебаний, в первую очередь в области кораблестроения – самой передовой отрасли промышленности того времени. Также в этой отрасли появились и первые гасители колебаний, средства их измерения, гироскопические приборы.

Большой вклад в применение теории колебаний в практике кораблестроения сделал видный немецкий инженер Герман Фрам. Его работа, посвященная проблемам крутильных колебаний паровых валов, вышедшая в 1902 г., положила основу обширной теме исследования этой проблемы [313, с. 24]. Тема крутильных колебаний особенно важна в развитии теории колебаний и рассматривается отдельно в п. 2.2.

Г. Фрам в 1909 г. первым применил антивибратор для гашения колебаний корпуса судна. На это изобретение им был получен патент (Frahm H., “Device for damping vibrations of bodies.” US Patent № 989958, 1909). На корме судна, где наблюдались наиболее интенсивные колебания, был поставлен прибор, состоящий из шарнирно закрепленного стержня с грузом на конце, подвешенного на пружине C и снабженного катарактом (демпфером) β (см. рис. 2.5 а) [164, с. 122–126]. Антивибратор настраивается таким образом, чтобы его собственная частота совпала с частотой вынужденных колебаний корабля. В результате колебания палубы успокаиваются, а энергия, благодаря катаракту, рассеивается, превращаясь в теплоту.

Фрам также создал тахометр для измерений частоты колебаний резонансным методом. Прибор описан в его работе, опубликованной в 1905 г. [312, с. 59–60]. Он состоит из системы полос с грузами на конце,

* узел – единица скорости, равная одной морской миле (1852 м) в час.

подобранных таким образом, что их собственные частоты отличаются на небольшую величину, равную, обычно, половине герца (рис. 2.5 *b*). При использовании прибор прикреплялся к машине в месте, где наблюдались интенсивные колебания. По вычисленной аналитически собственной частоте резонирующей полосы определяется частота вынужденных колебаний машины. В 1911 г. Фрам предложил цистерны для успокоения бортовой качки корабля – разновидность демпфера вязкого трения. Они представляют собой два резервуара, частично заполненные водой и соединенные двумя трубами (см. рис. 2.5 *c*). Верхняя труба снабжена воздушным клапаном. Количество воды в цистернах можно подобрать таким образом, чтобы частота ее собственных колебаний равнялась частоте ударов волн, тогда действие успокоителя будет наиболее эффективным. Обычно масса воды составляет 1 % от водоизмещения корабля. Вода, переливающаяся из одного резервуара в другой, является поглотителем колебаний. При этом степень сопротивления регулируется воздушным клапаном. Это устройство успешно применялось на больших пассажирских пароходах [314, с. 196].

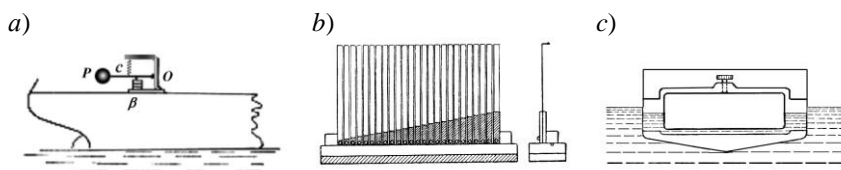


Рис. 2.5. Изобретения Г. Фрама: *a* – антивибратор, *b* – тахометр, *c* –успокоитель бортовой качки корабля

Впоследствии, будучи директором фирмы «Блом и Фосс», Г. Фрам активно внедрял свои изобретения в практику судостроения. В частности его цистерны планировали установить на русских линейных крейсерах типа «Измаил», водоизмещением свыше 32 000 т. В феврале 1913 г. была образована комиссия под руководством генерал-лейтенанта флота А. Н. Крылова, которая зафрахтовала пароход «Метеор», оснащенный цистернами Фрама, и проверила их работу в Атлантическом океане. Для фотозаписи качки корабля Алексей Николаевич изобрел специальный

прибор. В результате испытаний комиссия одобрила идею установки цистерн Фрама на линейных крейсерах*, а Крылов разработал их теорию и опубликовал на эту тему ряд специальных статей [165, с. 207–214].

Именно в морском флоте были созданы и первые, успешно работающие гироскопические системы. В 1880-е гг. австрийский инженер Л. Обри, работавший на заводе Уайтхеда в Фиуме, создал прибор для удержания торпеды на курсе (см. рис. 2.6). Система использовала свободный гироскоп в кардановом подвесе и работала в режиме автоколебаний. Перед запуском торпеды ротор гироскопа разгонялся специальным устройством, а затем прибор работал на выбеге. При отклонении торпеды от заданного курса внешнее кольцо карданового подвеса гироскопа переставляло золотник пневматического регулятора, который воздействовал на рули торпеды, возвращая ее на курс.

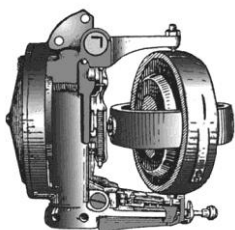


Рис. 2.6. Прибор Обри

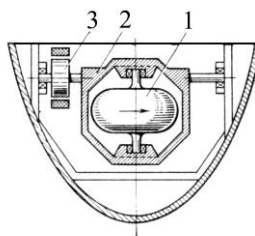


Рис. 2.7. Успокоитель качки Шликка

В начале XX в. были сделаны первые попытки использования гироскопов для угловой стабилизации. Первым успехом в этом деле был гироскопический успокоитель качки корабля, предложенный в 1904 г. директором Германского Ллойда Эрнстом Отто фон Шликом (1840–1913) [145, с. 334–337]. В этом устройстве массивный ротор приводится во вращение паровой турбиной (рис. 2.7). Ротор 1 расположен в камере 2, которая может качаться по отношению к корпусу судна вокруг перпендикулярной оси. Эти качания гасятся с помощью гидравлического или ленточного тормоза 3. Центр масс системы маховик – рама находится

* Спущенные на воду линейные крейсера «Измаил», «Бородино», «Кинбурн» и «Наварин» достроены не были, а после окончания Гражданской войны проданы на слом

ниже оси подвеса, чтобы ось ротора при отсутствии возмущений располагалась вертикально. Данное устройство испытывалось на небольших судах водоизмещением 56 и 90 т и показало хорошие результаты, амплитуда качки не превышала 1–2°. В книге [53, с. 150–151] приведен успокоитель бортовой качки корабля водоизмещением 45 000 т. Данный успокоитель имеет массу 110 т, диаметр волчка 3,96 м при толщине 1,12 м. Действие трех таких успокоителей позволяет уменьшить амплитуду бортовой качки огромного лайнера с 20 градусов до одного.

Первой теоретической работой, посвященной гироскопическому успокоителю, была работа Г. Лоренца*, в которой он рассмотрел свободные колебания системы успокоитель – судно в предположении, что продольная ось судна горизонтальна и неподвижна. Этот же вопрос изучался А. Фёпплем, указавшим в работе «Теория успокоителя Шликка» (Föpple A. Die Theorie des Schlickischen Schiffskreisels. – VDIZtschr., 1904, Bd. 48, N 14, S. 481–483) на пользу тормозов в успокоителе для погашения колебаний судна. А. Фёппль также предложил приближенную формулу, позволяющую определить необходимый кинетический момент гиросtabilизатора

$$K = \frac{1}{5} \varphi_0 \sqrt{G h J} ,$$

где φ_0 – амплитуда качки без стабилизации, G – вес, h – метацентрическая высота, а J – момент инерции сечения судна.

Успокоитель системы Шликка имел существенные недостатки и вскоре был вытеснен активными успокоителями, имевшими бóльшую эффективность. Однако разработанная теория гироскопического успокоителя сыграла важную роль для создания гироскопического стабилизатора вооружения и гирокомпаса. Впоследствии теория гироскопических систем выделилась в самостоятельную отрасль механики, имеющую огромное значение для ракетно-космической отрасли, авиации и судоходства.

* *Ганс Лоренц* (1865–1940) Немецкий инженер, механик и теплотехник. С 1896 г. профессор, а с 1900 г. директор института технической физики в Геттингене, затем проректор Высшей технической школы в Данциге.

Именно кораблестроитель – академик А. Н. Крылов является основоположником прикладной теории колебаний в России. Видные украинские ученые академики С. П. Тимошенко и Н. М. Крылов по праву считали его своим учителем. На кораблестроительном отделении Петербургского политехнического института появился и первый учебный курс теории механических колебаний – в 1907 г. А. Н. Крылов издал литографическим способом лекции по теории колебаний, читавшиеся для кораблестроительного отделения Петербургского политехнического института в рамках курса строительной механики корабля. В 1936 г. был опубликован его капитальный труд «Вибрация судов» [164], являвшийся учебным руководством для кораблестроительных вузов. При написании этой книги Алексей Николаевич полностью использовал и свой учебный курс, и ранее опубликованные работы.

К началу 1930-х гг. кораблестроение начинает терять приоритетность по причине бурного развития авиации и ракетной техники, электротехники, энергетики и кибернетики. Дальнейшее развитие машиностроения потребовало значительного повышения точности анализа динамических напряженных состояний. Расчеты конструкций на колебания стали неотъемлемой частью расчетов на прочность, часто определяющей работоспособность машины. Наиболее динамически нагруженными в первой половине XX века были энергетические машины – ДВС, турбины, а также их приводы, и именно энергомашиностроение стимулировало дальнейшее развитие теории механических колебаний.

К концу XIX века паровые машины достигли своего расцвета, к этому моменту в них были внедрены почти все крупные усовершенствования, и они стали вытесняться другими двигателями. На крупных электростанциях и больших кораблях паровые машины заменялись паровыми турбинами, а на малых станциях и мелких судах – двигателями внутреннего сгорания, в основном дизелями. Дальнейшее развитие паротурбостроения обеспечило человечество дешевой электроэнергией и создало возможности для электрификации на производстве и в быту. Создание быстроходных и мощных ДВС позволило создать автомобиль и самолет, произвести революцию на транспорте. Однако паровые машины по-прежнему применялись в локомотивах (до середины XX века паровоз

был основным видом локомотива), на металлургических и горных заводах, где еще не была проведена электрификация, в мелких установках с утилизацией топлива, например, локомотивы. На большинстве грузовых судов также преобладали паровые машины. Так, в 1930 г. ими были оснащены 74,7 % всемирного торгового флота [270, с. 358].

Одним из основных объектов для применения теории колебаний в начале XX века стали паровые турбины. Идея паровой турбины возникла на раннем этапе развития техники, значительно раньше идеи паровой машины, так как в кинематическом отношении она значительно проще последней. Известный механик и инженер эпохи эллинизма Герон, живший и работавший в Александрии на рубеже нашей эры, изобрел эолипил – прообраз реактивной паровой турбины [39, с. 129]. В начале XVII столетия Дж. Бранка предложил проект активной паровой турбины. Однако указанные машины представляли собой лишь занимательные физические приборы, хотя и явились прототипами двух главных видов паровых турбин. Ни о каком их практическом применении не могло быть и речи. Для создания экономически целесообразной паровой турбины требовались знания свойств пара и законов термодинамики. Кроме того, изготовление паровой турбины возможно только при высоком уровне технологии обработки металлов и наличии специальных сплавов.

Тем не менее, идея создания парового двигателя с непосредственным получением вращательного движения (без применения кривошипно-шатунного механизма) была очень привлекательна. В течение XVIII и XIX веков были предложены различные проекты паровых турбин. В середине XIX века в США и Англии было построено множество небольших турбин, применявшихся там, где требовалась большая скорость вращения – вентиляторы, центробежные насосы, лесопилки, сепараторы. Производство этих турбин носило кустарный характер и не имело особого успеха [270, с. 313–318].

В 80-х годах XIX века появилась острая экономическая необходимость в создании быстроходного двигателя, предназначенного для электростанций. К этому времени создание паровых турбин было уже научно подготовлено. Достаточно хорошо были изучены свойства пара и законы его истечения. Высокого уровня достигло развитие сопротивления материалов и теории упругости. С 1880 по 1890 годы в Англии было взято 52 патента на паровые турбины, а с 1890 по 1900 годы их было уже 186.

В 1892 году появились первые сведения о турбине активного типа шведского инженера Лавалья*. В 1893 г. однодисковая турбина Лавалья, делающая 30 000 оборотов в минуту, была продемонстрированной на выставке в Чикаго. Хотя она и вызвала большой интерес и способствовала развитию турбостроения, но не нашла дальнейшего применения из-за высоких оборотов и, как следствие, громоздкой зубчатой передачи. Однако турбина Лавалья сыграла большую роль в развитии турбостроения, поскольку при ее создании автор поставил и решил ряд основных вопросов этой отрасли. Было сконструировано расширяющееся сопло, специальные шаровые подшипники и зубчатая передача, диск равного сопротивления. Используются специальные материалы (никелевая сталь) для дисков и лопаток. Особый интерес широких технических кругов вызвал гибкий вал турбины Лавалья. Первыми работами, посвященными ему, были труды Дунверлея (J. Dunverley, *Philosoph. Transact.*, т. 185, с. 279, 1894) и Фёппля (Föppl, *Civilingenieur*, т. 41, с. 633, 1895) [270, с. 320–321].

Создателем реактивных турбин является английский инженер Чарльз Альджерон Парсонс (1854–1931). С ним связан большой прогресс применения паровых турбин на электростанциях. Первая турбина, построенная в 1884–1885 гг. на заводе фирмы «Кларк, Чапман, Парсонс и К°», была многоступенчатой с двойным протоком пара и имела мощность всего 6 л.с. Больших успехов достигло применение турбин в судостроении. Заслуга в создании первых турбинных судов также принадлежит Парсонсу. В 1894 г. он построил опытное судно «Турбиния» водоизмещением 44,5 т. После многочисленных экспериментов судно в 1897 г. достигло скорости 32,75 уз [270, с. 343]. После этого Англия постепенно перешла к строительству турбинных боевых кораблей. В 1906 г. в строй вошел первый турбинный броненосец «Дредноут», ставший родоначальником нового класса линейных кораблей и спровоцировавший новый виток гонки вооружений. В том же году были построены крупнейшие пароходы «Лузитания» и «Мавритания» водоизмещением 41 500 т, оснащенные паровыми турбинами общей мощностью 70 000 л.с.

* *Карл Густав Патрик де Лаваль* (1845–1913) – шведский инженер, происходящий из старинной французской дворянской семьи, эмигрировавшей в конце XVII века во время преследования гугенотов во Франции

Именно паровые турбины были первыми машинами, в которых потребовалось проведение более фундаментальных прочностных расчетов. По мнению С. П. Тимошенко первой книгой, в которой была ярко проиллюстрирована тенденция анализа напряжений, была книга А. Стодола «Паровые турбины и перспективы тепловых двигателей» [313, с. 666]. Вслед за ней вышло множество других работ, которые А. Стодола систематизировал в своей знаменитой книге «Паровые и газовые турбины» (Stodola A. Dampf- und Gasturbinen), выдержавшей около десяти изданий. В частности, поверочный расчет турбин для «Мавритании» был выполнен А. Стодола.

Применение турбин породило множество новых проблем теории колебаний. Крутильные колебания, которым подвержены паровые машины и ДВС, имеют для турбин меньшее значение, так как электрические генераторы, которые чаще соединяются с турбинами, редко имеют переменную нагрузку. Однако для судовых машин, соединенных с гребными винтами и турбин, соединяемых с механическими передачами, внешние силы могут иметь периодический характер и вызвать резонансные крутильные колебания в системе валопровода.

Гораздо важнее для турбинных валов колебания изгиба, так называемые *критические обороты*, на которых упругие восстанавливающие силы и моменты, возникающие при прогибе вала, уравниваются силами инерции и их моментами при обращении вокруг линии подшипников. В 1930-е гг. валы турбин строились в основном жесткие, для которых устранение колебаний изгиба требует, главным образом, хорошей балансировки ротора. Однако стремление облегчить конструкцию привело к применению в паровых турбинах «гибких» роторов, рабочие обороты которых выше первых критических скоростей и турбина во время пуска или остановки проходит резонанс. Задачи прохода через резонанс являются наиболее важными из области нестационарных колебаний.

Наиболее ответственными деталями турбин являются рабочие лопатки и диски. Они подвержены значительным динамическим воздействиям парового потока, неравномерность которого является причиной колебаний дисков и лопаток. Колебания лопаток часто приводят к их усталостному разрушению, которое может сопровождаться

разрушением всей турбины. Проведение расчетов этих колебаний усложняется недостаточными знаниями об условиях закрепления лопаток у основания и обода и связывающего их бандажа. Поскольку лопатка является закрученным стержнем, их изгибные колебания сопровождаются крутильными. Еще большей сложностью отличается исследование колебаний дисков, которые происходят в двух измерениях. Именно проблемы лопаточных аппаратов турбин способствовало изучению колебаний с учетом внутреннего неупругого сопротивления.

Лопатки, диски, роторы паровых, а впоследствии и газовых турбин, стали на долгое время одними из основных объектов для приложения теории механических колебаний.

В XX веке прикладная теория механических колебаний, начинавшаяся с отдельных задач, выросла в самостоятельную науку.

2.2. Задача о расчете крутильных колебаний

В развитии теории колебаний дискретных систем задача о крутильных колебаниях валопроводов силовых установок сыграла заметную роль. Это обусловлено, во-первых, важностью задачи, а, во-вторых, ее сравнительной простотой. Именно для решения этой задачи были впервые разработаны многие методы, применявшиеся в теории колебаний.

Задача о крутильных колебаниях паровых валов возникла на рубеже XX века с ростом скорости и мощности паровых машин, которые являются машинами циклического действия с периодически меняющимися силами. Положение усугубил переход от гребных колес к винтам. Дело в том, что вал, соединяющий машину с гребным винтом, у паровых имеет длину несколько десятков метров и, поэтому его жесткость мала по сравнению с валами колесных паровых или стационарных машин. В соответствии с этим, собственные частоты валопроводов этих машин невысокие, и в них раньше стало проявляться явление резонанса. Многочисленные аварии паровых валов, происходившие от наступления резонанса или усталостного разрушения при колебаниях, заставили инженеров обратить внимание на

вибрационные процессы. Только в Англии в период 1882–1885 гг. произошло 228 поломок гребных валов, причиной которых были усталость материала вследствие больших колебаний [53, с. 136]. Поломка гребного вала на корабле часто сопровождалась и поломкой паровой машины. О том, к каким последствиям это может привести, говорит пример аварии на пароходе «City of Paris». Крутильные колебания могут быть вызваны не только газовыми силами и силами инерции поршневых машин. У судов с турбинными механизмами причиной этих колебаний бывают возмущение от неоднородного потока, расцентровка зубчатой передачи и частичное нагружение гребного винта на волнении. Кроме того, в судовых валопроводах могут возникнуть продольные колебания как следствие возмущения от гребного винта.

Не умея вычислить напряжений, обусловленных динамическими причинами, инженеры в сомнительных случаях зачастую просто увеличивали диаметр вала, что, однако, не всегда ведет к уменьшению напряжений. В статье «К вопросу о явлении резонанса в валах», опубликованной в 1905 г. в известиях Санкт-Петербургского политехнического института, С. П. Тимошенко дал анализ первых работ, посвященных этому вопросу [313, с. 13–54]. Среди них он отметил статьи Г. Лоренца, Г. Фрама и Г. Мельвиля. Хотя при исследовании крутильных колебаний валопроводов зачастую необходимо учитывать и нелинейности, на первых порах рассматривались только линейные системы. Особенно полное исследование провел Г. Фрам, описавший в статье «Новые исследования динамических процессов в валопроводах судовых машин с учетом резонансных колебаний» (Frahm H. Neue Untersuchungen über die dynamischen Vorgänge in den Wellenleitungen von Schiffsmaschinen mit besonderer Berücksichtigung der Resonanzschwingungen, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 1902, Bd. 46, № 22, S. 797–803; № 24, S. 880–888.) целый ряд опытов и обосновавший необходимость проверки конструкции валопровода на возможность резонанса [313, с. 24]. Вот, что пишет об этом С. П. Тимошенко: «Вспоминаю ... какой интерес вызвала работа Г. Фрама, посвященная вопросу крутильных колебаний в пароводных валах. В работе было показано, что обычный статический расчет далеко не всегда достаточен, что нужно основываться на

динамической постановке вопроса, т.е. рассматривать крутильные колебания и выбирать размеры вала так, чтобы устранить возможность явления «резонанса», при котором амплитуда крутильных колебаний и соответствующие напряжения могут достигнуть опасных пределов. Работа Г. Фрама показала, что вопрос об упругих колебаниях имеет огромное значение при проектировании быстроходных машин» [313, с. 679–680].

Появление ДВС на первом этапе их развития новых проблем теории колебаний не добавило. Наиболее мощные из них стационарные и судовые дизели из-за тихоходности по своим динамическим характеристикам были близки к паровым машинам. Поэтому вопросы их вибраций не беспокоили инженеров, за исключением, пожалуй, проблемы крутильных колебаний.

Для исследования крутильных колебаний валопроводов поршневых машин применяются дискретные механические модели (см. рис. 2.8). При этом строится система цепной структуры, приведенная, как правило, к валу двигателя, т.е. рассматривается дискретная модель, состоящая из s абсолютно твердых дисков с осевыми моментами инерции I_j , соединенных невесомыми упругими участками с крутильными жесткостями c_j . Способы ее построения хорошо изучены [205; 305].

Моменты возбуждения, действующие на приведенные цилиндровые массы, определяются по известным формулам в предположении, что коленчатый вал вращается с постоянной угловой скоростью [194, с. 68–69]. Например, для центрального кривошипно-шатунного механизма зависимость момента сил давления газов вокруг оси коленчатого вала от угла поворота кривошипа φ выглядит так

$$M_{\varphi}(\varphi) = RSp(\varphi) \sin(\varphi + \beta) / \cos \beta, \quad (2.1)$$

где R – радиус кривошипа, S – площадь поршня, $p(\varphi)$ – зависимость давления газа или пара от угла поворота кривошипа, так называемая

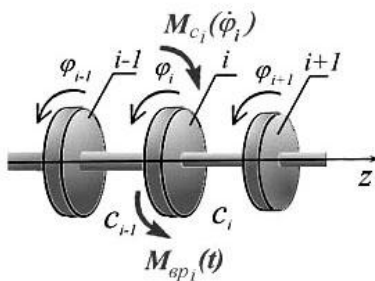


Рис. 2.8. Фрагмент дискретной механической модели валопровода

индикаторная диаграмма, $\beta = \arcsin\left(\frac{R}{L}\sin\varphi\right)$, L – длина шатуна. Для тихоходных двигателей иногда учитывают и моменты от сил тяжести, которые зависят от расположения цилиндров и определяются по формуле, аналогичной (2.1).

Момент от сил инерции относительно оси вала принято определять, заменяя массы кривошипно-шатунного механизма двумя точечными массами, сосредоточенными в цапфе кривошипа и пальце поршня. Сила инерции массы, приведенной к пальцу поршня, дает момент на кривошипе

$$M_{ин}(\varphi) = -\left(m_n + m_u^{np}\right) R^2 \omega^2 \left[\frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos \beta} + \frac{R \cos^2 \varphi}{L \cos^3 \beta} \right] \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta}, \quad (2.2)$$

где m_n – масса поршня, $m_u^{np} = m_u \left(1 - I_u / L^2\right)$ – масса шатуна, присоединенная к поршню, m_u – масса шатуна, I_u – момент инерции шатуна, относительно оси, проходящей через центр поршня, ω – угловая скорость вращения коленчатого вала. Однако шатун не может быть точно заменен двумя массами [205, с. 78]. Современные средства, в частности, разработанный в НТУ «ХПИ» комплекс КИДИМ [6] позволяет произвести точный силовой расчет, и нами было проведено сравнение приближенного и точного расчетов. Результаты, полученные для тракторного дизеля СМД-60, показали достаточно хорошее совпадение результатов. Ошибки от замены шатуна точечными массами не превышают 2–3 % [194, с. 69].

Для многоцилиндрового двигателя, в случае замены коленчатого вала одной приведенной массой, моменты, определяемые по формуле (2.1), складываются с учетом угла поворота данного кривошипа относительно первого. В отличие от ДВС, у которых сумма моментов сил инерции на коленчатом валу равна нулю, в паровых машинах эти моменты присутствуют, так как их цилиндры имеют разный диаметр и, соответственно, разные массы движущихся частей. Формулы для более сложных дезаксиального КШМ, а также для КШМ с прицепным шатуном

более громоздкие, и при проведении расчетов вручную использовались, более простые формулы для центральных КШМ.

Применение спектральной теории приводит задачу о свободных колебаниях валопровода к решению векового уравнения (1.11), а задачу о вынужденных колебаниях – к решению системы (1.19). Для цепной системы задача облегчается, так как уравнения легко записываются в прямой форме. При этом для составления дифференциальных уравнений колебаний не обязательно использовать аппарат аналитической механики. Запишем, например, уравнение движения для i -го инерционного элемента – диска с моментом инерции I_i и обобщенной координатой φ_i фрагмента крутильной системы (рис. 2.8). На диск действуют возмущающие силы с моментом $M_{ep_i}(t)$, силы сопротивления с моментом пропорциональным угловой скорости $M_{ci}(\dot{\varphi}_i) = -\beta_i \dot{\varphi}_i$, а также упругие силы от соседних с диском участков вала с соответствующими моментами

$$I_i \ddot{\varphi}_i = c_{i-1}(\varphi_{i-1} - \varphi_i) - c_i(\varphi_i - \varphi_{i+1}) - \beta_i \dot{\varphi}_i + M_{ep_i}(t) .$$

Здесь c_i – жесткости соответствующих участков валопровода.

При рассмотрении системы цепной структуры в определителе (1.11) собственная частота присутствует только в диагональных элементах. Например, в случае, если обобщенными координатами являются углы поворота приведенных масс системы φ_j , определитель (1.11), построенный для свободных крутильных колебаний валопровода имеет вид

$$\begin{vmatrix} c_{11} - I_1 k^2 & c_{12} & \cdots & c_{1s} \\ c_{21} & c_{22} - I_2 k^2 & \cdots & c_{2s} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{s1} & c_{s2} & \cdots & c_{ss} - I_s k^2 \end{vmatrix} = 0 , \quad (2.3)$$

где c_{ji} – упругие коэффициенты, зависящие от крутильных жесткостей системы и ее структуры, а I_i – моменты инерции тел.

Поскольку вся крутильная система может свободно вращаться, один из корней векового уравнения (2.3) будет иметь нулевой корень, которому

соответствует частное решение $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_s = C_1 + C_2 t$, т.е. физический смысл нулевой частоты это вращение всей системы как единого целого. При нумерации частот нулевую частоту учитывать не принято.

Появление двигателей Дизеля первоначально существенных изменений в проблемы динамики не внесло. Для стационарных двигателей, имевших небольшие обороты и солидную массу характерна только первая форма колебаний с узлом вблизи маховика [353, с. 172]. Для судовых паровых машин и дизельных установок также характерны небольшие обороты (до 600 об/мин у дизелей и еще меньше у паровых машин) и длинный гребной вал (см. рис. 2.9).

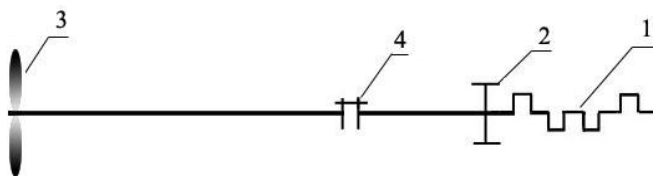


Рис. 2.9. Схема валопровода теплохода (парохода)

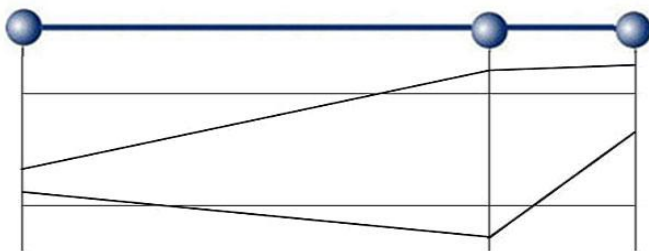


Рис. 2.10. Модель и формы колебаний валопровода теплохода (парохода)

При низкочастотном возбуждении существенное значение имеют только две первые формы крутильных колебаний – первая имеет узел посередине гребного вала, а вторая – на коленчатом валу вблизи маховика и для их получения достаточно рассматривать систему с тремя маховыми массами – приведенной массы коленчатого вала двигателя, маховика и гребного винта. (см. рис. 2.10). Следует отметить, что хотя массы валов

соизмеримы с массами остальных тел, их моменты инерции на два порядка меньше, и инерционными свойствами валов можно пренебречь [114, с. 158–159; 353, с. 173]. Позже мы покажем, как их учитывать, если в этом есть необходимость.

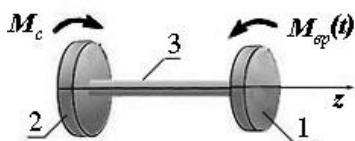


Рис. 2.11. Модель Фрама

паровой машины вместе с маховиком 1, гребного винта 2 и соединяющего их вала [313, с. 13–54]. Данная система имеет две собственные частоты

$$k_1 = 0 \text{ и } k_2 = \sqrt{c \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}}.$$

Соответствующую второй собственной частоте форму колебаний построим, приняв $A_1 = 1$ и подставив это значение в любое из двух уравнений системы, описывающей свободные колебания, откуда найдем

$$A_2 = -\frac{I_1}{I_2} A_1.$$

Выбрав в качестве обобщенной координаты угол закручивания вала $\vartheta = \varphi_2 - \varphi_1$, легко выделить чисто колебательную составляющую решения. Запишем систему дифференциальных уравнений свободных колебаний

$$\ddot{\varphi}_1 - \frac{c}{I_1} (\varphi_2 - \varphi_1) = 0;$$

$$\ddot{\varphi}_2 + \frac{c}{I_2} (\varphi_2 - \varphi_1) = 0$$

и вычтем первое уравнение из второго

$$\ddot{\vartheta} + \left(\frac{c}{I_1} + \frac{c}{I_2} \right) \vartheta = 0. \quad (2.4)$$

Решение уравнения (2.4) ищется в виде $\vartheta = A \sin (k t + \alpha)$, а единственная собственная частота

$$k = \sqrt{\frac{c}{I_1} + \frac{c}{I_2}} = \sqrt{c \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}} \quad (2.5)$$

будет такая же, как вторая частота k_2 в предыдущем случае.

Рассмотрим теперь вынужденные колебания под действием вращающего момента сил давления пара на поршни машины и сил инерции, а также момента сил сопротивления вращению гребного винта, которым соответствует система дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 - \frac{c}{I_1}(\varphi_2 - \varphi_1) &= \frac{M_{ep}}{I_1}; \\ \ddot{\varphi}_2 + \frac{c}{I_2}(\varphi_2 - \varphi_1) &= -\frac{M_c}{I_2}. \end{aligned}$$

Так как нас интересует вопрос только о колебаниях вала, т.е. зависимость его угла закручивания от времени, разделим первое уравнение на I_1 , а второе на I_2 и вычтем второе уравнение из первого

$$\ddot{\vartheta} + c \vartheta \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} = \frac{M_{ep}}{I_1} + \frac{M_c}{I_2}. \quad (2.6)$$

Если вращающий момент M_{ep} и момент сопротивления M_c являются величинами постоянными, то уравнению (2.6) удовлетворяет решение $\vartheta = const$. Это выполняется, если вал приводится в движение электромотором или турбиной. В таком случае его расчет следует вести по формулам, относящимся к статически приложенным силам. Для поршневых же машин вращающий момент считать постоянным нельзя. Он определяется по формуле (2.1).

Предположим, что правая часть дифференциального уравнения (2.6) нам известна как функция времени $\frac{M_{ep}}{I_1} + \frac{M_c}{I_2} = f(t)$. Для решения

уравнения (2.6) тогда используется разложение этой функции в ряд Фурье и принцип суперпозиции. Сейчас разложение периодической функции в ряд Фурье давно уже не представляет никакой проблемы, но на рубеже XX века это была сложная задача. Тогда пользовались способом Фишер – Хиннена, предложенного им в 1894 году* или гармоническим анализатором, дававшим за один обход пять и более гармоник ряда Фурье [313, с. 16]. В монографии [245, с. 80–87] описан гармонический анализатор Mader – Ott, позволяющий определять до 25 гармоник разложения в ряд Фурье. Когда разложение тем или иным способом выполнено, мы можем переписать уравнение (2.6) в виде (1.17) и, используя принцип суперпозиции решений легко получить решение уравнения

$$\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_1^s \sin \omega t + \vartheta_1^c \cos \omega t + \vartheta_2^s \sin 2\omega t + \vartheta_2^c \cos 2\omega t + \dots,$$

$$\text{где } \vartheta_i^s = \frac{f_i^s}{k^2 - (2\omega)^2}; \quad \vartheta_i^c = \frac{f_i^c}{k^2 - (2\omega)^2}.$$

Основной задачей Фрама было отыскание причин поломки паровых валов, которые проектировались таким образом, чтобы максимальные касательные напряжения не превосходили значения 200–230 кг/см² (20–23 МПа). Однако характер излома вала показывал, что разрушение происходит именно от скручивания (см. рис. 2.12). Задача исследования крутильных колебаний, несмотря на примитивность модели, не такая простая, как может показаться на первый взгляд. Это связано с тем, что мы не знаем зависимостей моментов возмущающих сил от времени. Для их определения Фрам провел экспериментальные исследования. Он измерял угол закручивания и скорости точек вала в двух сечениях – у машины и как можно ближе к гребному винту. На рис. 2.13 приведены законы изменения максимального касательного напряжения τ_{\max} за один оборот вала на режиме 83 об/мин, записанные

* Способ описан в работе «Решение практических вопросов о машинах постоянного тока графическим путем» (Fisher-Hinnen J. Lösung einiger praktischer Fragen über Gleichstrommaschinen auf graphischem Wege. Elektrotechnische Zeitschrift, 1894, Jahrgang XV, Heft 29, 19 Juli, SS. 397–402. Eine neue Methode zur Vermeidung der Funkenbildung von Gleichstrommaschinen).

этим талантливым инженером на пароходе «Безоцкий» [313, с. 21]. Фрам вычислил τ_{\max} при различных углах поворота вала и пришел к выводу, что его среднее значение совпадает с данными статического расчета – 218 кг/см^2 . Однако максимальное и минимальное значения изменяются от 600 кг/см^2 до -166 кг/см^2 (от 30 до -5,5 МПа). А на режиме 85,8 об/мин максимальное касательное напряжение превосходило даже значение 800 кг/см^2 (80 МПа). Если к тому же учесть, что эти высокие напряжения повторялись три раза за один оборот вала, то понятна причина поломок. Даже если τ_{\max} не превышает предела прочности, разрушение произойдет от усталости.

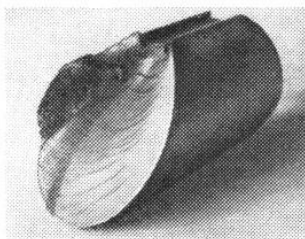


Рис. 2.12. Вид излома вала при разрушении от скручивания

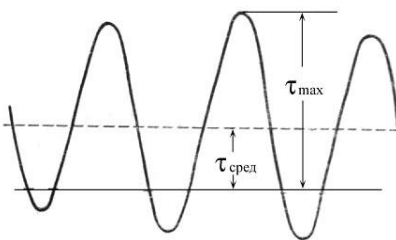


Рис. 2.13. Характер изменения касательных напряжений вала парохода

Далее Фрам провел теоретическое исследование вынужденных крутильных колебаний пароходного вала. При этом вращающий момент $M_{вр}$ от сил давления пара, сил тяжести и инерции он определил аналитически. Момент сил сопротивления воды вращению винта Фрам нашел из уравнения

$$M_c = M_{унр} - I_2 \ddot{\varphi}_2.$$

Здесь $M_{унр}$ – момент внутренних упругих сил. Из ряда опытов Фрам установил, что момент сопротивления может быть представлен в виде

$$M_c = c \omega^\mu,$$

где c – постоянный множитель, ω – угловая скорость вращения винта, μ – число, принимающее значение от 3,6 до 4. Вычисленные Фрамом

аналитически амплитуды колебаний вала очень близко совпали с данными эксперимента.

В результате экспериментов, проведенных на пароходе «Радамес», Фрам получил диаграмму, дающую представление о том, насколько сильно амплитуды колебаний зависят от близости угловой скорости вала к резонансной частоте, имеющей в данном случае значение 83 об/мин. На рис. 2.14 показана запись колебаний угла закручивания вала при различном числе оборотов машины [313, с. 23]. Из опытов видно, что отклонение от этого режима на 6–7 оборотов в любую сторону позволяет получить довольно спокойный ход машины.

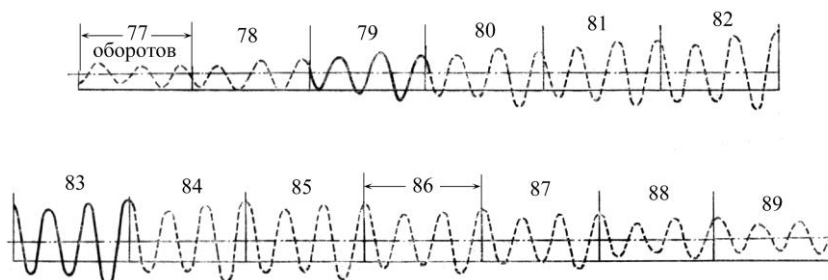


Рис. 2.14. Запись колебаний угла закручивания вала парохода при различном числе оборотов машины

В заключение своей работы Фрам приходит к выводу о том, что общепринятого статического расчета для пароходного вала недостаточно, а необходимо исследование на возможность резонанса. После выбора путем статического расчета диаметра вала необходимо определить собственную частоту системы по формуле (2.5). Если число колебаний вала в минуту $n = 30k/\pi$ окажется кратным числу оборотов машины, то этот диаметр должен быть изменен, т.е. должен быть подобран такой полярный момент инерции сечения вала J_p , чтобы номинальное число оборотов было достаточно далеко от собственной частоты. С этой точки зрения может оказаться более благоприятным даже уменьшение диаметра вала. При решении задачи Фрам не учитывал массу вала, поскольку его момент инерции мал по сравнению с моментом инерции гребного винта и приведенным моментом инерции машины.

В своей статье [313, с. 13–54] С. П. Тимошенко не только анализирует опубликованные работы, но рассматривает и более общие случаи, когда момент инерции вала соизмерим с моментами инерции крайних масс и даже превосходит их. Для ответа на вопрос, какую часть массы вала следует учитывать при составлении дискретной модели, он пользуется приемом, основанным на применении метода Рэлея, изложенном в «Теории звука» [295, с. 132]. Сущность этого приема заключается в том, что на первом этапе рассматривается более простая модель, не учитывающая массу вала, для которой определяются частоты и формы колебаний. Затем записываются кинетическая и потенциальная энергии в виде квадратичных форм (1.6). Считая, что масса вала не очень сильно влияет на форму колебаний и тем самым на перемещения сечений вала, выражение для потенциальной энергии можно не изменять, а вот кинетическую энергию следует рассмотреть заново с учетом инерции участков вала. Этим способом С. П. Тимошенко получает правило для вычисления приведенных моментов инерции модели, показанной на рис. 2.15:

$$I_{1np} = I_1 + \frac{I_a}{3} \frac{I_2}{I_1 + I_2};$$

$$I_{2np} = I_2 + \frac{I_a}{3} \frac{I_1}{I_1 + I_2}.$$

Г. Лоренц в статье «Динамика кривошипно-шатунного механизма с учетом особенностей корабельных машин» (Lorenz H. «Dynamik der Kurbelgetriebe mit besonderer Berücksichtigung der Schiffmaschinen. Leipzig, B.G. Teubner, 1901, S. 156») при учете массы вала просто распределил его момент инерции поровну между крайними массами. С. П. Тимошенко сравнивает решение, полученное по методу Рэлея, с результатом, приведенном в статье Г. Лоренца и точным решением, полученным аналитическим путем. Собственная частота системы получилась:

- без учета массы вала $k = 319,2$ кол/мин;
- в статье Г. Лоренца $k = 309,3$ кол/мин;
- по методу Рэлея $k = 314,1$ кол/мин;
- точное решение $k = 314,9$ кол/мин.

Далее Тимошенко рассматривает точное определение периода свободных колебаний вала, на концах которого имеются шкивы, а также рассматривает случай вала с тремя шкивами – случай паровой машины, приводящей в движение динамомашину (генератор) с маховым колесом между ними [313, с. 45–54].

Примитивные двух и трехмассовые модели могли рассматриваться для паровых машин и тихоходных дизелей. Для таких моделей решение векового уравнения или системы линейных алгебраических уравнений не составляет особого труда и основным вопросом при исследовании крутильных колебаний является вопрос определения параметров дискретной системы. Это не только подсчет крутильных жесткостей и приведенных моментов инерции самой машины, но определение сопротивления и даже учет увлекаемой винтом массы воды.

В монографии профессора В. К. Житомирского [114, с. 158–160] описан случай поломки вала танкера грузовместимостью 7000 т. Танкер имел два четырехцилиндровых двухтактных дизеля, с максимальным режимом 110 об/мин. В одном из рейсов теплоход потерял гребной винт вместе с хвостовиком вала. Характер излома под углом 45° показывал, что авария произошла по причине скручивания. Для данных установок на заводе производился расчет свободных крутильных колебаний на упрощенной трехмассовой модели (см. рис. 2.10) и дал значение первой собственной частоты $k_1 = 524$ кол/мин, что обеспечивало смещение от наиболее опасного резонанса 4-й гармоники (440 кол/мин) не менее чем на 19 %.

Проверка расчета показала, что момент инерции винта был подсчитан без учета массы увлекаемой винтом воды. Уточненный расчет дал значение $k_1 = 456$ кол/мин. Торсиографирование вала показало, что действительно собственная частота равна 455 кол/мин, т.е. «запас» составлял всего 3,5 %. При этом на других танкерах этой серии аварии не наблюдались. Оказалось, что за три месяца до поломки для повышения эффективности судна двигатели этого танкера были отрегулированы на 115 об/мин, т.е. частота главной гармоники оказалась 460 кол/мин. Это означало, что длительное время установка эксплуатировалась на резонансных оборотах. Небольшим увеличением диаметра вала между

маховиком и муфтой, не требующим замены подшипников, удалось отстроить резонансную частоту на 6 %, чего оказалось вполне достаточно для безаварийной работы [114, с. 160].

Дальнейшее развитие двигателестроения привело к тому, что при крутильных колебаниях стали деформироваться и коленчатые валы. Это обстоятельство вынудило рассматривать системы с большим числом степеней свободы. Однако для систем, имеющих пять и более степеней свободы, решение векового уравнения уже представляло серьезные затруднения. Методы, применявшиеся астрономами, не годились для проведения инженерных расчетов из-за их громоздкости, поэтому инженерами разрабатывались различные графические и численные методы расчетов.

Из множества методов решения задачи о свободных колебаниях валов, представляющих собой цепные неразветвленные системы наибольшее распространение, в том числе и в СССР, получили методы, предложенные Гюмбелем, Хольцером и Толле. Эти методы схожи по существу, но различаются по форме. Графические методы Гюмбеля и Хольцера проще в реализации, но неудобны при расчете длинных валов [77, с. 63].

Метод остатков, предложенный в 1921 году немецким ученым Максом Толле в работе «Регулирование двигателей» (Tolle. Regelung der Kraftmaschinen, 1921, S. 231), заключался в последовательном вычислении значений левой части векового уравнения (2.3) для пробных собственных значений. Эти вычисления проводятся по определенной схеме (таблицы Толле). Номер полученной в результате собственной частоты определяется по числу перемен знака формы колебаний, которое должно быть на единицу меньше номера частоты. По существу метод таблиц Толле является упрощенным вариантом более общего *метода начальных параметров*, предложенного позже академиком А. Н. Крыловым [25, с. 223]. Основным же недостатком метода Толле является невозможность его применения к более сложным разветвленным системам без их предварительного преобразования [330, с. 441]. Кроме того, при его использовании невозможно заранее сказать, какое количество выкладок потребуется произвести для того, чтобы «нащупать» с достаточной точностью те зоны возможных значений частот, возле которых лежат собственные частоты крутильных колебаний.

Применению метода Толле для расчета крутильных колебаний валопроводов дизельных установок посвящена работа заведующего дизельным бюро Коломенского паровозостроительного завода Н. М. Урванцева [320]. Автор подробно излагает метод Толле, используя вместо жесткости податливости, что позволяет вместо операций умножения и деления, применяемых в методе Толле, выполнять при составлении таблиц только умножения. При этом приводятся практические рекомендации для определения параметров крутильной системы [320, с. 27–29].

В 1930 г. инженер Коломенского завода В. П. Терских предложил метод расчета крутильных колебаний, основанный на записи уравнения частот в виде непрерывной (цепной) дроби. Метод заключается в том, что s корней данного уравнения, т.е. собственные частоты, определяются последовательными пробами. При этом номер частоты определяется по количеству узлов в полученной форме колебаний. В отличие от метода Толле, метод цепных дробей пригоден и для разветвленных систем. Он был опубликован в двух статьях в журнале «Вестник инженеров и техников» [302; 303], но широкую известность приобрел в 1933 г. после Первой Всесоюзной дизельной конференции [304]. В 1940-е гг., метод цепных дробей получил широкое распространение [306]. Его дальнейшим развитием стал *метод динамических жесткостей* [373].

В работе [168] А. Н. Крылов критически проанализировал методы Лапласа, Лагранжа, Леверрье и Якоби, нашел их «сложными и неудобными» и предложил свой метод, не требующий разворачивания определителя векового уравнения. В результате преобразований определитель принимает такой вид, что k^2 фигурирует только в его первом столбце. Метод Крылова требует значительно меньшего числа операций [331, с. 33–34]. Однако, по мнению инженеров, этот метод, также сложен для практического использования [320, с. 32].

П. Ф. Папкович предлагает метод, который он считает более практичным, и в котором обходятся затруднения, возникающие в классических методах разворачивания определителя и связанные с необходимостью вычисления малых разностей близких величин. В сообщении Ленинградскому Механическому обществу он сопоставил упомянутые

выше классические методы, с теми, которыми пользовалась техника, а именно с методом последовательных приближений, методом Рэлея – Ритца и их видоизменениями [256].

Профессор из Таганрога А. П. Черевков подверг критике все имеющиеся численные и графические методы и предложил свой аналитический метод определения собственных частот крутильной системы [350]. Однако, по нашему мнению его метод, содержащий тройные интегралы, еще менее доступен для практического использования.

Поскольку часто при расчетах надо знать только первые две собственные частоты колебаний крутильной системы валопровода, многие исследователи шли по пути упрощения системы, т.е. сведения ее до трех – четырех степеней свободы. Для таких систем собственные частоты и формы могут быть вычислены путем решения векового уравнения аналитически.

С. П. Тимошенко рассматривает пример из книги Хольцера «Расчет крутильных колебаний» (Н. Holzer Die Berechnung der Drehschwingungen, Berlin, 1921) [314, с. 147]. На рис. 2.15 приведены схема и параметры модели – моменты инерции масс в $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ и приведенные длины валов в м. По тогдашним правилам приведения системы, валы приводились к одному диаметру и имели разную приведенную длину, соответствующую их податливости при принятой жесткости вала на кручение, которая в данном случае равна $GJ = 10^{10} \text{ кг/см}^2$.



Рис. 2.15. Пример валопровода из книги Хольцера

Поскольку данная система имеет две большие массы и множество мелких, ее упрощение идет по пути объединения малых масс. Тимошенко

приводит систему к трем массам, сохранив при этом две тяжелые массы и объединив все остальные в одну, расположенную посредине коленчатого вала, с моментом инерции равным сумме моментов инерции всех масс. Далее в своей книге [314, с. 147] он приводит результаты расчета модели, упрощенной на основе теоремы Рэля (см. табл. 2.1).

А. П. Черевков в работе [351] приводит алгоритм приведения данной системы к четырехмассовой, где все мелкие массы заменяются не одной, а двумя массами, расположенными по такому правилу – масса № 3 с моментом инерции равным $2/3$ суммарного момента инерции располагается на расстоянии четверти общей длины валов, а остальная масса – на расстоянии $3/4$ длины валов от третьей массы. Данная модель приведена на рис. 2.16.

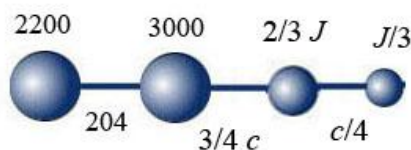


Рис. 2. 16. Упрощенная модель А. П. Черевкова

Трехмассовая модель, предложенная С. П. Тимошенко, позволяет точно определить только первую собственную частоту, метод Рэля, также реализованный Степаном Прокофьевичем, дает неплохой результат и для второй частоты, однако завышенный на 4,5 %. Лучше результат для первых двух частот, полученный в четырехмассовой модели А. П. Черевкова, хотя, конечно, третья частота тут не имеет никакого смысла. Результаты применения различных методов приведены в табл. 2.1.

Таким образом, проявляющиеся в валопроводах паровых машин и тихоходных дизелях крутильные колебания, были достаточно хорошо изучены уже к 30-м гг. XX века. Однако, несмотря на это, расчеты судовых валов и в 1940 г. по-прежнему проводились в статической постановке. Например, для определения минимального диаметра коленча-

того вала Английским Ллойдом и Регистром СССР была принята эмпирическая формула, в которой не учитываются крутильные колебания валов [16, с. 213].

Таблица 2.1

Автор	Номер частоты			
	1	2	3	4
Точное решение	223,2	375,5	1 017,4	1 629,1
С. П. Тимошенко	221,4	350,7	–	–
Упрощение по методу Рэлея	223,6	392,4	–	–
А. П. Черевков	223,7	375,7	683,5	–

Появление быстроходных ДВС со сложными силовыми передачами потребовало учета в их дискретных моделях уже многих масс. У новых машин был более плотный спектр собственных частот крутильных колебаний, что сделало невозможной отстройку системы от резонанса. В связи с этим важным видом расчета стал расчет вынужденных колебаний, причем не только установившихся, но и переходных режимов. Сложные силовые передачи включали в себя различные виды упругих соединений, таких как, муфты с нелинейными характеристиками, зубчатые передачи, в которых требовалось учитывать технологический зазор, карданные валы и др. Это обстоятельство потребовало разработки методов расчета нелинейных колебаний. Именно задачи о крутильных колебаниях силовых установок с ДВС стали первыми задачами, где использовались многие новые методы и изучались новые колебательные явления.

2.3. Вибрации судовых корпусов – одна из первых задач прикладной теории колебаний

Задача о вибрации судовых корпусов возникла в конце XIX века, когда с переходом в судостроении на железо, а затем и на сталь, размеры судов стали быстро расти. Это была первая масштабная задача о

колебаниях континуальных систем. Новые материалы предъявили и новые требования к проектированию и постройке судов. Особые сложности возникли, когда длина судна совпала с длиной океанской волны (свыше 130 м). Тогда корабль оказывается между гребнями двух волн или повисает на гребне одной волны посередине. Проблема усугубляется тем, что коррозионное воздействие морской воды может существенно снизить предел выносливости при циклических нагрузках [37, с. 83]. Ситуация, когда судно ломается в средней части, не выдержав нагрузки, довольно распространенный вид аварии. Первыми с этой проблемой столкнулись английские кораблестроители, и суда, у которых длина корпуса соизмерима с длиной волны, называются судами Рида по фамилии главного кораблестроителя Британского флота.

Кроме того, увеличение водоизмещения кораблей, отношения длины к ширине при одновременном облегчении конструкции корпуса привели к снижению собственных частот колебаний. Повышение мощности и скорости паровых машин также способствовало возникновению резонансных колебаний. Впервые на колебания судовых корпусов, возбуждаемых неуравновешенными движущимися частями паровых машин, обратили внимание в 80-е гг. XIX в. Чаще всего они наблюдались у миноносцев, имеющих быстроходные машины и у речных пароходов с облегченными корпусами. Со временем вибрации стали проявляться и на других кораблях. Поэтому кораблестроители вынуждены были заняться вопросами измерений и устранения вибраций корпусов.

Упругие колебания, свойственные судну в целом, похожи на колебания, которые может совершать стержень, поэтому его рассматривают как балку переменного поперечного сечения. Важнейшим вопросом при этом является учет влияния забортной воды. Исследования показали, что архимедова сила, существенная при исследовании качки, на колебания корпуса не влияет, изменяя частоту не более чем на 1–2 %. Это объясняется тем, что жесткость воды как упругого основания ничтожно мала по сравнению с жесткостью корпуса, поэтому последний рассматривается как совершенно свободный упругий стержень. Из возможных типов колебаний у судов чаще всего наблюдаются поперечные вертикальные. При этом, хотя теоретически различные типы колебаний взаимосвязаны, на практике они всегда разделяются.

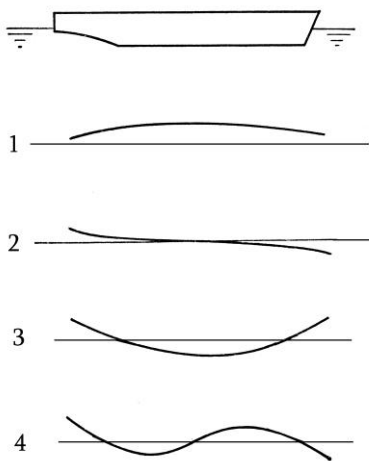


Рис. 2.17. Формы поперечных колебаний корпуса судна

При рассмотрении изгибных колебаний свободного стержня две низшие собственные частоты оказываются нулевыми и соответствуют поступательному движению в вертикальном направлении и вращательному движению вокруг центра масс. Для этих двух частот необходимо учитывать архимедову силу, и тогда полученные движения будут соответствовать режимам вертикальной и килевой качки, при которых корпус, хотя и деформируется, но при вычислении частоты может считаться абсолютно жестким.

Поэтому расчет корпуса корабля на прочность при волнении моря производится в квазистатической постановке. Что касается колебаний корпуса как упругой балки, то первая форма колебаний, при которой учитывается податливость корпуса и не учитывается влияние жесткости забортной воды, имеет два узла, вторая – три и т.д. Формы колебаний представлены на рис. 2.17.

Подробный анализ первых работ, посвященных вибрациям корабельных корпусов, приведен в очерке П. Ф. Папковича «Развитие и современное состояние вопроса о вибрации судов», напечатанного в журнале «Прикладная математика и механика» в 1932 г. [257, с. 227–261], а также в других его работах, посвященных этому вопросу [257, с. 262–325].

Первым исследовал колебания судовых корпусов Отто фон Шликк. В 1884 г. он сделал доклад «О вибрации паровых судов» («On the Vibration of the Steam Vessels» Transactions of the Institution of Naval Architects (T. I. N. A.), 1884, р. 24.). Здесь впервые вопрос колебаний корпуса корабля был выделен в самостоятельную проблему. Автор сравнивает его со свободным упругим стержнем и подчеркивает, что колебания не являются следствием слабости судового корпуса. Они возрастают при совпадении частоты вращения машины с собственной частотой корабля,

как единого целого. В этом докладе Шликк отмечает, что самыми действенными способами погашения вибраций служат изменение числа оборотов машины и уравнивание сил инерции одних движущихся частей машины другими. Здесь же он приводит описание самого примитивного устройства для записи колебаний в виде гибкой рейки с грузом и карандашом на свободном конце.

Позже, в 1893 г. Шликк создал прибор для записи вибраций корабля – паллогграф, который устанавливался на палубе судна в том месте, где надо измерять вибрации, а к самописцу подносился вращающийся барабан (рис. 2.18).

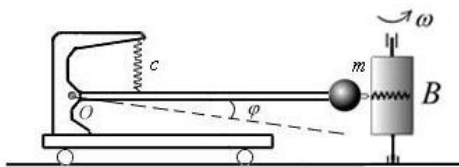


Рис. 2.18. Паллогграф Шликка

Достаточно тяжелый груз и податливая пружина обеспечивали низкую собственную частоту стержня OP и сравнительную неподвижность самописца при высокочастотных колебаниях палубы. Паллогграф описан в работе «Об аппарате для измерения и регистрации вибрации пароходов» («On an Apparatus for Measuring and Registration the Vibration of Steamers». T. I. N. A.) [314, с. 20].

С помощью паллогграфа Шликк произвел множество наблюдений на различных судах для сравнения их вибраций и для экспериментального определения собственных частот и на основании их вывел эмпирическую формулу для определения периодов главных свободных вертикальных колебаний корабля.

$$n_1 = \frac{60}{T} = C \sqrt{\frac{J}{Pl^3}},$$

где n_1 – число колебаний в минуту на первой (основной) частоте, T – период колебаний судна в с; J – момент инерции площади поперечного сечения миделя* в м^4 ; P – вес судна в тоннах; l – длина судна в м; C – коэффициент, который по Шликку равен для судов:

* мидель – место, в котором судно имеет самое широкое поперечное сечение

- с очень острыми обводами (миноносцы) – 3 450 000;
- пассажирских – 3 150 000;
- грузовых с полными очертаниями – 2 800 000.

Позже Хорн установил, что коэффициент грузовых судов 2 800 000 соответствует полной загрузке, но если судно загружено только балластом, то он имеет значение от 2 200 000 до 2 400 000.

Что касается второй собственной частоты, то ее определяли совсем приблизительно. Так по Шликку она выше первой в 1,85–2 раза. По некоторым другим источникам она может быть еще выше [257, с. 291].

Одним из методов борьбы с вибрациями является устранение их причин – возмущающих сил. В 1893 г. О. Шликк предложил свой способ уравнивания поступательно движущихся частей судовой паровой машины. Способ предназначен для машины тройного расширения с четырьмя цилиндрами, так как цилиндр низкого давления разделялся на два. Расстояния между цилиндрами машины выбирались соответственно условиям уравнивания, а углы заклинивания кривошипов были приняты отличными от 90°, так как цилиндры имели разный диаметр и, соответственно, разные массы движущихся частей. Его статья «О способе устранения вибраций паровых судов» («Über die Mittel zur Beseitigung der Vibrationen von Dampfmaschinen», Hamburg. 1894) вызвала большой интерес среди инженеров, а предложенный способ вызвал множество других работ по данному вопросу. В 1897 г. завод «Вулкан» (город Штеттин) изготовил для парохода «Император Вильгельм Великий» две паровые машины, мощностью 14 000 л.с. каждая, уравнивающие по методу Шликка. В 1887–1900 гг. этот пароход удерживал «Голубую ленту Атлантики» [251, с. 29–30]. Подобные машины устанавливались также на броненосцах кайзеровского флота до перехода на паровые турбины [270, с. 212]. В 1911 г. на юбилейной сессии Английского общества корабельных инженеров и 1912 г. в Германском обществе корабельных инженеров О. Шликк подвел итог своих многолетних трудов. Это были его последние работы [257, с. 229].

Подробные исследования Муллена, опубликованные в работе «Некоторые вибрационные проблемы кораблестроения» (Moullin «Some Vibration Problems in Naval Architecture.» Р. III. I.C.M. 1930. Stockholm,

р. 28), показали, что главная погрешность формулы Шликка заключается в том, что не учитывается распределение массы корабля по его длине [257, с. 260]. Важно также учесть распределение момента инерции поперечного сечения корабля J вдоль длины, особенно в средней части.

В Англии начало исследований поперечных колебаний корпусов кораблей связано с серьезной проблемой, возникшей при создании истребителей миноносцев. В 1892 г. в противовес новым французским миноносцам, имевшим скорость порядка 26 узлов, было принято решение о строительстве серии из 42 контрминоносцев со скоростью хода не менее 27 узлов. Новые корабли строились на 15 различных заводах, хотя первоначальная идея исходила от фирмы Ярроу. Для достижения намеченной скорости и размещения мощного вооружения конструкция корпуса была облегчена, а отношение длины к ширине было принято равным 10, тогда как на всех предыдущих кораблях оно составляло 7–8. Первый в серии истребитель фирмы Ярроу «Хорнет» водоизмещением 223 т при мощности двух машин 4000 л. с. показал на испытаниях скорость 28,2 узла. Но при этом на скорости свыше 23 узлов наблюдались интенсивные вибрации корпуса [352, с. 46–48]. Это же повторилось и на других кораблях. Для установления причин возникновения вибраций на фирме Ярроу в 1892 г. были проведены первые эксперименты. На одном из миноносцев машину запустили при снятом гребном винте, что подтвердило факт возбуждения колебаний корпуса неуравновешенностью паровой машины, а не работой гребного винта. Эксперименты описаны в работе основателя фирмы А. Ф. Ярроу (1842–1932) «О балансировке машин и вибрации кораблей». (Jarow. On the Balancing of Engines and the Vibration of Ships. Т. I. N. A. 1892, p. 213).

Поскольку теоретических расчетов таких колебаний еще не существовало, Мэллок в работе «О вибрации кораблей и машин» (Mallock «On the Vibration of ships and Engines». Т. I. N. A. 1895, p. 296) предложил определять частоты свободных колебаний на малых моделях, которые он рекомендовал делать в форме длинных стержней, площади и моменты инерций сечений которых воспроизводили бы в известном масштабе рассматриваемое судно [257, с. 230]. А теоретических работ по определению собственных частот и форм колебаний до конца XIX века не было.

Первой работой, посвященной расчетному определению собственных частот и форм колебаний судового корпуса была работа Людвиг Гюмбеля «Одномерные поперечные колебания корпуса, имеющего форму свободного стержня с переменным поперечным сечением» (Gümbel «Ebene Transversalschwingungen freier stab förmiger Körper mit variablen Querschnitt», Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, 1901). Для интегрирования дифференциального уравнения свободных колебаний

$$\frac{d^2}{dt^2} \left[EJ(z) \frac{d^2 y}{dz^2} \right] = -\mu(z) \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (2.7)$$

при граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} EJ(z) \frac{d^2 y(z)}{dz^2} &= 0; \\ \frac{d}{dz} \left[EJ(z) \frac{d^2 y(z)}{dz^2} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{при } z=0 \text{ и } z=l,$$

где E – модуль упругости, $J(z)$ – момент инерции сечения, в зависимости от длины корпуса z , $\mu(z)$ – погонная масса корпуса, y – вертикальное смещение упругой линии корабля Гюмбель применил наиболее простой и естественный прием, положив искомое y в рассматриваемом главном колебании $y = y_k(z) \sin \lambda_k t$.

Этой подстановкой задача сводится к интегрированию уравнения для определения функции $y_k(z)$

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[EJ(z) \frac{d^2 y_k(z)}{dz^2} \right] = \lambda_k^2 \mu(z) y_k(z) \quad (2.8)$$

при граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} EJ(z) \frac{d^2 y_k(z)}{dz^2} &= 0; \\ \frac{d}{dz} \left[EJ(z) \frac{d^2 y_k(z)}{dz^2} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{при } z=0 \text{ и } z=l. \quad (2.9)$$

Данное уравнение совпадает с уравнением, описывающим статический изгиб балки переменного поперечного сечения под действием распределенной нагрузки $\lambda_k^2 \mu(z) y_k(z)$. Его точное решение в общем случае представляет затруднения, и поэтому для него были предложены различные приближенные способы.

Гюмбель, в частности, применил метод приближенного нахождения отдельных частных решений задачи по заданным при $z=0$ граничным условиям. Отклонение на границе $y_k(0)$ выбиралось произвольно, а $y'_k(0)$ – так, чтобы удовлетворить одному из условий на втором конце ($z=l$). Для удовлетворения второго условия следует задаться соответствующим образом в уравнении (2.8) частотой λ_k . Задачу определения частных решений уравнения (2.8) Гюмбель решал графически с помощью веревочных многоугольников для различных комбинаций величин λ_k и $(y'_k(0)/y_k(0))$.

Метод, предложенный Гюмбелем, вскоре был усовершенствован А. Н. Крыловым. Российские кораблестроители впервые столкнулись с новыми проблемами прочности судов при строительстве серии броненосных крейсеров, предназначенных для Тихого океана. По сравнению с крейсерами предыдущих типов новые корабли должны были иметь значительно большую скорость и дальность плавания. В связи с этим выросли их водоизмещение и длина корпуса. Первый корабль из серии – «Рюрик» вступил в строй в 1892 г. Длина его корпуса составляла 132,6 м, а водоизмещение 11650 т. Две паровых машины общей мощностью 13250 л.с. позволяли крейсеру развивать скорость около 19 узлов, а для большей автономности плавания он сохранял еще полное парусное вооружение.

При строительстве второго крейсера серии – «Россия» были внесены существенные изменения, в частности ликвидировано архаичное парусное вооружение, а для экономического хода кроме двух основных машин была поставлена малая машина мощностью 2 500 л.с., работающая на средний вал. На максимальном ходу эта машина отключалась. Две основные машины общей мощностью 14 500 л.с. должны были при 80 об/мин обеспечить скорость 19 узлов. Водоизмещение «России» составило 12 195 т, а длина корпуса 148 м. На испытаниях крейсер развил скорость 19,74 узла при мощности 15 680 л.с. и режимах 83,1 и 83,6 об/мин у основных машин. При движении под одной средней машиной на режиме выше 86 об/мин были замечены вибрации корпуса, особенно интенсивные в корме. На это тогда не обратили внимания, к тому же само применение машины экономического хода оказалось нецелесообразным, и в дальнейшем от нее отказались. После ввода в 1896 г. в строй крейсера «Россия», по его типу был заложен третий корабль серии – «Громобой», который отличался от прототипа облегченной конструкцией корпуса и уменьшенной толщиной и площадью броневого пояса по ватерлинии. За счет этого было усилено бронирование артиллерийских казематов, причем основная доля увеличения бронирования пошла на установку поперечных переборок – траверсов. Водоизмещение корабля выросло до 12 455 т [356, с. 247–249]. Указанные обстоятельства – уменьшение продольной жесткости и увеличение массы привели к тому, что собственные частоты колебаний корпуса понизились. Кроме того, на крейсер были установлены три паровые машины нового типа общей мощностью 15 500 л.с., с максимальной частотой вращения 125 об/мин.

На ходовых испытаниях, проходивших в сентябре 1900 г., на частоте вращения машин 105 об/мин были отмечены очень большие колебания в середине корпуса и на оконечностях корабля. Колебания концевых мачт, передававшиеся от корпуса, были настолько интенсивны, что невозможно было пользоваться прожекторами и вести стрельбу из орудий, расположенных на марсах. Строители крейсера столкнулись с новым для себя явлением – резонансом. В то время Российское Морское министерство не располагало еще приборами для измерения вибраций, и

на испытаниях для этого применялся очень простой способ: на палубу в нужном месте ставился табурет, а на него стакан, доверху заполненный водой, подкрашенной для контрастности обыкновенной чайной заваркой. При колебаниях вода расплескивалась, и по оставшемуся ее уровню судили об амплитуде колебаний. Однако на «Громобое» этот метод оказался неприменим, так как, например, в кормовой адмиральской каюте, при работе машин с частотой 105 об/мин из стакана расплескивался практически весь чай [165, с. 764].

Чтобы погасить вибрации мачт, было предложено раскрепить их дополнительными контрштагами. Не готовый к решению новой проблемы, председатель Морского технического комитета Н. Е. Кутейников на это предложение согласился. Однако вибрации не прекратились, так как их источник не был устранен. Тогда для консультации был приглашен профессор Морской академии, заведующий Опытным бассейном Морского ведомства А. Н. Крылов. Он вместе со своим неизменным помощником и другом, сотрудником бассейна Н. А. Смирновым, имея в своем распоряжении всего около 36 часов, из подручных материалов смастерил переносной прибор для измерения вибраций – виброграф.

Принцип работы вибрографа заключается в том, что к неподвижному самописцу приставляется колеблющийся вместе с палубой корабля вращающийся хронограф. Схема прибора представлена на рис. 2.19. В результате на бумаге, намотанной на барабан хронографа, остается след – запись колебаний. Для получения неподвижного самописца на колеблющемся с большой амплитудой судне тяжелый груз подвешивался на достаточно податливой упругой связи к бимсу* верхней палубы. Жесткость пружины c и масса груза m подбираются таким образом, чтобы амплитуда вынужденных колебаний груза от кинематического возбуждения подвеса не превышала

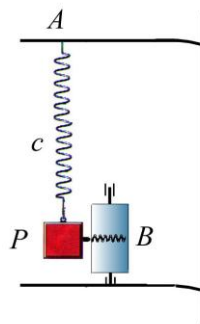


Рис. 2.19.
Схема вибрографа
А. Н. Крылова

* бимс – горизонтальный брус в наборе судна

заданной величин, т.е. собственная частота колебаний самописца не превышала определенного значения. При этом необходимо, чтобы низкая собственная частота вибрографа не оказалась близка к частоте качки корабля, чтобы не наступил резонанс прибора.

Проведенные с помощью вибрографа испытания показали, что амплитуда колебаний в оконечностях и посередине корабля на режиме 105 об/мин достигает 30 мм. Крылов пишет по этому поводу: «При такой вибрации наводить орудия было невозможно; мина^{**}, вложенная в кормовой аппарат, на моих глазах каким-то образом сбила стопора, сама ушла из аппарата и была потеряна» [164, с. 10]. На рис. 2.20 представлены образцы записей колебаний, полученные описанным прибором при работе двух бортовых машин на режиме 102 об/мин и застопоренной средней. На записях видно характерное биение, происходящее из-за небольшой разницы в угловых скоростях машин.

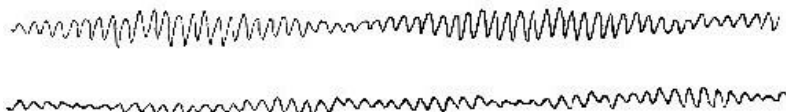


Рис. 2.20. Запись вибраций крейсера «Громобой»

Следует отметить, что картина колебаний как раз соответствует первой собственной форме колебаний свободного стержня (см. рис. 2.21). На основании анализа полученных экспериментальных данных А. Н. Крылов решил задачу о колебаниях корпуса корабля, рассматривая его как стержень переменного поперечного сечения. Подробнее решение этой задачи приводится в разделе «Поперечные колебания балок» книги «Вибрация судов» [164, с. 298–358].

Что же касается «Громобоя», то проблема его вибраций тогда решена не была, так как на устранение неполадок уже не было времени (назревал конфликт с Японией), и крейсер ушел на Дальний Восток без исправлений. Проблему резонанса решили таким способом: для

^{**} В то время торпеды называли самодвижущимися минами

достижения 18-узловой скорости, которой соответствовал режим 105 об/мин средняя машина работала с частотой вращения 120 об/мин, а две бортовые – с пониженной частотой (менее 98 об/мин). Благодаря этому вибрации были уменьшены, хотя работа механизмов была весьма невыгодной [164, с. 10–11].

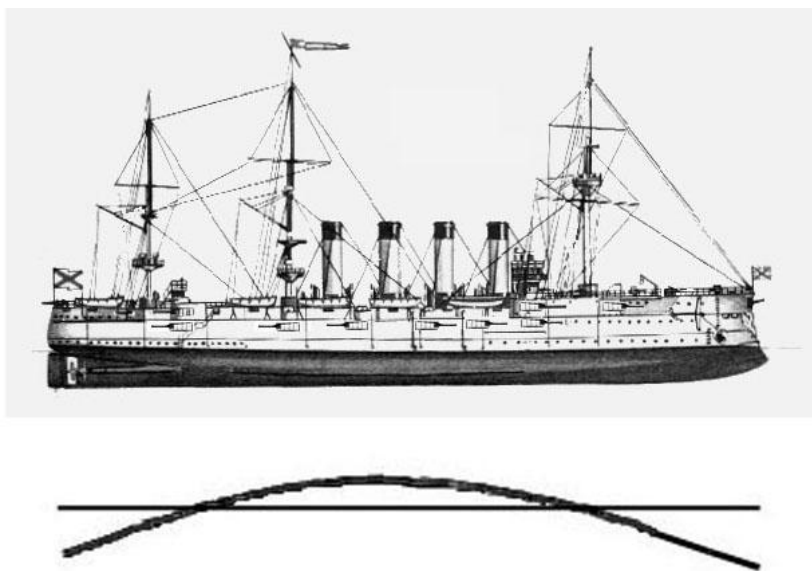


Рис. 2.21. Крейсер «Громобой» и форма колебаний его корпуса

Опыт, полученный при испытаниях «Громобоя», не прошел даром. Он положил начало научному подходу к изучению вибраций. В 1902 г. А. Н. Крылов провел испытания на строившемся в Тулоне (Франция) по заказу России броненосном крейсере «Баян», на котором также были обнаружены повышенные вибрации [214, с. 243]. А. Н. Крылов на основании проведенных исследований пришел к весьма важным для практики выводам: для уменьшения вибраций корабля надо увеличивать жесткость корпуса в районе машинного отделения. Этого можно достигнуть устройством фундамента под машину, дополнительными связями между палубами и др. С этого момента запись вибраций стала

обязательной при испытании кораблей. Для Опытового бассейна был изготовлен более совершенный прибор – паллограф Шликка (рис. 2.18).

На строившихся во Франции в Кане в 1925–1927 гг. огромных танкерах, грузоместимостью свыше 10 000 т «Нефтесиндикат СССР» и «Советская нефть» по проекту А. Н. Крылова в машинном отделении была выполнена солидная арочная связь. Позже такой способ отстройки от резонанса вошел в практику судостроения не только в Советском Союзе, но и за рубежом. С. П. Тимошенко, который считал А. Н. Крылова своим учителем, пишет: «Крылов первый ввел в практику проектирования математический расчет прочности судов и показал, что при правильном его применении можно достигнуть значительной экономии в весе судов. Некоторые расчеты оказались новинкой и ими впоследствии стали пользоваться кораблестроители других стран» [310, с. 267–268].

Почему же резонансные колебания корпуса не возникали раньше на коммерческих трансатлантических пароходах, длина которых достигала уже к концу XIX века 160 м? Дело в том, что корпус коммерческого парохода гораздо крепче, а значит и жестче, чем у военных. Это обусловлено, во-первых, более длительным сроком эксплуатации коммерческих пароходов (военные быстрее устаревают), а во-вторых, на военных кораблях их груз – броня и вооружение находятся на постоянных местах, тогда как на транспортах груз может быть размещен в разных местах, что также предъявляет более высокие требования к прочности корпуса.

Крылов предложил искать общий интеграл уравнения (2.7) в виде

$$y_k(z) = C_1 F_1(z) + C_2 F_2(z),$$

где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования, а $F_1(z)$ и $F_2(z)$ – независимые частные решения уравнения (2.7), удовлетворяющие граничным условиям при $z=0$ и вычисляемые для всякого частного решения λ_k^2 методом приближенного численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

Для этого интегрирования Крылов сначала предложил метод, основанный на разбиении корабля на участки, которые рассматривал как призматические стержни. В 1917 г. он же предложил для численного разыскания функций $F_1(z)$ и $F_2(z)$ пользоваться методом Штермера – Адамса. Соответствующая вычислительная схема была развита Крыловым в ряде работ. Однако этот метод требует большого количества выкладок и к тому же, как и всякий экстраполяционный метод очень чувствителен к погрешностям вычислений [164, с. 364–392].

Морроу в 1905 г. и Вехмейер (1907) для определения собственных частот колебаний непризматических стержней применили метод последовательных приближений, ранее использовавшийся для определения критических нагрузок сжатых стоек переменного сечения. Теоретическое обоснование этого метода дал Б. Л. Сушенков в 1916 г. Он показал, что вычислительный процесс приводит к нахождению первой частоты и формы колебаний. В своем докладе, сделанном в Петрограде в Обществе морских инженеров Сушенков дал указания, как пользоваться методом последовательных приближений для определения высших частот и форм.

Исходным при применении метода последовательных приближений для определения частот и форм изгибных колебаний являются уравнения (2.8) при граничных условиях (2.9). Далее задаются каким-либо выражением искомой упругой линии $\varphi_0(z)$, например,

$$\varphi_0(z) = \alpha + \beta \frac{z}{l} + \sin \frac{\pi z}{l},$$

где α и β – постоянные, определяемые из условий общей уравновешенности сил инерции

$$\begin{aligned} \int_0^l q(z) \varphi_0(z) dz &= 0; \\ \int_0^l \int_0^z q(z) \varphi_0(z) dz^2 &= 0 \end{aligned} \tag{2.10}$$

и подставляют его вместо $y_k(z)$ в правую часть уравнения (2.8). После четырехкратного интегрирования находят из левой части этого уравнения новое приближение для $y_k(z) - \varphi_1(z)$, где

$$\varphi_1(z) = \lambda^2 \left[\int_0^z \int_0^z \frac{1}{EJ} \int_0^z \int_0^z q(z) \varphi_0(z) dz^4 + A_1 \int_0^z \frac{1}{EJ} dz + B_1 \int_0^z \frac{z}{EJ} dz + C_1 + D_1 z \right].$$

Постоянные интегрирования определяются частью из условий (2.9), частью же из условия уравниваемости сил инерции (2.10). Процесс продолжается до тех пор, пока не окажется, что при всяком z с достаточной точностью

$$\varphi_n(z) = \varphi_{n-1}(z) \quad (2.11)$$

Постоянная λ^2 определяется из условия (2.11) и является квадратом собственной частоты. В [257, с. 232–235] приводится доказательство сходимости данного процесса.

Для определения второй собственной частоты и соответствующей ей формы колебаний следует добиться только того, чтобы в течение всего процесса вычислений $A_1 = 0$. Этого можно достичь с помощью условия ортогональности форм главных свободных колебаний

$$\int_0^l q(z) y_k(z) y_n(z) dz = 0$$

при любых k и n не равных друг другу.

Приближенное значение собственной частоты можно определить также с помощью формулы Рэлея (1.14), взяв в качестве формы колебаний статический прогиб судна под действием сил тяжести. Метод дает завышенное значение собственной частоты, однако, вполне приемлемое для практики.

Швейцарский физик и математик Вальтер Ритц (1878–1909), обобщив метод Рэлея, реализовал идею вычисления частот, в том числе и высших, непосредственно из энергетического условия без решения дифференциальных уравнений. Метод описан в работе «О новом методе решения так называемой вариационной задачи» (Ritz W. Über neue

Methode zur Lösung gewisser Variationsproblemen. Z. für reine und angew. Math., 1909, s. 135). По существу Метод Ритца является развитием метода Рэлея и иногда его называют методом Рэлея – Ритца. Теоретическое обоснование этого метода дал в 1918 г. Н. М. Крылов.

Ритц показал, что многие задачи математической физики вместо решения соответствующих дифференциальных уравнений могут быть сведены к вычислению минимумов некоторых определенных интегралов. Он предложил для этого пользоваться не строгими методами вариационного исчисления, а представлять искомые функции в виде рядов, коэффициенты которых подбираются из условия минимума рассматриваемого интеграла.

Особенный интерес к методу Ритца проявили представители прикладных наук, которым он давал в руки удобное средство для решения задач, до того совершенно недоступных. Появилось много работ, в которых метод Ритца применялся для приближенного решения различных задач математической физики. В задачах динамики упомянутый интеграл может быть получен из принципа Гамильтона – Остроградского

$$\int_0^t (T - \Pi) dt = 0, \quad (2.12)$$

либо непосредственно из условия равенства нулю работы сил инерции и упругих сил при малых отклонениях системы от положения равновесия.

Для поперечных колебаний неоднородного стержня функционал (2.12) имеет вид

$$S = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^l \left[\mu(z) \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 - EJ(z) \left(\frac{d^2 y}{dz^2} \right)^2 \right] dz dt, \quad (2.13)$$

Для определения собственных частот и форм главных колебаний подставим в функционал (2.13) решение в виде

$$y(z, t) = \varphi(z) \sin(\lambda t + \alpha),$$

чем ограничим класс привлекаемых движений колебаниями одного и того же периода с различными, но близкими формами колебаний.

После интегрирования по t на интервале одного периода $T = 2\pi/\lambda$ получим

$$S = \frac{\pi}{2\lambda} \int_0^l \left\{ \mu(z) \lambda^2 \varphi'^2(z) - EJ [\varphi''(z)]^2 \right\} dz. \quad (2.14)$$

Сущность метода Ритца заключается в приведении вариационной задачи к задаче на разыскание экстремума функции многих независимых переменных. Значения функционала (2.14) рассматриваются на совокупности выражений вида

$$\psi(z) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \psi_i(z), \quad (2.15)$$

где α_i – варьируемые параметры, а $\psi_i(z)$ – базисные или координатные функции, специально задаваемые и удовлетворяющие, по крайней мере, геометрическим краевым условиям. На совокупности функций (2.15) функционал (2.14) обращается в функцию n независимых переменных α_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Для получения по методу Рэлея – Ритца первой собственной частоты в ряде (2.15) достаточно удерживать только один первый член. Для высших частот их уже нужно несколько, что увеличивает объем вычислительной работы. Кроме того выкладки часто сопровождаются вычислением малых разностей близких величин, что негативно влияет на точность вычислений. Метод Рэлея – Ритца получил широкое распространение не только в теории колебаний, но и в решении задач теории упругости, нелинейной механики и различных задач физики. С. П. Тимошенко пишет: «Вероятно, никакой другой математический прием не позволил развернуть научные исследования по сопротивлению материалов и теории упругости в столь широкой степени, как этот метод» [311, с. 404].

Для определения собственных частот корабля первым метод Ритца применил Е. В. Красноперов в работе «Применение метода Ритца к исследованию свободных колебаний балок», напечатанной в Известиях

Санкт-Петербургского политехнического института в 1916, том 25, с. 377. Он искал форму свободных колебаний в виде

$$y_1(z) = a_0 + a_1 \psi_1(z),$$

где $\psi_1(z)$ – форма соответствующих свободных колебаний призматического стержня, а постоянные a_0 и a_1 подбираются из условия

$$\delta \int_0^l EJ \left[y_1''(z)^2 - \lambda^2 q(z) y_1(z) \right] dz = 0.$$

Для вычисления этих интегралов кривые $EJ(z)$ и $\mu(z)$ заменяются ломаными линиями, имеющими постоянное значение на протяжении каждого из 16 равных участков длины корабля.

Уравнение частот по методу Ритца похоже на уравнение частот дискретной линейной системы.

$$\begin{array}{ccccccc} T_{11}\lambda^2 - U_{11} & T_{12}\lambda^2 - U_{12} & \dots & T_{1n}\lambda^2 - U_{1n} & & & \\ T_{21}\lambda^2 - U_{21} & T_{22}\lambda^2 - U_{22} & \dots & T_{2n}\lambda^2 - U_{2n} & , & (2.16) & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & & \\ T_{n1}\lambda^2 - U_{n1} & T_{n2}\lambda^2 - U_{n2} & \dots & T_{nn}\lambda^2 - U_{nn} & & & \end{array}$$

где

$$T_{ij} = \int_0^l \mu(z) \varphi_i \varphi_j dz; \quad U_{ij} = \int_0^l EJ(z) \varphi_i'' \varphi_j'' dz. \quad (2.17)$$

Следующим шагом в развитии методов решения дифференциальных уравнений был метод Бубнова – Галёркина.

Во втором томе курса строительной механики корабля, изданного в Санкт-Петербурге в 1914 г., Иван Григорьевич Бубнов (1872–1919) изложил новый метод решения дифференциальных уравнений – метод ортогонализации, который он применил к задаче устойчивости жестко опертой по контуру прямоугольной пластины, находящейся под действием линейно распределенной по контуру нагрузки. Принятое в форме двойного тригонометрического ряда решение удовлетворяет контурным условиям, но не удовлетворяет дифференциальному уравнению задачи. Но примененная при решении процедура ортогонализации

позволила приближенно удовлетворить и условию устойчивости [139, с. 350]. А первое описание этого метода И. Г. Бубнов дал раньше в 1913 г. в отзыве на работу С. П. Тимошенко «Об устойчивости упругих систем». Русский кораблестроитель не связывает свой метод с вариационной задачей, а формулирует его как метод чистой ортогонализации, в чем виден его широкий взгляд на проблему интегрирования дифференциальных уравнений в целом. В то время как все математики и механики находились под влиянием метода Рэлея – Ритца, Бубнов совершил трудный и решительный шаг, открывший возможности решать несамосопряженные уравнения и исследовать неконсервативные системы.

Исследования по методу Бубнова продолжил Борис Григорьевич Галеркин (1871–1945), который предложил в статье «Стержни и пластинки», опубликованной в Вестнике инженеров и техников № 19 за 1915 г., аналогичный метод для уравнения С. Жермен, т.е. для менее общего случая, чем у Бубнова. При этом на источник метода он не ссылается. И. Г. Бубнов скончался в мае трудного, особенно для ученых, 1919 года, а Б. Г. Галеркин продолжал свои исследования, и метод получил его имя. Новым у него было то, что он свой метод не связывал ни с какой вариационной задачей, так, что его можно было применить к любому дифференциальному (и не только дифференциальному) уравнению, и не требовал ортогональности координатных функций [235, с. 21]. После ряда разъяснений в литературе, например, у И. М. Бабакова [25, с. 294] в Советском Союзе его все-таки стали называть методом Бубнова – Галеркина, хотя на Западе по-прежнему сохранилось название метод Галеркина. Но, по мнению некоторых ученых, правильнее, наоборот, оставить только фамилию Бубнова [139, с. 352].

С. П. Тимошенко [312, с. 160] утверждал, что метод Бубнова впервые также использован Ритцем, однако у Ритца уравнения типа Бубнова используются в частной задаче о колебаниях пластины, получены в результате формальных преобразований и не носят характера самостоятельного аппарата [235, с. 22].

Равенство нулю вариации δS удовлетворяется, если мы потребуем обращения в нуль интеграла

$$\int_0^l \left[\mu \lambda^2 \varphi - (E J \varphi'')^2 \right] \delta \varphi dz = 0 \quad (2.18)$$

при выполнении всех краевых условий задачи.

Равенство (2.18) называется вариационным уравнением Галеркина. Оно может быть обосновано не только из принципа Гамильтона – Остро-

градского, но и из общего вариационного уравнения динамики. В этом главнейшее преимущество метода Бубнова – Галеркина перед методом Ритца, так как он может быть применен ко всяким системам, а не только к консервативным.

Что касается формы колебаний (минимизирующая форма), то она строится в виде линейной суммы (2.15) конечного числа функций $\psi_i(z)$, аналогичных базисным функциям в методе Ритца, но удовлетворяющих всем краевым условиям – и геометрическим, и динамическим. Параметры a_i находятся из условия (2.18). Частотное уравнение имеет тот же вид (2.16), что и в методе Ритца, но коэффициенты матрицы отличаются от (2.17)

$$U_{ij} = \int_0^l \left[EJ(z) \varphi_i'' \right]'' \varphi_j dz.$$

Все перечисленные вариационные методы дают завышенные значения собственных частот.

Важнейшим вопросом при исследовании вибраций корабля был учет влияния заборной воды. Исследования показали, что архимедова сила, существенная при исследовании качки, на колебания корпуса не влияет, изменяя частоту не более чем на 1–2%. Это объясняется тем, что жесткость воды как упругого основания ничтожно мала по сравнению с жесткостью корпуса, поэтому последний рассматривается как совершенно свободный упругий стержень. Демпфирующим влиянием воды также принято пренебрегать. Зато обязательно надо учитывать инерционное влияние воды, увлекаемой колебаниями. Опыты, поставленные со стержнями, колеблющимися сначала в воздухе, а затем в воде показали, что масса увлекаемой воды соизмерима с массой самого корабля. Об этом также свидетельствует отличие собственных частот корабля на мелководье и на глубине, где влияние массы воды сказывается сильнее [257, с. 274–278].

Исследования показали, что для почти полного уничтожения вибраций судов достаточно изменить период колебаний на 10–15%. Такой метод является наиболее действенным средством к устранению

вибраций уже построенного судна и достигается заменой гребного винта. При постройке новых судов номинальное число оборотов рекомендуется на 10–15% меньше резонансных или на 40–50% выше их. Последнее делается для того, чтобы вибрация не наступила при кратковременном падении оборотов, что вполне возможно при эксплуатации судовых машин.

Дальнейшее развитие исследования колебаний корпуса корабля получило в работах П. Ф. Папковича [257]. Для определения амплитуд вынужденных изгибных колебаний судовых корпусов вблизи резонанса он предлагает метод главных координат, т.е. координат, обращающих кинетическую и потенциальную энергию в суммы полных квадратов

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s m_k^* \dot{q}_k^2; \quad \Pi = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s c_k^* q_k^2.$$

Здесь m_k^* и c_k^* — соответственно обобщенные массы и жесткости, а собственные частоты определяются по формулам

$$\lambda_k = \sqrt{\frac{c_k^*}{m_k^*}}.$$

Дифференциальные уравнения вынужденных колебаний примут очень простой вид

$$m_k^* \ddot{q}_k + c_k^* q_k = Q_k.$$

Амплитуды главных колебаний при отсутствии сопротивления будут иметь вид

$$A_k = \frac{Q_k}{c_k^*} \mu_k,$$

где коэффициент динамичности $\mu_k = \frac{\lambda_k^2}{\lambda_k^2 - \omega^2}$. Метод главных координат

позволяет простейшим путем определить амплитуды вынужденных коле-

баний вблизи резонанса. Определить размахи колебаний в любом месте в случае многочастотного возбуждения можно путем суммирования ряда

$$y = \sum_{k=1}^{\infty} y_k(z) q_k(t),$$

где y – ордината упругой линии корабля.

Если амплитуду колебаний надо определить только для отдельного значения частоты возмущающей силы, это можно сделать проще. Под действием гармонической возмущающей силы упругая линия может быть представлена в виде

$$y = y(z) \sin \omega t,$$

где $y(z)$ – некоторая функция, вид которой зависит от распределения масс, кривой жесткости и частоты возмущающей силы ω . Для отыскания упругой линии чаще использовался метод приближенного численного интегрирования дифференциальных уравнений вынужденных колебаний Крылова – Штермера – Адамса или метод последовательных приближений А. Н. Крылова.

Позже для расчета балок стали применять метод начальных параметров в матричной форме, который оказался достаточно удобным и для ЭВМ [25, с. 203]. При этом корабль рассматривают как ряд однородных последовательно соединенных балок. Для каждой из элементарных частей смещение, угол поворота, изгибающий момент и поперечную силу на одном конце записывают через те же параметры на другом при помощи матрицы, которую получают из общего решения задачи о свободных колебаниях однородной балки. В результате можно получить однородную систему уравнений, из которой итерационным способом определяется собственная частота, после чего строится форма колебаний.

С переходом судовых энергетических установок на паровые и газовые турбины и дизели, которые хотя и являются поршневыми машинами, но уравновешены гораздо лучше паровых, вопрос о возбуждении колебаний неуравновешенными движущимися массами отпал.

Однако, как оказалось, колебания корпуса судна могут возникать и судов с турбинными машинами. Причиной их являются гидродинамические силы, возникающие при прохождении лопасти винта вблизи корпуса. Долгое время на эти колебания не обращали внимания, пока они не

проявили себя на знаменитом французском турбоэлектрическом лайнере «Нормандия», водоизмещением 83 423 т и длиной 313,7 м (рис. 2.22).



Рис. 2.22. Лайнер «Нормандия»

Лайнер был введен в эксплуатацию в 1935 г. Однако его корпус испытывал сильные изгибные колебания, поскольку частота гидродинамических сил оказалась равна собственной частоте колебаний корпуса судна. Отстроить систему от резонанса удалось только путем замены гребных винтов [53, с. 153]. В начале 1936 года, все четыре трехлопастных винта (массой 23 т каждый) были заменены четырехлопастными (массой 25 т) при одновременном изменении формы выкружек гребных валов. Это позволило полностью решить проблему вибрации корпуса лайнера.

С ростом размеров судов появилась еще одна причина поперечных колебаний их корпусов. В монографии [154, с. 340] указано, что некоторые очень большие и гибкие суда могут резонировать под действием волн в двухузловом режиме колебаний (первая собственная форма, если не считать двух, соответствующих нулевым частотам). Это относительно новая проблема, вызванная уменьшением собственных частот в связи с увеличением размеров судна. В первую очередь это относится к супертанкерам водоизмещением свыше 300 тыс. т и огромным балкерам (суда для перевозки насыпных грузов), эксплуатирующимся на Великих озерах в США и Канаде.

В книге [289, с. 215–224] описывается случай гибели балкера «Эдмунд Фитджеральд». Этот рудовоз длиной 222,5 м был построен в 1958 г. и имел регистровый тоннаж 13 623 т при грузопместимости

25 175 т (рис. 2.23). В 1969 г. он прошел капитальный ремонт, его корпус усилили дополнительными поперечными связями, после чего грузоподъемность выросла до 27 500 т. Когда в ноябре 1973 г. судно попало в сильный шторм, оно при качке, по свидетельству одного из членов экипажа, «извивалось словно змея» [289, с. 216]. Через два года – 11 ноября 1975 г. ситуация повторилась. Но на этот раз рудовоз принял много воды, его корпус не выдержал и разломился на три части. Обломки ушли на дно так быстро, что никто из членов экипажа не смог выбраться из внутренних помещений и спастись. Среди многих возможных причин гибели рудовоза ни американские специалисты, ни автор книги [289], на наш взгляд, не называют главной – резонансных колебаний корпуса, хотя характер разрушений как раз соответствует двухузловой форме колебаний, что указывает на интенсивные изгибные колебания. К понижению собственных частот могла привести упомянутая модернизация без увеличения продольной прочности и перегрузка за счет принятой на борт воды.



Рис. 2.23. Рудовоз «Эдмунд Фитджеральд»

Таким образом, определение напряженно-деформированного состояния судов при динамических нагрузках остается и сейчас важной задачей. В связи с появлением новых конструкций судов ужесточаются требования к точности расчетных методов, так как проектирование по прототипу не представляется возможным. Появление ЭВМ позволило применить для расчетов корпусов кораблей новые расчетные методы, в которых более

полно учитываются геометрические формы и условия работы конструкции, а именно, распределение нагрузки, ее изменение во времени, граничные условия, температурные факторы и реологические свойства используемых материалов. Применение конечно-элементных моделей исследования напряженно-деформированного состояния позволило перейти на качественно новые методы оценки прочности судна. МКЭ предназначен для решения задач на ЭВМ, в том числе и для вынужденных колебаний при произвольно распределенных возмущающих силах. Он основан на разбиении исследуемого объекта на множество геометрически простых элементов и получил широкое распространение не только в механике сплошных сред, но и в задачах гидродинамики и теплопроводности [266, с. 7]. Появление этого метода дало возможность проводить более сложные динамические расчеты, например, исследование взаимовлияния вибраций всего корпуса корабля и местных вибраций.

При проведении расчетов в настоящее время учитываются многие особенности судового корпуса – его непризматичность, дискретность отдельных элементов набора, наличие переборок, платформ, вырезов и надстроек. При таком подходе вопросы общей и местной прочности тесно связаны. Наибольшее применение МКЭ нашел для оценки местной прочности судового корпуса, но нередко он используется и для общего расчета. При этом используется два подхода. При старом балочном подходе корпус представляется балкой ступенчато-переменной жесткости, состоящей из ряда стержневых элементов. При втором подходе судовой корпус разбивается на множество пластинчатых и стержневых элементов, соединенных между собой в узловых точках [266, с. 8]. С целью сокращения машинного времени и экономии памяти в 70–80-е гг. прошлого века были разработаны модификации МКЭ – метод редуцированных элементов, суперэлементов, модуль-элементов, конечных полос и т.д.

В 1960-е гг. был предложен метод супер-элементов, основанный на разбиении конструкции на несколько подконструкций, что позволило справиться с расчетом сложных конструкций при ограниченных возможностях ЭВМ того времени. В Ленинградском кораблестроительном институте под руководством профессора В. А. Постнова разработан также метод модуль-элементов, основанный на аналитическом описании отдельных подструктур [266].

ГЛАВА 3

НАУЧНЫЕ ШКОЛЫ УКРАИНЫ В ОБЛАСТИ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ (1930–1980-е гг.)

3.1. Зарождение научных школ Украины в области теории колебаний

Как уже было показано, прикладная теория механических колебаний начала бурно развиваться в Европе в 1920-е гг. В рассматриваемый период в Советском Союзе шло восстановление промышленности, практически полностью разрушенной в годы Гражданской войны и интервенции. Только к 1928 г. был восстановлен довоенный (1913 г.) уровень производства. В 1928 г. на XX съезде ВКП(б) был взят курс на индустриализацию страны. Было начато производство быстроходных ДВС, турбин, самолетов, автомобилей, тракторов и танков и других видов современной техники. С развитием новых видов машин советские ученые столкнулись с проблемами динамических расчетов.

Фундаментальные исследования в области теории механических колебаний сосредоточены в основном в академических научно-исследовательских институтах. Среди институтов НАН Украины выделяются Институт механики, Институт проблем прочности и Институт проблем машиностроения. Именно с ними связана деятельность крупнейших научных школ в области теории колебаний.

Начало развития механики в Украине можно связать с открытием в 1805 г. на базе коллегиума* Харьковского университета – одного из старейших в Российской империи [3, с. 39]. Преподавание механики в нем всегда стояло на довольно высоком уровне. В отличие от других университетов, где механику читали представители прикладной механики, здесь было принято, чтобы этот важнейший курс преподавали математики. В Харьковском университете с самого начала преподавал, а с 1813 г. был ректором представитель школы Л. Эйлера Т. Ф. Осиповский. Он был автором курса математики, а также занимался исследованиями в области механики. В 1817–1819 гг. здесь учился *Михаил Васильевич Остроградский* (1801–1862). Правда по политическим причинам диплома Харьковского университета он не получил и завершал образование в Париже, где учился у самых знаменитых ученых того времени. Наш соотечественник М. В. Остроградский стал основоположником механики в России, результаты его деятельности прослеживаются на протяжении более чем ста лет.

Последняя четверть XIX века ознаменовалась широким развертыванием научных исследований в области математики и механики, которое было связано с приходом в университет В. Г. Имшенецкого, видного ученого, внедрявшего математические методы в практическую деятельность. Велика заслуга В. Г. Имшенецкого в организации в 1879 г. при университете Харьковского математического общества, которое появилось в Харькове раньше, чем в Петербурге и Киеве. Общество сыграло большую роль в развитии исследований по математике и механике. Научный авторитет Имшенецкого и его известность не только в России, но и за рубежом, способствовали установлению широких связей Харьковского математического общества с рядом зарубежных научных обществ. В Харькове издавались «Сообщения» математического общества, в которых печатались труды не только харьковских, но и иногородних авторов.

* Харьковский коллегиум основан в 1726 г. по образцу Киево-Могилянской академии. После введения изучения математики, физики, иностранных языков приобрел характер светского учебного заведения

В 1882 г. В. Г. Имшенецкий был избран академиком Петербургской АН и, согласно уставу академии, должен был переехать в Петербург. В 1885 г. занять кафедру механики Харьковского университета был приглашен молодой приват-доцент Петербургского университета, магистр прикладной математики, представитель Петербургской ветви школы Остроградского, ученик П. Л. Чебышёва *Александр Михайлович Ляпунов* (1857–1918). До 1892 г. он один читал все курсы механики – кинематику, динамику точки, твердого тела и механической системы, статику, теорию притяжения, гидростатику и гидродинамику. В 1892 г. часть курсов Ляпунов передал своему лучшему ученику В. А. Стеклову, а сам стал читать новый курс интегрирования дифференциальных уравнений динамики. В 1894 г. появился курс теории возмущенного движения, в 1898 – теория малых колебаний, а в 1899 г. – курс теории вероятностей.

К 70-м годам XIX века, кроме семи университетов, в России было всего три гражданских технических вуза, и специальное образование было в основном сосредоточено в военных учебных заведениях. Однако бурно развивающаяся после отмены в России крепостного права промышленность требовала большого количества инженеров. Поэтому было решено открыть на юге, по образцу Петербургского, новый технологический институт, который предназначался в первую очередь для Донецко-Криворожского промышленного района. По инициативе *Ивана Алексеевича Вышнеградского* в 1885 г. был открыт Харьковский практический технологический институт (ХПТИ). Выбор пал на Харьков не случайно, в городе был университет и много промышленных предприятий. Первым ректором нового института стал видный ученый-механик, ученик Вышнеградского *Виктор Львович Кирпичев* (1845–1913). Виктор Львович был не только известным ученым-механиком, но и прекрасным педагогом и внес весомый вклад в развитие технического образования в Украине, став также организатором и первым директором Киевского политехнического института (КПИ), открытого в 1898 г.

Поскольку штатных должностей профессоров для чтения математики и теоретической механики уставом института предусмотрено не было, эти курсы читали приглашенные преподаватели университета. В 1885–

1898 гг. курс аналитической геометрии в ХПТИ вел *Константин Алексеевич Андреев* (1848–1921), а дифференциальное и интегральное исчисление – *Матвей Александрович Тихомандрицкий* (1844–1921). Эти видные ученые принесли в институт университетские традиции. По их рекомендации с 1887 г. курс аналитической механики стал читать приват-доцент университета А. М. Ляпунов [3, с. 38]. В 1893 г. Александра Михайловича в ХПТИ сменил В. А. Стеклов, который продолжил дело учителя и читал этот курс до своего переезда Санкт-Петербург в 1906 г. [82, ф. 770, оп. 1, ед. хр. 63, л. 11, ед. хр. 79, л. 13, 18, 20, ед. хр. 103, л. 4, ед. хр. 149, л. 6, 17, 22, ед. хр. 174, л. 14, ед. хр. 123, л. 9, ед. хр. 145, л. 1, ед. хр. 170, л. 2].



Николай Николаевич Салтыков

(1872 – 1961)

Выдающийся ученый – математик. Выпускник Харьковского университета (1895), ученик А. А. Ляпунова и В. А. Стеклова. В 1898 г. защитил магистерскую диссертацию по теории дифференциальных уравнений с частными производными. Стажировался во Франции и Германии. Вернувшись в Россию, Салтыков работал в Томске и Киеве. Защитив докторскую диссертацию, он в 1906 г. вернулся в Харьковский университет в качестве профессора механики. Имя Н. Н. Салтыкова надолго оказалось вычеркнутым из истории отечественной науки, так как в 1919 г., когда в Харькове установилась Советская власть, он переехал в Тифлис (Тбилиси), а в феврале 1921 г. эмигрировал в Сербию. Там 33 года проработал профессором математики Белградского университета и воспитал не одно поколение учеников. Научная и педагогическая деятельность Салтыкова в Белграде получила достойное признание: в 1934 г. он был избран членом-корреспондентом, а в 1946 г. – действительным членом Сербской Академии наук и искусств.

После Стеклова на кафедре механики в университете стал работать Н. Н. Салтыков. Им были разработаны новые курсы теоретической и аналитической механики, в которых был обобщен опыт Ляпунова и Стеклова. Салтыков преподавал также и в Технологическом институте в 1906–1908 гг. Среди проблем, которые интересовали его в тот период,

был вопрос постановки математического образования. Несмотря на очень кратковременное преподавание в ХТИ, Н. Н. Салтыков внес большой вклад в развитие механики в этом вузе, где им были разработаны новые курсы теоретической и аналитической механики, в которых был обобщен опыт Ляпунова и Стеклова. Эти курсы были увязаны с преподаванием других дисциплин механического цикла. В Государственном архиве Харьковской области сохранилась пояснительная записка Н. Н. Салтыкова к программам теоретической механики I и II курсов [83, ф. 770, оп. 1, ед. хр. 618, л. 34–35], полностью приведенная в монографии [3, с. 48–50]. Эти замечательные ученые и педагоги оказали огромное влияние на развитие преподавания механики в ХПИ.

Большое влияние на развитие математики и механики в Харькове оказал также выпускник Парижского университета *Сергей Натанович Бернштейн* (1880–1968), который был профессором Харьковского университета с 1908 по 1933 гг., а с 1908 по 1918 гг. работал также на Высших Женских курсах. С. Н. Бернштейн – член-корреспондент (1924) и академик (1929) АН СССР, также был академиком АН УССР (1925), является создателем научных школ по теории дифференциальных уравнений, теории функций и теории вероятностей, его по праву ставят в один ряд с самыми крупными математиками XX века.

Дальнейшее развитие харьковской школы механики связано с открытием в 1930 г. в Харьковском механико-машиностроительном институте (ХММИ)* физико-механического факультета и специальности динамика и прочность машин. Это был первый в Украине факультет вуза технического профиля, где студенты получали фундаментальную подготовку по математике и физике, построенную по типу курсов, преподаваемых в классических университетах [52].

Одним из инициаторов и непосредственным организатором физико-механического факультета ХММИ является *Иван Михайлович Бабаков*,

* В 1929 г. ХТИ был переименован в политехнический институт, а в 1930 г. разделен на пять отдельных институтов, из которых инженерно-строительный и авиационный и ныне существуют самостоятельно, а три других (механико-машиностроительный, электротехнический и химический) в 1950 г. снова были объединены в Харьковский политехнический институт (ХПИ), теперь Национальный технический университет «ХПИ».

который был учеником Н. Н. Салтыкова в Харьковском университете [31]. В 1923 г. И. М. Бабаков был утвержден профессором ХТИ по теоретической механике. Спустя два года в институте была организована кафедра теоретической механики. Ее штатным профессором и заведующим решением Народного комиссариата просвещения УССР был назначен И. М. Бабаков. Кафедра теоретической механики стала настоящей кузницей научных кадров. На ней работали профессор А. В. Панченко, ассистент В. Г. Фесенков, в последующем известный астроном, один из основоположников астрофизики в СССР, академик АН СССР и АН Казахской ССР и ассистент Я. Л. Геронимус, который позже стал известным ученым и педагогом в области механики, автором книг и очерков по механике, профессором, доктором физико-математических наук, заведующим кафедрой теоретической механики Харьковского авиационного института [240, с. 15].



*Иван Михайлович **Бабаков***

(1890 – 1974)

Известный специалист в области теории колебаний, профессор, заслуженный деятель науки и техники УССР. Окончил Харьковский университет (1916), с 1917 г. на преподавательской работе в ХТИ, организатор кафедры теоретической механики ХТИ (позже ХПИ), заведовал кафедрой с 1925 по 1962 гг. Один из инициаторов и непосредственных организаторов создания в 1930 г. в ХММИ Физико-механического факультета. 25 лет был одним из руководителей института и благодаря уникальным личным качествам руководителя и талантливого организатора оказывал заметное влияние на его развитие. Основное направление научных исследований – теория колебаний, автор всемирно известного учебника по теории колебаний [25].

На кафедре теоретической механики начинали свою научную деятельность многие известные впоследствии ученые-механики, большинство из которых занимались проблемами теории колебаний. Среди них доктора технических наук, профессора Ю. А. Гопп, Л. И. Штейн-

вольф, А. В. Дабагян, С. И. Богомолов, В. П. Аврамов, Е. Г. Голоскоков, В. Н. Карабан, В. М. Шатохин, К. В. Аврамов и Ю. М. Андреев. Эти ученые принадлежат к школе теории колебаний, начало которой положено А. М. Ляпуновым и продолженной И. М. Бабаковым [339, с. 336].

Среди всех ученых, начинавших свою деятельность под руководством И. М. Бабакова, можно выделить *Арнольда Сергеевича Вольмира*, приглашенного в 1931 г. после окончания ХММИ на кафедру теоретической механики в качестве ассистента. Заведующий кафедрой заметил способности, трудолюбие, целеустремленность и настойчивый характер молодого ученого, который в 1937 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук по проблемам теории устойчивости стержней и роторов. В дальнейшем А. С. Вольмир не порывает творческих связей со своим учителем. Он стал доктором технических наук, профессором Военно-воздушной академии им. Н. Е. Жуковского. А. С. Вольмир опубликовал более 200 научных работ, учебников и учебных пособий, а также нескольких монографий. Под его непосредственным руководством защищено 10 докторских и 62 кандидатские диссертации [240, с. 25–28]. Наиболее важным в научной деятельности Арнольда Сергеевича является исследование нелинейной динамики пластин и оболочек [59].

Из других ученых – организаторов специальности «Динамика и прочность машин» можно отметить выпускника ХТИ, который также в 1922 г. окончил Харьковский университет (тогда Институт народного образования) – *Вениамина Михайловича Майзеля* (1900–1943). Профессор Майзель, член-корреспондент АН УССР с 1939 г., был видным ученым, автором многотомной математической энциклопедии для инженеров и ряда книг по термоупругости и экспериментальным методам исследований, заведовал кафедрой динамики и прочности.

Киевская научная школа механики твердого деформируемого тела сформировалась в начале XX века. У ее истоков стояли *Виктор Львович Кирпичев* – организатор и первый директор КПИ, *Степан Прокофьевич Тимошенко* (1878–1972) – один из основателей Украинской академии наук, *Константин Константинович Симинский* (1879–1932) – директор Института технической механики АН УССР в 1921–1932 гг. и *Евгений Оскарович Патон* (1870–1953) – основоположник советской

школы электросварки, организатор и директор Института электросварки АН УССР.

В. Л. Кирпичев является крупным ученым в области механики и сопротивления материалов. Но его главная роль – это организация высшего образования в Украине и России. Профессор Кирпичев стал организатором и первым директором Харьковского технологического (1885–1898) и Киевского политехнического (1898–1902) институтов. Оказал большое влияние на развитие отечественной науки и техники, способствовал техническому прогрессу, особенно в области машиностроения и воспитал несколько поколений отечественных инженеров [34; 375, с. 6–7].

Развитие техники в начале XX века поставило перед инженерами новые задачи, в том числе и задачи динамической прочности [192, с. 140]. Турбины и ДВС, пришедшие на смену паровым машинам, потребовали уже проведения динамических расчетов на прочность, в которых, кроме действующих сил и сил инерции, необходимо было учитывать и упругие силы, т.е. колебательные процессы. Решение новых задач было уже не под силу талантливым одиночкам. В первой четверти XX века настал момент для создания научно-исследовательских институтов (НИИ). Первые НИИ появились в конце XIX – начале XX веков, и к середине 1920-х гг. стали во многих странах основной формой организации научной деятельности. В Украине первые пять НИИ появились в 1919 г. вместе с организацией Всеукраинской АН. Единственным институтом технического профиля среди них был Институт строительной механики, основанный в Киеве. Его организатором и первым директором был С. П. Тимошенко. Он был в числе первых ученых-механиков, оценивших важность исследований вибраций в технике, и являлся проводником широкого применения в технических задачах высшей математики и математической физики. С. П. Тимошенко писал: «Идея использования математического анализа в решении технических задач, конечно, не нова. Я к ней пришел под влиянием работ А. Н. Крылова в России и работ А. Стодола в Швейцарии» [310, с. 369]. Академик А. Н. Крылов вспоминает: «За лето 1912 года я подготовил новый курс для третьего года обучения. Курс этот под заглавием «О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложения в технических вопросах» был напечатан и составил 5-й

выпуск «Известий Морской академии». В первый раз, когда я его читал в 1912/13 гг. я имел удовольствие видеть в числе слушателей профессоров – академиков Н. М. Крылова и С. П. Тимошенко» [166, с. 195].

Будучи идейным противником Советской власти, Степан Прокофьевич, в 1920 г. покинул Украину, так как не мог оставаться работать в Киеве. Проработав два года в Югославии в политехническом институте Загреба, Тимошенко эмигрировал в США, где первые годы работал в компании Вестингауз (Westinghouse Electric and Manufacturing Company). Там он в 1925 г. прочитал для инженеров компании курс лекций по теории колебаний, который лег в основу первой монографии, посвященной ее практическому применению в инженерной практике. Книга «Vibration problems in engineering» вышла в США в 1928 г. За десятки лет эта монография была переведена на многие языки и издана во многих странах. В 1934 г. книга «Теория колебаний в инженерном деле» была издана в Советском Союзе [314] и также неоднократно переиздавалась [312].

Ведущим учреждением киевской школы стал научно-исследовательский Институт технической механики, организованный в феврале 1919 г. при участии С. П. Тимошенко, ставшего его первым директором. Его имя сейчас носит институт. Это был первое учреждение технического профиля в системе АН УССР. Впоследствии институт стал одним из крупнейших институтов механики в СССР, на базе которого был создан ряд новых НИИ. С 1929 по 1959 гг. он назывался Институтом строительной механики, в настоящее время – Институт механики [137, л. 1, 3]. Основные вехи деятельности института отражены в «Исторической справке об Институте механики Украинской ССР», подписанной 7 октября 1969 г. директором института академиком АН УССР В. О. Кононенко. Справка обнаружена автором в архиве Института механики, но не оформлена по правилам регистрации архивных документов [137].

Первым директором института был С. П. Тимошенко, а затем его возглавляли академики Д. А. Граве, К. К. Симинский, С. В. Серенсен, Н. В. Корноухов, Ф. П. Белянкин, Г. Н. Савин, А. Д. Коваленко и В. О. Кононенко. В настоящее время институтом руководит академик НАН Украины А. Н. Гузь.

В разное время в институте работали известные ученые-механики, академики АН СССР А. Н. Динник, Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов,

академики АН УССР — Е. О. Патон, Ю. А. Митропольский, Г. С. Писаренко, Н. Н. Давиденков, Г. В. Карпенко, К. К. Хренов, М. А. Лаврентьев, члены-корреспонденты АН УССР Б. Н. Горбунов, И. Я. Штаерман, Б. Д. Грозин, А. М. Пеньков, А. Г. Ивахненко, В. М. Майзель.

В настоящее время в Институте работает 4 академика АН УССР, 1 член-корреспондент АН УССР, 7 докторов наук и до 76 кандидатов наук.

7 октября 1969г. Директор Института механики АН УССР Академик АН УССР  В. О. Кононенко

При составлении исторической справки использованы документальные материалы Института (см. опись № 1, ед. хр. №861) и статья "К 50-ти летию Института механики АН УССР" (журнал "Прикладная механика", том У, выпуск 2, 1969 г.).

Фрагмент документа «Историческая справка об
Институте механики Украинской ССР»

Александр Николаевич Динник (1876–1950) — основоположник отечественной школы теории упругости, одним из первых занимался задачами колебаний континуальных систем [110].

Из ученых — представителей киевской школы, занимавшихся теорией колебаний можно отметить следующих:

Николай Николаевич Давиденков (1879–1962) — академик АН УССР (1939), научные интересы которого сосредоточились на стыке механики и физики конструкционных материалов [260, с. 92]. Он одним из первых занимался вопросами рассеяния энергии в материале [94].

К киевской школе механиков — прочнистов примыкал член-корреспондент АН УССР *Илья Яковлевич Штаерман* (1891–1962). Его ученик *Владимир Николаевич Челомей* (1914–1985), академик АН СССР (1962), конструктор ракетной и космической техники начинал свою научную деятельность в области динамики авиационных моторов [342]. Под редакцией Челомея в 1979–1981 гг. выпущен шеститомный справочник «Вибрации в технике» [56].

Среди других ученых, начинавших свой путь в области теории колебаний еще в предвоенный период можно назвать академика *Анатолия Дмитриевича Коваленко* (1905–1973), докторов технических наук С. Э. Гарфа, Д. В. Вайнберга, И. М. Тетельбаума, Н. И. Черняка и В. Г. Чудновского.

В начале 1930-х гг. зародилась *Киевская школа нелинейной механики*, основателями которой были академики *Николай Митрофанович Крылов* (1879–1955) и *Николай Николаевич Боголюбов* (1909–1987). Подробнее об этой всемирно известной школе мы расскажем ниже.

К обоим киевским школам механики принадлежит *Георгий Степанович Писаренко* (1910–2003) – организатор и первый директор Института проблем прочности (ИПП) и основатель научной школы в области колебаний упругих тел с учетом несовершенной упругости материала.

Донецкая школа аналитической механики организована в 1965 году, когда туда переехал вместе с учениками *Павел Васильевич Харламов* (1924–2001), избранный членом-корреспондентом АН УССР. Работы П. В. Харламова по динамике твердого тела [340] развиваются в настоящее время его учениками А. М. Ковалевым [156], Г. В. Горром [83], И. Н. Гашененко и др. Подробно о работах этой школы можно прочитать в статье [341].

В Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта (ДИИТ) в 1930 г. была основана кафедра строительной механики. Первым ее заведующим был профессор *Абрам Савельевич Локиин* (1893–1934), известный в те времена в Советском Союзе и за рубежом, как специалист в области теории упругости и прикладной математики. После его преждевременной смерти, с 1934 г. кафедрой заведовал *Всеволод Арутюнович Лазарян* (1909–1978), который основал школу по проблемам механики железнодорожного транспорта.

Задолго до широкого распространения вычислительной техники В. А. Лазарян обратил внимание на необходимость внедрения ее в научных исследованиях и в учебной работе. Им была создана первая в Днепропетровске лаборатория аналоговых вычислительных машин, а затем и цифровых вычислительных машин. В 1962 г. в институте был открыт факультет вычислительной техники. В 1958 г. В. А. Лазарян основал научно-исследовательскую лабораторию динамики и прочности подвижного состава железнодорожных путей. С 1978 г. ее возглавляет доктор технических наук, профессор Е. П. Блохин.

Работу в ДИИТе В. А. Лазарян совмещал также с деятельностью в филиале Института механики АН УССР. Там он занимался вопросами

транспортировки ракет в поездах к месту старта. Им, в частности, исследовались основные динамические характеристики ракет с целью замены натурных испытаний (в поездах) экспериментами в лаборатории [350, ф. 1, оп. 24, ед. хр. 5202, л. 127].

Видным представителем этой школы является академик АН УССР *Николай Герасимович Бондарь* (1920–1995), который работал в ДИИТе с 1946 г. и занимался в основном строительной механикой. Он получил решение ряда нелинейных задач о колебаниях систем при вязком, сухом и турбулентном сопротивлении с учетом гистерезиса при произвольном периодическом и импульсном возбуждении. В книге [48] освещаются вопросы динамики железнодорожных мостов и мостов под совмещенную езду, рассматриваются элементы теории колебаний, факторы динамического воздействия подвижной нагрузки на мосты и методы их динамических испытаний. Рассмотрена динамика разрезных балочных пролетных строений, являющихся наиболее распространенной системой на сети железных дорог, дается методика приближенного динамического расчета и обоснование норм динамических коэффициентов, вошедших в действующие технические условия проектирования мостов и труб (СН 200–62). Кроме того, изложены вопросы динамики арочных пролетных строений железобетонных мостов. Н. Г. Бондарь исследовал также устойчивость упругих систем при наличии нелинейности, изучал нелинейные задачи сейсмостойкости сооружений [49].

Днепропетровская школа нелинейной динамики возникла в 1960-е годы. Ее основателем и научным лидером был *Леонид Исаакович Маневич*. После окончания в 1959 г. механико-математического факультета Днепропетровского университета он работал в КБ «Южное» и одновременно учился в заочной аспирантуре под руководством проф. Ю. А. Шевлякова. В 1961 г. Маневич защитил кандидатскую диссертацию по устойчивости оболочек и перешел на работу в ДГУ доцентом кафедры прикладной теории упругости, которую возглавлял проф. В. И. Моссаковский. В 1970 г. 32-летний ученый защитил докторскую диссертацию, посвященную асимптотическим и групповым методам в механике деформированного твердого тела, и был избран профессором той же кафедры. С 1976 г., после переезда в Москву, работал старшим научным

сотрудником, а затем заведующим сектором физики и механики полимеров Института химической физики АН СССР (сейчас РАН). С 1984 г. одновременно работал профессором кафедры физики полимеров Московского физико-технического института (МФТИ).

Некоторые классы нелинейных систем допускают точные периодические решения – нормальные колебания. В школе, основанной Л. И. Маневичем, развивается разработанный Розенбергом метод нелинейных нормальных форм колебаний, базирующийся на асимптотическом подходе [383]. В трудах Л. И. Маневича для построения нормальных колебаний нелинейных систем использовался не только традиционный подход, основанный на классическом методе малого параметра и получении условий периодичности. Леонид Исаакович совместно с Б. П. Черевачким рассмотрел так называемые вырожденные (в пределе) системы с двумя степенями свободы, в которых массы осцилляторов существенно различались, что позволяло ввести малый параметр при инерционном слагаемом в одном из уравнений [210]. Такая постановка задачи позволила выделить нелокальные и локализованные формы колебаний. В первом случае амплитуды колебаний двух парциальных осцилляторов сравнимы, а во втором – амплитуды колебаний малой массы существенно превышают амплитуды большой массы. В работе [211] проведено исследование резонансных режимов в нелинейных неавтономных системах с использованием идеологии нормальных колебаний.

Основным направлением школы Маневича стало получение аналитических решений в нелинейной теории колебаний, основанное на применении асимптотических методов. В 1976 г. Л. И. Маневич переехал в Москву, а метод нелинейных нормальных форм для существенно нелинейных систем получил дальнейшее развитие в работах его учеников и последователей: Ю. В. Михлина, В. Н. Пилипчука, А. А. Зевина, М. А. Пинского и К. В. Аврамова [1; 209]. Обзор работ ученых школы Л. И. Маневича дан в статье [379].

С распадом СССР и кризисом ракетно-космической отрасли Украины многие видные представители школы Маневича покинули Днепропетровск, часть из них работает за рубежом: В. Н. Пилипчук – в США в компании «Дженерал моторс» (Детройт); М. А. Пинский – в университете штата Невада; Андрианов – в Аахенском техническом университете. Ю. В. Михлин в 1995 г. перешел на работу в НТУ «ХПИ».

С его приходом там также стало развиваться аналитическое направление нелинейной теории колебаний. В главах 7 и 9 коллективной монографии [3, с. 166–190, 228–246] Ю. В. Михлин и К. В. Аврамов дают анализ достижений харьковских ученых в этой области.

Среди ученых Днепропетровского университета следует также отметить ученика С. Н. Кожевникова *Игоря Константиновича Косько* (1918–1988). Его докторская диссертация [162] посвящена динамической прочности боевых баллистических ракет при продольных колебаниях. О достижениях профессора И. К. Косько и его учеников подробно рассказано в работе [294].

Практическое приложение работы днепропетровских ученых находили в задачах динамики и управления полетом ракет и космических летательных аппаратов, их динамики и прочности и других задачах, возникавших на Южном машиностроительном заводе и в КБ «Южное».

С задачами колебаний ракет и ракетных двигателей была также связана деятельность видного харьковского ученого профессора *Василия Евдокимовича Бреславского* (1920–1997). В 1949 г. он впервые в мире нашел аналитическое решение задачи о свободных изгибных колебаниях цилиндрических оболочек в общей математической постановке [196].

В конце 1940-х гг. на основе старейших вузов Украины - Львовского государственного университета им. Ивана Франко и Львовского политехнического института (ЛПИ) зародилась Львовская научная школа механики. В 1951 г. на базе академических организаций, созданных во Львове после войны, был основан Институт машиноведения и автоматики (ИМА) АН УССР. Развитию механики способствовало то, что в 20-е – 30-е гг. XX века Львов славился своей математической школой. Наиболее выдающимися ее представителями были Гуго Штейнхауз и Стефан Банах. В годы войны школа была разгромлена фашистами, а после нее возродилась во Вроцлаве и Варшаве. Лидерами Львовской научной школы механики стали два выдающихся ученых, переведенные во Львов после окончания войны.

Первый из них Г. Н. Савин (1907-1975) - ученик академика А. Н. Динника. В феврале 1945 г. Гурий Николаевич был избран членом-корреспондентом АН УССР, а с ноября руководил восстановлением всех жизнеспособных научных организаций в западных областях Украины.

Работая заведующим кафедрой сопротивления материалов Львовской политехники, он организовал лаборатории механических и оптических методов исследования. В сентябре 1947 г. Г. Н. Савин был назначен ректором Львовского университета. Под его руководством действовал городской научный семинар, который объединял механиков львовских вузов и академических учреждений.

В 1948 г. Г. Н. Савина избрали академиком АН УССР, а в феврале 1952 г. - вице-президентом Академии. После этого Гурий Николаевич переезжает в Киев, где заведует отделом математической теории упругости в Институте математики АН УССР и читает лекции по курсу теории упругости в Киевском государственном университете.

Среди обширных научных интересов Г. Н. Савина есть исследования по динамике не вполне упругих нитей переменной длины применительно к шахтным подъемным канатам. Еще весной 1942 г. Савин предлагает динамическую теорию расчета подъемных канатов с учетом глубины шахт и эталонные нормы для их расчетов. Дальнейшие его исследования в этом направлении отражены в монографиях [183; 184].

Вторым является Михаил Яковлевич Леонов (1912-1992), который в 1946 г. приехал во Львов, где работал в научных учреждениях АН УССР, а в 1951 г. возглавил отдел в ИМА. Одновременно он преподавал в Львовском университете и в политехническом институте, где с 1952 года заведовал кафедрой сопротивления материалов. В 1949 г. Леонов защищает в Москве в Институте механики АН СССР докторскую диссертацию на тему «Элементы теории квазигармонических колебаний». Понятие квазигармоничности М. Я. Леонов ввел для колебаний упругих систем из-за существования значительных диссипативных сил, вызванных упругими последствиями. Эти колебания описываются нелинейными дифференциальными уравнениями с коэффициентами, произвольно изменяющимися во времени и пространстве. Заменяв монотонную смену этих коэффициентов дискретной и введя малый параметр, Леонов сводит нелинейную задачу к системе линейных уравнений. Такой подход, хотя и не дает замкнутых решений уравнений, позволяет их численно проинтегрировать.

Внедряя методику М. Я. Леонова, О. Н. Романив исследовал переход через резонанс вала двоякой жесткости. В 1958 г. он защитил кандидатскую диссертацию на тему «Поперечні коливання валів подвійної жорсткості» [275].

Благодаря Савинским семинарам, высокому уровню механики, в университете, политехническом институте и Институте машиноведения и автоматики и выросла целая плеяда талантливых молодых ученых, которая владела необходимыми знаниями математики и механики и была готова для творческой работы. Только среди учеников М. Я. Леонова три академика НАН Украины (В. И. Моссаковский, В. В. Панасюк и В. Л. Рвачев) и три члена-корреспондента (Я. И. Буряк, Г. С. Кит и О. Н. Романив).

В 1961 году М. Я. Леонова избирают действительным членом АН Киргизской ССР, и он переезжает в город Фрунзе (ныне – Бишкек). Постепенно исследования в области теории колебаний во Львове были прекращены, хотя в других областях механики ученые Львовской школы добились больших успехов.

3.2. Развитие динамической прочности учеными Института строительной механики АН УССР в 1930–1940-е гг.

Советские ученые столкнулись с проблемами динамических расчетов в период индустриализации страны. Большой вклад в развитие и распространение методов динамических расчетов внесли представители киевской научной школы механики, ведущим учреждением которой был Институт строительной механики. До 1928 г. деятельность института была направлена на восстановление народного хозяйства после гражданской войны и интервенции. В годы первых пятилеток (1929–1938 гг.), выдвинувших для ученых-механиков важнейшие задания в промышленности, институт проводит работы по двум основным направлениям: разработка методов расчетов прочности и устойчивости деревянных и металлических конструкций с учетом пластических деформаций и исследование динамической прочности деталей машин

[137, л. 2]. Развитие второго направления связано с деятельностью *Сергея Владимировича Серенсена* (1905–1977), который начал работать в институте в должности старшего научного сотрудника в 1928 г. В 1929 г. он защитил кандидатскую диссертацию, а 13 июня 1932 г. возглавил Институт строительной механики, который в то время насчитывал 40 сотрудников, из них три доктора и пять кандидатов наук [264, с. 7]. Особенностью научной и научно-организационной деятельности С. В. Серенсена, в бытность его директором, является установление связей с промышленностью, в первую очередь авиамоторостроительной, которая во второй половине 30-х гг. начала интенсивно развиваться. По мнению Г. С. Писаренко, в области машиностроительных расчетов работы Серенсена занимают одно из ведущих мест в Советском Союзе [264, с. 11]. В 1934 г. его избирают членом-корреспондентом АН УССР, в 1936 г. ВАК СССР присвоила ему степень доктора технических наук без защиты диссертации, а в 1938 г. – звание профессора. В 1939 г. ученый был избран академиком АН УССР, а через год ушел с поста директора института, о чем жалел потом не только он сам, но и многие коллеги [260, с. 90–91].

Задача динамической прочности деталей связана, прежде всего, с определением усилий и напряжений в них возникающих. Большинство деталей машин и механизмов приходится рассматривать как части упругих систем в связи с происходящими в них колебательными процессами, влияющими на величину и характер напряжений, возникающих при их работе. Сергей Владимирович комплексно подошел к проблеме динамической прочности, не ограничиваясь решением только задач теории колебаний, а рассматривая напряженное состояние и характеристики сопротивляемости металлов применительно к действительным условиям их работы. Изучение динамических, главным образом колебательных, процессов в машинах имело целью установить нагрузки, действующие на их детали, характер деформаций и, в конечном итоге, напряжения в материале. Уже в работе [287], вышедшей в свет в 1934 г., Серенсен поднимает вопрос о том, что обычный статический расчет для деталей, подверженных динамическим нагрузкам, является недостаточным в силу особенностей усталостной работы материала и благодаря явлению вибрационной текучести. Для расчета динамической прочности потребовалось опреде-

лить ряд новых физико-механических свойств металлов [287, с. 6]. Он также ставит вопрос о необходимости учета способности металлов поглощать энергию колебаний, данных о которой на тот период было явно недостаточно. Новые способы определения запасов прочности разработаны в работе С. В. Серенсена [286], изданной в институте строительной механики в 1937 г. В следующей работе [282] изложена гипотеза прочности при переменной нагрузке, основанная на использовании энергетического критерия пластических деформаций Губер – Мизеса и разработанная применительно к общему случаю плоского напряженного состояния. Гипотеза применена для расчета вала, нагруженного переменными изгибом и кручением. Для усталостных испытаний крупногабаритных деталей авиационных двигателей, работающих в условиях сложного напряженного состояния, в конце 1930-х гг. в Институте строительной механики была создана одна из первых в мировой практике машин, переданная в Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ) [260, с. 48]. Наиболее важной в предвоенный период деятельности Института строительной механики была задача усовершенствования методики расчетов изгибных колебаний коленчатых валов – самых нагруженных и ответственных деталей авиамоторов.

Важнейшее практическое значение имеет также задача о колебаниях лопаток паровых турбин. В Институте строительной механики было проведено исследование прочности пакетов турболопаток в связи с демпфированием и усталостью стали (тема № 8). Руководил темой С. В. Серенсен, исполнителями были А. Д. Коваленко и Г. С. Писаренко, а сроки выполнения 1/I – 15/XII 1940 г. [17, ед. хр. 65, л. 5]. Работа по теме № 8 координировалась с Институтом механики АН СССР. В результате была получена возможность для уточнения расчета динамических напряжений, возникающих при вибрации лопаток. Это обеспечило более надежную их работу, что представляет практический интерес для турбостроительных заводов [17, ед. хр. 65, л. 21].

В предвоенные годы вопросы динамической прочности деталей машин вышли среди работ Института строительной механики на первый план [350, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 7092, л. 110]. Он занял ведущее положение в этой области в СССР и имел тесные связи с промышленностью. Вот, что

говорится в докладной записке Президиума АН УССР Центральному комитету КП(б)У о состоянии Академии на 1937 г.: «В відділі технічних наук ми маємо також інститути, які користуються великим авторитетом в СРСР, як приміром, інститути будівельної механіки та електрозварювання» [350, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 7092, л. 97]. Там же сказано: «В галузі будівельної механіки машин інститут опрацював ряд досліджень динамічної міцності конструкцій сталі та встановив їх характеристику потрібну для обчислення деталей швидкохідних моторів, частин автомобилей тощо. Інститут розробив розрахунки динамічної міцності низки деталей машин зокрема колінкуватих валів. Наслідки цих робіт інституту знайшли застосування в науково-дослідних інститутах Наркомважпрому. Серед інших робіт по питанню міцності металів інститут опрацював методику випробування на втому важливих авіаційних деталей і опрацював оригінальні конструкції машин для випробування цих деталей на втому. Взагалі інститут сконструював та здобув ряд нових конструкцій машин для дослідження динамічної міцності деталей машин та металів. Ці машини дають нові можливості в вивченні питання міцності в машинобудівництві. Оригінальні конструкції інституту часто випереджають закордонну техніку» [350, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 7092, л. 110].

В связи с необходимостью совершенствования динамических расчетов и обоснования их критериев в институте была организована группа прочности при переменных нагрузках. С 1 января 1940 г. действовала тема № 7 «Влияние пластических деформаций асимметричного цикла на прочность валов при крутильных колебаниях», переходящая и на 1941 г. [17, ед. хр. 65, л. 14]. Работа координировалась с Институтом механики АН СССР и Центральным институтом авиационного моторостроения (ЦИАМ) [17, ед. хр. 65, л. 21]. В рамках темы № 12 (исполнители А. И. Комай и И. М. Тетельбаум), выполняемой по договору с Научно-испытательным институтом ВВС Красной Армии (НИИ ВВС КА), велась разработка установки для изучения вибраций коленчатых валов [17, ед. хр. 64, л. 9]. В результате была разработана конструкция и расчет установки для определения частот собственных изгибных и продольных колебаний коленчатых валов звездобразных моторов. Постройка установки планировалась на 1941 г. [17, ед. хр. 65, л. 17].

9. На основе экспериментальных данных значительно уточняется расчет динамических напряжений. -

А. Д. Коваленко / А. КОВАЛЕНКО /

Заключительные строки тезисов А. Д. Коваленко к докладу на научной сессии
Института строительной механики (февраль 1940 г.) по теме
«Рассеяние энергии при вибрации лопаток паровых турбин»

В заключение следует отметить, что методика исследования
затухания колебаний в материале применительно к турбостроитель-
ной стали может быть использована и для других материалов. -

23/II-1940 г.

Г. С. Писаренко

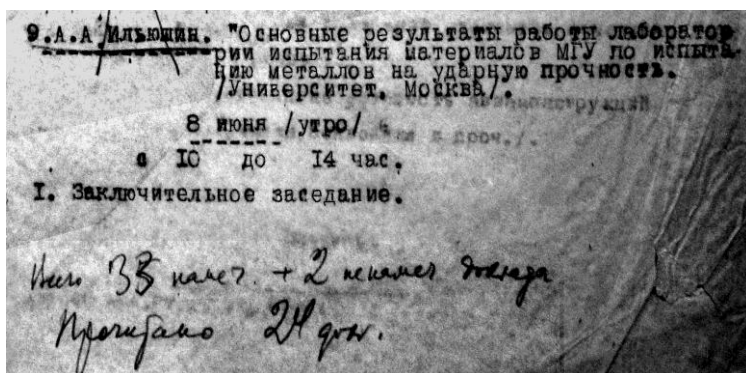
Г. С. ПИСАРЕНКО.

Заключительные строки отчета Г. С. Писаренко
по теме «Рассеяние энергии при вибрации» за 1940 г.

Комплекс теоретических, экспериментальных и опытно-конструкторских работ института в области динамики и прочности машинных конструкций был направлен на разрешение задач ведущих отраслей оборонного и тяжелого машиностроения: авиамоторостроения, дизельостроения, турбостроения, энергомашиностроения [17, ед. хр. 65, л. 24].

Однако в целом и в науке, и в промышленности Советского Союза новые способы решения задач динамической прочности с трудом пробивали себе дорогу. В связи с этим Институт строительной механики АН УССР выступил инициатором созыва в Киеве совещания по динамической прочности, которое состоялось с 3-го по 8-е июня 1940 г. Совещание укрепило и развило связи Института строительной механики с научно-исследовательскими и промышленными организациями Советского Союза [17, ед. хр. 65, л. 23]. В архиве Института механики сохранилась программа совещания с пометками, сделанными карандашом, которыми отмечены не состоявшиеся доклады, а также вписаны фамилии двух докладчиков (Майзель и Беляев), выступивших вне плана [212].

Совещание проходило в Институте физики АН УССР. Всего из 33 запланированных докладов состоялось 22, и два были сделаны вне программы. В совещании принимали участие представители следующих организаций: от АН СССР – Физико-технический институт, Институт машиноведения, Институт механики, от АН УССР – Институт строительной механики, Институт электросварки, Институт энергетики и др., Всесоюзный институт авиационных материалов (Москва), ЦИАМ (Москва), НИИ ВВС КА, Военно-воздушная академия (Москва), НИИ железнодорожного транспорта (Москва), НИИ-13 (Ленинград), а также заводы – № 112 НКПС (Горький) 1-й ГПЗ (Москва), им. Коминтерна (Харьков), Кировский (Ленинград) и др., а также вузы – индустриальные институты (Ленинград, Киев), Механико-машиностроительный (Харьков), Механический (Сталинград) и др. [17, ед. хр. 65, л. 23].



Фрагмент программы совещания по динамической прочности, проводившегося в Киеве с 3-го по 8-е июня 1940 г.

Открывал совещание академик АН УССР С. В. Серенсен обзорным докладом на тему «Работы Института строительной механики АН УССР по прочности при переменных нагрузках» [212, л. 1]. Из остальных 23 докладов восемь были сделаны сотрудниками Института строительной механики: Н. Н. Афанасьевым, Ф. П. Белянкиным, Н. Н. Давиденковым, С. В. Малащенко, Е. И. Радзимовским и Н. И. Черняком.

Совещанием приняло резолюцию, направленную на развитие и координирование работ в области исследования динамической прочности в Советском Союзе и помощи промышленности. В ней, в частности, отмечалось:

«1. До настоящего времени не разработаны надежные методы расчета большинства деталей, работающих при переменных напряжениях и, в особенности, при ударной нагрузке.

2. Не разработана единообразная, обоснованная методика испытания на усталость и на удар, и отсутствуют соответствующие механические характеристики для большинства марок сталей отечественного производства.

Совещание считает, что в целях дальнейшей борьбы за повышение эффективности и надежности советских машин, за экономию металла, за скоростное проектирование, необходимо развернуть планомерную работу в области изучения динамических свойств материалов, исследования динамической прочности деталей и конструкций и разработки простых и надежных методов их расчета на прочность [17, ед. хр. 67, л. 1]

...

9. Для налаживания работы заводов в области динамической прочности считать целесообразным организацию на металлургических и машиностроительных заводах лабораторий динамической прочности (в первую очередь на ведущих заводах).

Необходимо также, чтобы научно-исследовательские институты, имеющие кадры опытных работников в этой области (в частности институт строительной механики АН УССР), систематически посылали на заводы своих работников.

10. Считать целесообразным пересмотреть программы ВУЗов и курсов повышения квалификации ИТР с целью обеспечения надлежаще подготовленных инженерно-технических кадров по вопросам динамической прочности.

Также необходимо разработать мероприятия в области повышения квалификации работников конструкторских бюро и заводских лабораторий в области динамической прочности.

11. Для проведения и координирования работ в области динамической прочности в Союзе, считать целесообразным, чтобы разработка соответствующих организационных и научно-методических мероприятий была проведена АН СССР и АН УССР совместно с наркоматами.

12. Отметить необходимость периодического созыва конференций по вопросам динамической прочности с привлечением широкого круга, как заводских работников (конструкторов и металлургов), так и научных работников, работающих в этой области.

13. Просить Институт Машиноведения АН СССР взять на себя организацию конференции по динамической прочности в 1941 г.

14. Совещание отмечает инициативу Института Строительной механики АН УССР в деле созыва настоящего совещания». [17, ед. хр. 67, л. 9–10].

В свете решений совещания по динамической прочности 16 ноября 1940 г. было проведено Совещание по вопросам координации работы Института строительной механики АН УССР и Института машиноведения АН СССР. На нем присутствовали: от Института строительной механики Н. В. Корноухов, Н. И. Черняк и Л. Д. Нейгауз, от Плановой комиссии АН УССР Л. Я. Мильштейн и от Института машиноведения В. Н. Беляев. Совещание постановило [17, ед. хр. 68, л. 1]:

«Так как Институт Строительной Механики на протяжении нескольких лет работает над проблемой динамической прочности металла и деталей конструкций и им выполнено значительное количество работ в этой области, считать желательным отобразить участие Института в разработке комплексной проблемы не как организации, привлекаемой для разработки отдельных задач, а как организации, принимающей участие в разработке проблемы (по вопросам динамической прочности)».

В 1941 г. АН СССР начала разработку комплексной проблемы «Развитие теории конструирования и расчета машин», заключающейся в научном обосновании задачи конструирования новых машин с наиболее целесообразным использованием металла, выдвигаемым практикой современного машиностроения. Институт строительной механики в рамках этой программы принимал участие в разработке вопросов расчета машин на прочность, определении новых механических характеристик металла, а также в подготовке нормативных материалов и пособий для конструкторов. Вопросы эти отражены в его тематическом плане и включены в план указанной комплексной проблемы по АН СССР [17, ед.

хр. 74, л. 12]. В 1941 г. институт должен был почти вдвое увеличить объем работ по сравнению с 1940 г. и значительно усилить свои связи с научно-исследовательскими организациями и промышленностью СССР [17, ед. хр. 74, л. 14]. Большое внимание в плане уделялось исследованию прочности авиамоторных деталей, таких как коленчатые валы, клапаны, клапанные пружины, колеса нагнетателей и др., а также разработке методики измерений и постройке аппаратуры для исследования моторных деталей [17, ед. хр. 77, л. 16].

В мае 1941 г. Институт машиноведения АН СССР и Комитет прочности Всесоюзного научного инженерно-технического общества машиностроителей (ВНИТОМАШ) провели под руководством С. В. Серенсена совещание по динамической прочности деталей машин*. Совещание отметило успехи применения в турбиностроении, дизелестроении, авиационном моторостроении и сельскохозяйственном машиностроении усовершенствованных методов динамических расчетов на прочность и экспериментальных исследований и наметило пути их внедрения в других отраслях промышленности [281, с. 3–4].

Реализации намеченных планов помешало начало Великой Отечественной войны. Уже 25 июня 1941 г. состоялось Общее собрание сотрудников АН УССР, на котором ее президент академик А. А. Богомолец сказал: «Академия наук должна сосредоточить все усилия на том, чтобы максимально помочь своей работой нашей славной Красной Армии». Всего через несколько дней – 30 июня на специальном заседании Президиума была утверждена новая тематика исследований, обязавшая руководителей научных учреждений мобилизовать все силы на успешное и своевременное решение задач оборонного значения. Вскоре возникла и необходимость неотложной эвакуации в тыл научных учреждений, так как Киев стал прифронтовым городом. Переезд АН УССР начался 3 июля; основным местом сосредоточения украинских институтов стала столица Башкирии Уфа. В связи с уменьшением численности научных сотрудников и ослаблением материально-

* Из-за начавшейся через месяц войны, материалы совещания были изданы только в 1946 г. [281], не потеряв, однако, своей актуальности.

технической базы пришлось реорганизовать структуру академии. Объединение родственных научных учреждений позволило сократить их количество с 31 до 15. В Уфе разместились Президиум АН УССР, библиотека и 11 институтов [127, с. 550]. В соответствии с решением ЦК КП(б)У, Институт строительной механики также был эвакуирован в Уфу, куда и прибыл 3 августа 1941 г. почти в полном составе научных сотрудников со значительной частью лабораторного оборудования.

Эвакуация промышленных предприятий и институтов на Восток нарушила сложившиеся связи со смежными организациями. Однако работа Института строительной механики не останавливалась. В отчете института за 1941 г. говорится: «Август и значительная часть сентября ушли, главным образом, на организационные мероприятия, связанные с размещением института и сотрудников и с пересмотром привезенного оборудования [17, ед. хр. 76, л. 2]. В августе в Киев была командирована бригада из трех сотрудников, доставившая в конце сентября в Уфу целый ряд испытательных машин и наиболее необходимую техническую литературу». После долгих усилий удалось развернуть лабораторную базу в составе механической, металлографической и специальной лабораторий, кроме того, в состав института входило небольшое конструкторское бюро. По договору с Уфимским паровозоремонтным заводом Институт имел возможность пользоваться оборудованием механической лаборатории, в которой основные испытательные машины были смонтированы под руководством и при участии его научных сотрудников [17, ед. хр. 76, л. 3].

В штате института в 1941 г. насчитывалось всего 40 человек, в том числе 4 академика, 6 членов-корреспондентов, 12 старших и 7 научных сотрудников, 1 инженер и 3 механика [17, ед. хр. 76, л. 2]. Все они были привлечены для оказания помощи заводам, располагавшимся в Уфе и переведенным на выпуск военной продукции. Так как еще в довоенное время деятельность института была направлена преимущественно на разрешение заданий оборонного характера, то в особых изменениях в профиле его работ необходимости не возникало. Основным объектом для приложения усилий сотрудников института стал развернутый в Уфе на базе трех заводов, эвакуированных из центральных районов страны, авиамоторный завод № 26. Его директором был назначен заместитель

наркома авиационной промышленности по двигателестроению В. П. Баландин, а главным конструктором – В. Я. Климов. Сотрудники Института строительной механики работали в 25 цехах завода, занимаясь наладкой технологических процессов авиационных моторов [260, с. 53–57].

Все результаты работы сотрудников Института строительной механики сразу передавались в цеха завода № 26 и не оформлялись даже в виде кратких отчетов [17, ед. хр. 76, л. 17]. В годы войны они не нашли отражения в научной печати, так как в 1941 г. печатные работы не готовились, а в 1942 г. из 34 работ научных сотрудников института, подготовленных и сданных для печати в издательство АН УССР и в сборник института опубликовано всего две небольшие статьи В. М. Майзеля [17, ед. хр. 86, л. 6]. Правда, сотрудниками института в 1942 г. было сделано на трех сессиях АН УССР 35 докладов и еще несколько десятков докладов на научных заседаниях и на заседаниях ученого совета. Тезисы некоторых из них и резолюции по докладам сохранились в архиве Института механики [17, ед. хр. 87, л. 2].

В 1942 г. Институт строительной механики продолжал работать на удовлетворение нужд оборонной промышленности. Работы института по тематическому плану в основном велись в следующих направлениях [17, ед. хр. 85, л. 25–26]:

1. прочность и устойчивость конструкций и сооружений;
2. динамическая прочность в машиностроении;
3. новые методы в технологической обработке металлов;
4. конструирование испытательных машин на усталость и повторный удар и специальной аппаратуры для измерения статических и динамических нагрузок;
5. гидравлика и гидротехника;
6. нелинейная механика.

На протяжении 1942 г. институт также давал консультации заводам, предприятиям и стройкам оборонной промышленности. Эти консультации охватывают, главным образом, вопросы прочности сооружений, металловедения, наладки оборудования и методики испытаний материалов в заводских лабораториях, а также вопросы гидротехнических сооружений. Для конструкторов завода № 26 академиком С. В. Серенсеном

прочитан ряд лекций по динамической прочности в машиностроении. Для взаимного ознакомления с научно-исследовательской работой по вопросам колебаний коленчатых валов в институте проведено два научных заседания с ведущими сотрудниками ЦИАМ [17, ед. хр. 86, л. 6].

Тематический план 1943 г. по институту был построен на заданиях НИИ ВВС Красной Армии, ЦИАМ, заводов № 26 и № 607 Авиапрома, Главтрансмаша ГАВТУКА (Главное авто-тракторное управление Красной Армии) [17, ед. хр. 86, л. 4].

Кроме работ по тематическому плану институт выполнил пять хозрасчетных тем по заданиям Главного управления ВВС Красной Армии (исполнители: член-корр. В. Д. Грозин, Н. Н. Афанасьев, С. В. Малащенко, Н. П. Хотяинцев) [17, ед. хр. 86, л. 3].

Результаты исследовательской работы четырех сотрудников, составлявших отдел динамической прочности, вышли за рамки интересов одного предприятия, в связи с чем приказом наркома авиационной промышленности А. И. Шахурина в 1943 г. С. В. Серенсен, А. Д. Коваленко, Г. С. Писаренко и И. М. Тетельбаум были переведены в ЦИАМ, филиал которого располагался в Уфе. При этом ученые продолжали вести работу на заводе № 26 [260, с. 57]. Двое из них, а именно Серенсен и Тетельбаум в Киев не вернулись, оставшись после войны работать в Москве.

Украинские ученые внесли свой вклад в становление Уфимского авиационного института, с их деятельностью связано начало теоретических разработок проблем прочности в нем. Здесь читали лекции члены-корреспонденты АН УССР Н. Н. Боголюбов и И. Я. Штаерман, доктора технических наук А. М. Пеньков, Г. Н. Савин, Г. Д. Латышев и доцент Г. С. Писаренко. Как вспоминает сотрудник института доктор технических наук профессор Ю. С. Первушин, научные контакты с академиком АН УССР Г. С. Писаренко продолжались долгие годы после войны [127, с. 553].

До сентября 1943 г. институт находился в Уфе, но в октябре переехал в Москву, где пробыл до 18 апреля 1944 г, а 19 апреля возвратился в Киев [137, с. 2]. В связи с переездами, никаких документов в архиве института за этот период не сохранилось, а возможно они остались в Москве.

В 1944 г. С. В. Серенсен перешел работать в Институт машиноведения (Москва). По свидетельству Ф. М. Диментберга [264, с. 33], с его приходом там начались исследования в области прикладной теории колебаний и динамической прочности. Первоначально была создана небольшая группа ученых, занимавшихся вибрациями и динамической прочностью коленчатых валов авиадвигателей. В 1948 г. по инициативе президента АН СССР С. И. Вавилова, в институте машиноведения была создана лаборатория вибрации, впоследствии преобразованная в лабораторию динамической прочности. Возглавил лабораторию академик АН УССР С. В. Серенсен. Он также был ведущим экспертом по вопросам прочности и по анализу случаев разрушения различного рода конструкций. За работы в области динамической прочности в машиностроении С. В. Серенсен был удостоен Сталинской премии (1949).

Что касается Института строительной механики, то с уходом Серенсена постепенно работы, посвященные динамической прочности коленчатых валов, там прекратились. Так, в отчете за 1946 г. эта тема уже не упоминается в числе основных достижений института [17, ед. хр. 121].

3.3. Школа нелинейной механики Крылова – Боголюбова – Митропольского

Основание нового направления в науке – нелинейной механики и киевской школы относится к концу 1920-х гг., когда в составе Института Строительной механики была организована кафедра математической физики, которую возглавил академик Н. М. Крылов.

Теория колебаний возникла, прежде всего, как теория малых – линейных колебаний. В первое время линейная теория колебаний вполне удовлетворяла запросам астрономии, физики и техники и интересы ученых были сосредоточены только на исследовании линейных или линеаризованных моделей. Однако колебательные процессы, наблюдаемые в механике, физике, астрономии и др., по существу являются нелинейными и только в первом приближении, и то не всегда, описываются линейными дифференциальными уравнениями. Нелинейные колебательные процессы

значительно сложнее линейных, что обусловлено самой их природой. Учение о нелинейных колебаниях зародилось в XVIII столетии и впоследствии получило название нелинейной механики. Развитие теории нелинейных колебаний первое время стимулировалось в основном потребностями астрономии. Одним из наиболее распространенных методов исследования нелинейных задач, которым пользовались астрономы, было разложение решения в ряд по степеням малого параметра [179, с. 298–299].

Мощный толчок к изучению нелинейных процессов дало развитие электротехники, акустики и, особенно, радиотехники. В начале XX века в этих дисциплинах выделился ряд задач, для которых аппарат теории линейных колебаний оказался недостаточным, а то и вовсе неприменимым вследствие специфических явлений, присущих нелинейным колебаниям. В связи с возникновением быстроходных силовых и исполнительных агрегатов механика также выдвинула перед теорией колебаний ряд новых задач. Важное место в теории нелинейных колебаний заняли уравнения с малым параметром вида (1.25), а основными методами для их решения стали асимптотические методы, основанные на разложении решения в ряд по степеням малого параметра. Эти методы стали мощным аппаратом для решения задач механики, физики и техники [179].

Математический аппарат, пригодный для решения нелинейных уравнений теории колебаний, существовал еще с конца XIX в., в частности, метод разложения в ряд по степеням малого параметра и метод теории возмущений. Его основы заложены еще в трудах Эйлера и развиты в работах Пуассона, Остроградского и Рэлея. Этот аппарат мог быть применен к нелинейным системам, описываемым дифференциальными уравнениями с малым параметром вида (1.25).

Асимптотические методы оказались весьма эффективными в задачах астрономии. Затем они были перенесены в квантовую механику [144, с. 266]. Однако эти методы были разработаны для консервативных систем, описываемых уравнениями в канонической форме, и без соответствующих изменений их нельзя было применить к реальным задачам механики. Кроме аппарата теории возмущений существовала еще локаль-

ная теория периодических решений Анри Пуанкаре (1854–1912) и теория линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами Ляпунова. Однако до 30-х гг. XX века эти методы не применялись для исследования нелинейных колебаний, и даже не была раскрыта их связь с проблемами таких колебаний.

Теория нелинейных колебаний начала широко развиваться с конца 1920-х гг. С самого начала руководящую роль в развитии нелинейной механики играли советские ученые [226, с. III введения]. Особенно выдающимися стали две школы: Московско-горьковская, связанная с именами академиков Л. И. Мандельштама, Н. Д. Папалекси и А. А. Андропова и Киевская – академиков Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова. Л. И. Мандельштам первым четко сформулировал назревшую в радиотехнике необходимость нового теоретического подхода к колебаниям нелинейных систем, необходимость выработки «нелинейного языка и нелинейного колебательного мышления». Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси первыми в Советском Союзе стали заниматься асимптотическими методами. Их статья [208] стала фундаментальной не только для нелинейных задач технической физики, но и для задач механики. Дальнейшее развитие теория нелинейных колебаний получила в трудах А. А. Андропова, А. А. Витта и С. Э. Хайкина. Под влиянием академика Л. И. Мандельштама А. А. Андронов, бывший тогда его аспирантом, нашел в трудах Пуанкаре и Ляпунова ключ к решению проблем нелинейных колебаний. Л. И. Мандельштам в предисловии, написанном в 1935 г. к их фундаментальному труду «Теория колебаний»^{*} [14, предисловие, с. 11] отметил, что существовавшие ранее решения отдельных задач не имели достаточного математического обоснования.

Рассматривая значение функционала S на совокупности главных свободных поперечных колебаний одного и того же периода, различающихся только формой колебания, мы получим для вариации S

^{*} В первом издании «Теории колебаний» фамилия А. А. Витта не упоминается, так как он в 1937 году был арестован по ложному обвинению и расстрелян

$$\delta S = \int_0^l \left[\mu \lambda^2 \varphi - (E J \varphi'')'' \right] \delta \varphi dz + \left\{ (E J \varphi'')' \delta \varphi - E J \varphi'' \delta \varphi' \right\}_0^l.$$

Таким образом, асимптотические методы и качественная теория дифференциальных уравнений, разработанная в трудах Пуанкаре и Ляпунова, стали основой развития нелинейной теории колебаний. Заслуга школы Мандельштама – Андропова состоит в том, что они первыми аргументировали необходимость рассмотрения колебательных явлений в нелинейной постановке и установили принципиальные отличия между линейными и нелинейными системами. Их работы послужили толчком для создания математического аппарата теории нелинейных колебаний. В нее входят метод малого параметра, теория устойчивости движения, асимптотические методы, качественная теория дифференциальных уравнений, метод точечных преобразований и много численных методов решения уравнений движения, записанных как в дифференциальной, так и в интегральной форме.

Развитие теории нелинейных колебаний на основе знаменитых работ А. М. Ляпунова и А. Пуанкаре является наиболее важным и фундаментальным достижением Московской школы. Она показала, насколько хорошо вопросы нелинейных колебаний исследуются с помощью методов, разработанных, правда, для иных целей, этими великими учеными. В их знаменитых работах заложены основы математического аппарата, адекватного всему циклу проблем нелинейных колебаний. В частности, метод малого параметра получил свое развитие непосредственно из теории малого параметра Ляпунова – Пуанкаре [206; 269].

В конце 1920-х годов задачи радиотехники, а с 1940-х теории автоматического регулирования стимулировали развитие теории нелинейных колебаний. Методы, развитые Мандельштамом, Папалекси, Андроновым и их учениками для задач радиотехники и теории автоматического регулирования, были с успехом перенесены в теорию механических колебаний. Полученные геометрические представления и метод приближенного решения нелинейных дифференциальных уравнений с помощью

разложения по степеням малого параметра оказались весьма мощным аппаратом не только для решения ряда нелинейных задач, но и для предсказания новых явлений. Исходя из существования «периодических решений второго рода Пуанкаре» с периодом, кратным периоду действующей силы, Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси сделали ценные выводы и открыли ряд ранее неизвестных явлений, как, например, резонанс второго рода, синхронизация на оберitone, автопараметрические и дробные резонансы, асинхронное возбуждение и т.д. [228].

Асимптотический подход получил развитие в методе усреднения, который первоначально возник в небесной механике, а позже применялся и для изучения движения космических аппаратов. В основе этого метода лежит замена нелинейных членов дифференциальных уравнений сглаженными, усредненными, не содержащими в явном виде времени и быстро изменяющихся параметров системы. В теории нелинейных колебаний метод усреднения долгое время не применялся. Существенную роль в ее развитии сыграло появление электронных ламп, открывшее новые возможности для генерации и приема электромагнитных колебаний. Именно для решения дифференциального уравнения лампового генератора голландский физик и инженер Балтазар Ван-дер-Поля (1889 – 1959) впервые применил метод усреднения. В 1926 году он вывел уравнение

$$\ddot{q} + q = \varepsilon (1 - q^2) \dot{q} \quad (3.1)$$

и предложил для его решения метод медленно меняющихся амплитуд [39, с. 89–90]. Позже он распространил этот метод на более широкий класс задач со слабой нелинейностью. Согласно методу Ван-дер-Поля решение дифференциального уравнения

$$\ddot{q} + k^2 q + \varepsilon f(q, \dot{q}) = 0 \quad (3.2)$$

берется в виде

$$q = A \cos(kt - \varphi), \quad (3.3)$$

где A и φ медленно меняющиеся функции времени [253, с. 55]. Если подставить теперь решение (3.3) в уравнение (3.2), то получится

уравнение, содержащее две неизвестных функции A и φ . Обобщенная скорость определяется по формуле

$$\dot{q} = -Ak \sin(kt + \varphi), \quad (3.4)$$

как будто величины A и φ являются постоянными. Подставляя (3.3) и (3.4) в уравнение (3.2), получим уравнение первого порядка для определения \dot{A} и $\dot{\varphi}$.

$$\begin{aligned} \dot{A} &= -\frac{1}{k} f(q, \dot{q}) \sin(kt - \varphi); \\ \dot{\varphi} &= \frac{1}{Ak} f(q, \dot{q}) \cos(kt - \varphi), \end{aligned} \quad (3.5)$$

где q и \dot{q} определяются по формулам (3.3) и (3.4). Упрощение дальнейшего решения заключается в том, что производные \dot{A} и $\dot{\varphi}$, хотя они и являются сложными нелинейными функциями времени (3.5), принимаются постоянными в течение любого одного цикла.

Метод Ван-дер-Поля является адекватным методом исследования нелинейных систем, учитывает их специфику, поскольку упрощенные уравнения являются также нелинейными. Однако следует отметить, что, как и в небесной механике, так и у Ван-дер-Поля, строгого обоснования метода предложено не было. Проблему о математическом обосновании метода Ван-дер-Поля и о пределах его применимости для частных случаев решили П. Фату (1928) и Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси (1934) [144, с. 267–268]. Подробно этот вопрос изложен в монографии [14, с. 663–675]. Используя методы Ляпунова – Пуанкаре, Л. И. Мандельштам, Н. Д. Папалекси, А. А. Андронов и А. А. Витт не только дали математическое обоснование метода Ван-дер-Поля и указали пределы его применимости, но и решили ряд новых актуальных проблем, как, например, спорный вопрос о существовании порога для амплитуды внешней Э.Д.С. при синхронизации, вопрос о стационарных периодических колебаниях в системе связанных контуров и др. [228].

Однако и метод Ван-дер-Поля, и методы Ляпунова – Пуанкаре, не удовлетворяли требованиям практики в отношении простоты и

прозрачности расчетных схем. Глубоко вскрывая качественную сторону явлений, они для инженерных приложений были слишком сложны [143, с. 269]. В связи с этим в начале 1930-х гг. оставался открытым вопрос о создании математически обоснованной теории, пригодной для изучения как периодических, так и непериодических колебательных процессов в нелинейных системах. Для практического применения этой теории расчетные схемы должны были быть простыми и наглядными.

Эта проблема была успешно решена киевскими учеными Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым. Именно с деятельностью школы Крылова – Боголюбова связано дальнейшее развитие асимптотических методов. Начиная с 1927 года, Н. М. Крылов занимался математическими проблемами асимптотических методов. Его ученик Н. Н. Боголюбов развил полученные результаты и предложил общую процедуру усреднения для системы неавтономных дифференциальных уравнений. В своих работах он показал, что с помощью усреднения можно получить сколь угодно точные приближения к искомому решению и исчерпывающе изложил сущность общего принципа усреднения. Подробно с историей развития метода усреднения в теории нелинейных колебаний можно ознакомиться в главе, написанной В. М. Волосовым для монографии [218, с. 115–135].

В 1932 г. Крылов и Боголюбов разработали асимптотический метод, который впоследствии дал начало большому новому направлению в теории нелинейных дифференциальных уравнений. Можно считать, что киевские ученые создали новое научное направление – нелинейную механику, выполнив цикл работ, посвященных методам приближенного интегрирования дифференциальных уравнений и теории почти периодических функций.

Школа Крылова – Боголюбова сделала исключительно много для развития нелинейной механики. Были созданы новые асимптотические методы нелинейной механики – теория, аналогичная теории возмущения. Но, в отличие от теории возмущения, разработанной для консервативных систем, методы нелинейной механики Крылова – Боголюбова применимы к самым общим, неконсервативным системам. Основоположники нелинейной механики применили метод теории возмущений для исследования колебаний таких колебательных процессов, для которых

соответствующие дифференциальные уравнения содержат малый параметр и при том, так, что при его нулевом значении эти уравнения точно интегрируются, хотя они могут быть при этом и нелинейными. Эти методы, базируясь на строгом математическом обосновании, позволяют не только первые, но и высшие приближения и применимы для изучения, как периодических, так и квазипериодических процессов [40; 169]. Следует особо подчеркнуть простоту применения этих методов к конкретным расчетам. Асимптотические методы нелинейной механики были сразу же применены их авторами к решению ряда важных задач. Были получены формулы второго приближения для определения частоты стационарных колебаний в электронных генераторах, внутренние резонансы в системах со многими степенями свободы, исследованы системы с распределенными параметрами, изучены квазипериодические режимы, возбуждаемые в электронном генераторе под действием внешней периодической силы и т.д.

В 1930-е г.г. Н. М. Крылов и Н. Н. Боголюбов занимались внедрением теории нелинейных колебаний в практику. Они убедительно показали, как идею асимптотических методов можно использовать при построении приближенных решений для колебательных систем, содержащих малый параметр, в том числе и для систем с несколькими степенями свободы. Однако для систем большой размерности возникают серьезные трудности, так как порядок рассматриваемой системы уравнений пропорционален числу степеней свободы системы. Для их преодоления Н. Н. Боголюбов в 1949 г. предложил одночастотный метод, с помощью которого можно строить асимптотические разложения решения нелинейных систем со многими степенями свободы [42]. Он основан на том факте, что под действием внешних возмущающих сил при наличии трения в системе устанавливаются колебания преимущественно одной частоты, либо основного тона, либо другой, но определенной частоты. Это позволяет рассматривать одночастотный режим, при котором все точки системы совершают колебания с одинаковой частотой. С математической точки зрения одночастотный метод заключается в том, что ищется не общее решение системы уравнений, а частное, которое зависит только от двух произвольных постоянных и отвечает определенному

колебательному процессу. По сути, все сводится к исследованию некоторой эквивалентной системы с одной степенью свободы.

Высокая оценка деятельности кафедры математической физики дается в докладной записке Президиума АН УССР Центральному комитету КП(б)У о состоянии академии на 1937 г.: «У складі Інституту будівельної механіки працює кафедра математичної фізики, керована академіком Криловим, яка провадить в основному дослідження в галузі проблем нелінійної механіки. Ці роботи створили основи нелінійної механіки, висвітлюючи низку теоретичних підвалин цієї нової галузі механіки та їх застосування для розв'язання питань математичної фізики та інженерних наук» [348, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 7092, л. 111].

Наряду с большим теоретическим значением методы Крылова – Боголюбова имели важное практическое применение. Так в 1940 г. ими был разработан новый эффективный способ построения резонансных кривых для нелинейных крутильных колебаний. Этот метод они успешно применяли в годы войны для исследования вибраций авиамоторов. Но, наряду с решением задач оборонного значения, Н. Н. Боголюбов, находясь в эвакуации в Уфе, вел исследования в области нелинейной механики. Именно там он разработал метод интегральных многообразий и метод усреднения, которые затем были изложены в его монографии «О некоторых статистических методах в математической физике» (1945). В 1947 г. за исследования в области нелинейной механики и статистической физики Н. Н. Боголюбову была присуждена Сталинская премия.

Значительный прогресс в фундаментальных и прикладных вопросах теории асимптотических методов был сделан учеником Н. Н. Боголюбова Юрием Алексеевичем Митропольским (1917–2008), который с помощью метода последовательных замен построил общее решение системы нелинейных уравнений и изучил его поведение в окрестности квазипериодического решения. Он разрабатывал метод усреднения для исследования колебательных систем с медленно меняющимися параметрами, предложил способ нахождения приближенного решения задачи о колебаниях системы со многими степенями свободы. В монографии [40] было дано систематическое изложение асимптотических методов.

В кандидатской диссертации Ю. А. Митропольского [226], выполненной под руководством Н. Н. Боголюбова и защищенной в 1947 г., рассматриваются резонансные явления в нелинейных системах с переменными частотами. Разработке методов приближенного решения нелинейных уравнений с медленно меняющимися параметрами и исследованию с помощью этих методов резонансных явлений посвящена кандидатская диссертация. В ней на основе методов нелинейной механики Крылова – Боголюбова была изложена методика формальных решений для нелинейных систем с медленно меняющимися параметрами.

Позже Ю. А. Митропольский развил это направление в своей докторской диссертации [225; 227; 233] и последующих работах [229; 230], посвященных разработке и математическому обоснованию методов решения нелинейных уравнений с медленно меняющимися параметрами и исследованию с помощью этих методов процессов, происходящих в нелинейных механических системах при прохождении через резонанс.

В работах Н. Н. Боголюбова и Ю. А. Митропольского заложены также основы метода интегральных многообразий, который связан с практически важной задачей – исследованием одночастотных колебательных процессов в системах со многими, в том числе и с бесконечным числом степеней свободы. Этот метод позволил изучать поведение решений различных классов нелинейных систем дифференциальных уравнений с малым параметром [41]. Митропольский доказал ряд теорем о существовании интегральных многообразий и их свойствах для нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Им также получена теорема, обосновывающая применение одночастотного метода для исследования системы с распределенными параметрами [143, с. 376–377].

Асимптотические методы нелинейной механики оказались исключительно общими и гибкими. Позже Н. Н. Боголюбову удалось использовать их далеко за пределами нелинейной механики и получить ряд ценных результатов в области статистической физики и теории кинетических уравнений [226, с. V введения].

В 40-е годы прошлого века началось широкое применение асимптотических методов для расчета нелинейных колебаний, полу-

чивших дальнейшее развитие в трудах многочисленных учеников Н. Н. Боголюбова и Ю. А. Митропольского. Среди них можно отметить В. М. Волосова (уравнения с медленно меняющимися параметрами, метод усреднения), Б. И. Мосеев (колебания систем с распределенными параметрами, исследования колебаний вращающегося стержня двойкой жесткости), О. Б. Лыкову (одночастотные колебания в системах с несколькими степенями свободы). Ссылки на их работы можно найти в монографии [230, с. 425–431].

Из киевской научной школы по нелинейной механике вышло много выдающихся ученых. Среди них В. О. Кононенко, применивший идеи асимптотических методов для исследования колебательных систем с источниками энергии ограниченной мощности [159; 160]. Виктор Олимпанович решил также ряд технических задач по автоколебаниям. С помощью асимптотических процедур совместно с Р. Ф. Ганиевым он изучал нелинейную динамику сферического движения [66; 67]. Необходимо отметить вклад в прикладные аспекты асимптотических методов академика НАН Украины В. Д. Кубенко, который использовал для исследования поперечных нелинейных колебаний цилиндрических оболочек метод Крылова – Боголюбова [171; 172].

Одним из первых эффективных применений нелинейной механики при расчетах конструкций является расчет драглайна*, выполненный в 1953 г. С. А. Казаком. В своей работе он рассматривал колебания ковша как большие колебания маятника переменной длины. При медленном движении груза эта задача описывается дифференциальным уравнением с медленно меняющимися коэффициентами [144, с. 328].

$$\frac{d}{dt} \left[m(\tau) \frac{dq}{dt} \right] + c(\tau) q = \varepsilon F \left(\tau, \theta, q, \frac{dq}{dt} \right), \quad (3.6)$$

где θ – фаза возмущающей силы, $\frac{d\theta}{dt} = \nu(\tau)$ – мгновенная частота. При этом в уравнении (3.6) $m(\tau)$, $c(\tau)$ и $\nu(\tau)$ являются функциями

* драглайн – разновидность экскаватора

медленного времени $\tau = \varepsilon t$. Параметр ε ($0 < \varepsilon \ll 1$) указывает на то, что система близка к линейной консервативной и коэффициенты уравнения (3.6) меняются медленно.

Дальнейшее развитие теории нелинейных колебаний получила в трудах академика АН УССР А. М. Самойленко, который обосновал методы асимптотического интегрирования разрывных и импульсных систем. Следует отметить его работы по математической теории квазипериодических колебаний [280]. Чрезвычайно интересны работы А. М. Самойленко и Н. А. Перестюка по нелинейным динамическим системам с импульсным воздействием [278]. Отметим также работы А. А. Мартынюка, связанные с развитием теории векторных функций Ляпунова [213].

Теория нелинейных колебаний и асимптотические методы быстро развивающийся раздел механики. Сейчас бурно развиваются исследование динамических процессов около гомоклинических и гетероклинических структур. Ждет своего разрешения вопрос исследования нелинейных динамических систем высокой размерности. Этот вопрос чрезвычайно актуален, так как его решение позволит исследовать реальные механические системы, которые могут являться конечноэлементной дискретизацией инженерных систем. Особо актуален вопрос исследования поведения нелинейных динамических систем под действием случайных нагрузок и систем со случайными параметрами. Асимптотические методы позволяют проводить аналитические исследования и сохраняют свою актуальность и при широком применении современной вычислительной техники.

В настоящее время нелинейная динамика выросла в развитую ветвь прикладных наук, изучающую динамические процессы в системах различной физической природы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями.

3.4. Колебания с учетом рассеяния энергии в материале. Основание школы Г. С. Писаренко

В 20–30-е гг. XX столетия основным средством борьбы с вибрациями была отстройка от резонанса. Однако с развитием техники избавиться от резонансов в рабочем диапазоне стало невозможно. Особенно это проявлялось в ДВС и турбомашинах, имеющих достаточно плотный спектр собственных частот. В отличие от расчета свободных колебаний, заключающегося в определении собственных частот и форм колебаний и вынужденных колебаний вдали от резонанса, которые производятся без учета трения, для рассмотрения колебаний вблизи резонанса необходимо знать силы сопротивления. Причины рассеяния энергии при колебаниях тела могут быть внешние и внутренние. Внешние – сопротивление среды, в которой колеблются тела (воздух или жидкость), трение между поверхностями скольжения в сочленениях отдельных элементов, а также в опорах. К внутренним причинам относится рассеяние энергии в самом материале за счет его несовершенной упругости.

Доля этих видов демпфирования неодинакова и зависит от многих факторов: особенностей колебательной системы, материала, из которого изготовлены детали, от параметров внешней среды и ее температуры, а также от формы колебаний.

Сопротивление среды, особенно при небольших скоростях движения, хорошо моделируется так называемой зависимостью *вязкого трения*, при которой принимается, что силы сопротивления пропорциональны скорости. При больших скоростях эта зависимость принимается квадратичной. При моделировании трения между поверхностями скольжения применяется закон Кулона – Морэна, по которому сила трения принимается пропорциональной нормальной составляющей давления, действующего между поверхностями. При этом она не зависит от скорости скольжения. В случае наличия смазочного слоя, например, когда между скользящими поверхностями существует масляная пленка, наоборот, предполагается, что сила трения не зависит от давления и пропорциональна скорости скольжения. Такая характеристика справедлива также для масляного

демпфера. Действительная характеристика трения занимает некоторое промежуточное положение между этими идеальными случаями.

Среди сопротивлений, возникающих при колебаниях упругих систем, внутреннее неупругое сопротивление имеет особое значение. Опытными исследованиями было установлено, что упругие материалы не следуют в точности закону Гука даже при деформациях, не выходящих за пределы упругости [205, с. 82–83]. Этим обусловлены внутренние потери энергии при колебаниях. Первым на наличие внутреннего трения в материале указал, видимо, Ш. Кулон, обнаруживший его при проведении опытов с крутильными весами. А первым, кто занялся изучением внутреннего трения, был У. Томсон (1865 г.) [94, с. 482].

О важности внутреннего трения в материале говорят исследования многих ученых, проведенные в начале XX века. Широко поставленные опыты Ж. Гюи над внутренними потерями в материале при крутильных колебаниях металлических проволок показали ничтожную роль трения воздуха по сравнению с потерями в самом металле [274, с. 1]. Ф. Роветт на основании исследования затухания колебаний в ряде машин установил, что на долю внутреннего рассеяния энергии в материале приходится не менее двух третей всех потерь при колебаниях. Гейгер, исследуя рассеяние энергии при колебаниях в моторах, относит к внутреннему рассеянию в металле до 64 % всех потерь [274, с. 1].

Несмотря на сложный характер внутреннего рассеяния энергии в материале В. Фойгт, исходя из аналогии сил внутреннего трения упругих тел с трением внутри жидкости, полагает, что силы внутреннего трения пропорциональны первой степени скорости колебаний и представляет его в виде вязкого трения. При этом он руководствовался, в первую очередь, удобством интегрирования дифференциальных уравнений колебательного движения, а не близостью данного закона к действительному. Дифференциальное уравнение свободных колебаний линейной системы с одной степенью свободы и вязким трением выглядит в этом случае так

$$m\ddot{q} + \beta\dot{q} + cq = 0, \quad (3.7)$$

где q – обобщенная координата, m , β и c – приведенные коэффициенты соответственно инерции, демпфирования (вязкого трения) и жесткости. После деления на обобщенную массу получим приведенное уравнение

$$\ddot{q} + 2n\dot{q} + k^2 q = 0 . \quad (3.8)$$

Решая это уравнение, получим

$$q = A e^{-nt} \sin (k_1 t + \varepsilon) , \quad (3.9)$$

где $A e^{-nt}$ – амплитуда затухающих колебаний, k_1 – частота свободных колебаний с сопротивлением $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$, $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$ – собственная частота системы без учета сопротивления. Из начальных условий q_0 и \dot{q}_0 запишем значение начальной амплитуды

$$A_0 = \sqrt{\frac{(\dot{q}_0 + n q_0)^2}{k^2 - n^2} + q_0^2} . \quad (3.10)$$

В качестве безразмерной характеристики трения используют так называемый **декремент*** колебаний, т.е. отношение двух амплитуд колебаний через интервал времени, равный периоду, но чаще более удобную величину, равную логарифму этого отношения – **логарифмический декремент колебаний**. В соответствии с видом решения (3.9) он равен

$$\delta = n T_1 = \frac{\beta}{2m} T_1 , \quad (3.11)$$

где $T_1 = \frac{2\pi}{k_1}$ – период затухающих колебаний. Нетрудно заметить, что δ не зависит от амплитуды колебаний, но зато изменяется пропорционально периоду. Так, в случае изменения массы при постоянном сопротивлении и

* слово декремент происходит от латинского *decrementum* – убавление [292, с. 207]. Однако раньше большинство авторов, тем не менее, использовали словосочетание декремент затухания, что, по сути, является тавтологией.

жесткости, логарифмический декремент также будет меняться, что, вообще говоря, выглядит странно.

При исследовании установившихся гармонических колебаний применяется еще один подход, при котором демпфирование берется пропорционально скорости деформации, деленной на частоту колебаний [252]. В этом случае оно пропорционально амплитуде колебаний.

Обе эти гипотезы чрезвычайно удобны для использования, однако недостаточно обоснованы. В частности, трение, заданное в таком виде, не приведет к полному прекращению колебаний. Благодаря многочисленным исследованиям ряда ученых, особенно О. Фёппля и его школы, было твердо установлено, что величина демпфирования не зависит от частоты в интервале от 0 до 40 Гц [252, с. 65]. Обширные исследования Ф. Роветта по вопросу о рассеянии энергии в материале при кручении круглых труб показывают, что в пределах изменения частоты от 0 до 4200 кол/мин расхождения в рассеянии энергии не превышают 5 %, т.е. рассеяние почти не зависит от частоты (Rowett, Proc. Royal Soc. Ser. A, Vol. 89, 1913/1914 с. 528–543). Опыты проводились с тонкостенными трубками из мягкой стали, подвергавшимся знакопеременному скручиванию до значений, не превосходящих предела упругости.

Однако, благодаря своему удобству, оба указанных способа применялись и применяются сейчас многими исследователями. Внутреннее трение, пропорционально скорости задавали и основоположники прикладной теории колебаний А. Н. Крылов [164, с. 16–19] и С. П. Тимошенко [314, с. 28].

И. Ньютон в «Математических началах натуральной философии» предложил правило, позволяющее по затуханию колебаний маятника определить зависимость силы сопротивления движению от скорости. В 1935 г. академик А. Н. Крылов показал, что для свободных затухающих колебаний, описываемых дифференциальным уравнением

$$m\ddot{x} + \text{sign } \dot{x} \beta \left| \dot{x} \right|^n + cx = 0, \quad (3.12)$$

с помощью забытого к тому времени метода Ньютона можно получить выражение работы рассеяния за период колебаний. Крылов считал

теорему Ньютона одной из основных теорем в учении о колебательном движении [164, с. 174–179].

В большинстве работ, посвященных вопросу рассеяния энергии в материале, в 1920–1930-е гг. рассматривалось рассеяние в случае крутильных колебаний, что обусловлено, в первую очередь, задачами крутильных колебаний ДВС, поскольку именно эти задачи в то время стояли на первом месте. Рассеяние энергии при изгибных колебаниях было освещено мало. Кроме того, опыты с изгибными колебаниями не всегда проводились в условиях, исключающих потери энергии в зажимах образца. Следует также отметить, что почти все исследования рассеяния энергии производились при незначительных напряжениях, в то время как практический интерес представляет как раз рассеяние энергии в системе с большой начальной амплитудой напряжения.

К концу 1930-х гг. большое практическое значение приобрели также задачи о колебаниях лопаток паровых турбин. Густота спектра возбуждающих сил и частот собственных колебаний лопаточного аппарата, многообразие форм колебательных процессов вынудило опытным путем определять потери энергии, необходимые для вибрационного расчета. Важным для турбостроения того времени вопросом стал учет затухания при вынужденных поперечных колебаниях стержней. Одной из первых работ в этом направлении стала статья А. П. Филиппова [327].

В Институте строительной механики в рамках комплексного решения проблем динамической прочности проводились исследования рассеяния в материалах турбинных лопаток отдельно и в их пакетах. В архиве Института механики сохранились отчеты по теме № 8, о которой уже упоминалось на с. 149 [129; 274].

Г. С. Писаренко выяснял зависимость логарифмического декремента колебаний в материале от величины нормальных напряжений в случае поперечных колебаний. Для этого была создана оригинальная экспериментальная установка, позволяющая более точно определять диссипативные свойства материалов. Схема установки Г. С. Писаренко приведена в его отчете [274, с. 6] и представлена на рис. 3.1. В качестве образцов использовались прямоугольные стержни постоянного поперечного сечения $1,5 \times 26$ мм и 2×26 мм при рабочей длине образца 300 мм.

Материалом служила сталь марки 20 НБА (4А), из которой изготавливались турбинные лопатки.

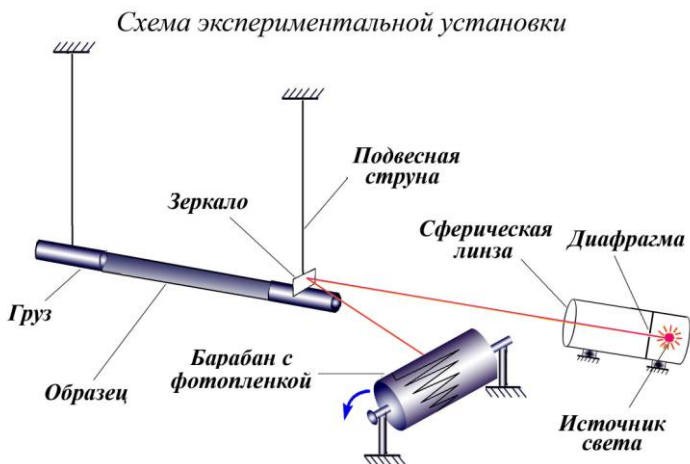


Рис. 3.1. Схема экспериментальной установки Г. С. Писаренко

Чтобы избежать больших потерь энергии в зажимах образца, было решено отказаться от общепринятого консольного закрепления и испытывать образец в условиях чистого изгиба. Для этого образец подвешивался на двух струнах длиной около метра. Он защемялся своими концами в специальные зажимы, представляющие собой цилиндрические стальные болванки с диаметром равным ширине образца и длиной 200 мм с прорезью на конце для образца, зажимаемого винтом. Зажимы заодно служили и грузами. Точки подвеса системы были подобраны в узлах ее колебаний (приблизительно посередине груза), чтобы не изменить собственной частоты.

Перед проведением эксперимента образец изгибался подобно луку с помощью струны, прикрепленной посередине образца. Для приведения системы в движение натяжная струна разрезалась, и, благодаря инерции

масс грузов, закрепленных на концах образца, последний совершал свободные поперечные колебания.

В отличие от консольного закрепления данный образец находится в условиях однородного напряженного состояния по длине за счет грузов, массы которых значительно больше его массы. Благодаря подвесу на тонких длинных струнах диаметром всего 0,2 мм энергия колебаний не поглощается фундаментом.

В результате проведенных экспериментов Писаренко пришел к следующим выводам:

1. Рассеяние энергии в материале не зависит от частоты колебаний.

2. Относительное рассеяние энергии в материале находится в линейной зависимости от величины напряжения и увеличивается с увеличением напряжения.

3. Зависимость логарифмического декремента колебаний от напряжения в данном напряженном элементе при поперечном изгибе на основании опыта может быть выражена линейной зависимостью

$$\delta_0 = 0,001168\sigma, \text{ где } \sigma - \text{напряжение в кг/мм}^2.$$

4. Рассеяние энергии на краю сечения в 4 раза больше среднего рассеяния по сечению образца, это значит, что величина логарифмического декремента на краю сечения в 1,33 раза больше его среднего значения по всему сечению.

Диапазон напряжений при которых исследовалось затухание колебаний (до 25 кг/мм²) позволяет практически использовать полученные результаты при изучении демпфирования конструкций и деталей машин. В частности это имеет большое значение в турбостроении, где вопросы демпфирования турбинных лопаток приобретают все большую актуальность.

Однако для лопаток турбин, объединенных в пакеты, доминирующее значение при демпфировании имеют не внутренние потери, а трение в сочленениях. Пакет представляет собой группу лопаток (5–7 шт.), скрепленных при помощи ленточного бандажа и нескольких проволоочных связей. Поэтому рассеяние энергии происходит не только за счет внутреннего трения, а в основном за счет внешнего трения в сочленениях пакета. Однако до начала 1940-х гг. основной характеристикой рассеяния энергии при вибрации пакетов принимали логарифмический декремент

колебаний материала, из которого изготовлены лопатки. При этом декремент считали постоянным и не зависящим от напряженного состояния, амплитуды и формы колебаний лопаток, в то время как рассеяние энергии при вибрации пакетов паровых турбин не является постоянной величиной, а зависит от амплитуды и конструктивных факторов [129, с. 43]. В связи с этим А. Д. Коваленко было проведено исследование демпфирования при вибрации пакетов лопаток паровых турбин. Результаты этого исследования докладывались на научной сессии Института строительной механики в феврале 1940 г. [17, ед. хр. 66, л. 7–10], на совещании по динамической прочности деталей машин в мае 1941 г. [157], а также приведены в отчете по теме за 1940 г. [129].

Исследования проводились на первой собственной частоте для невращающихся пакетов, составленных из длинных лопаток. Изучалась зависимость рассеяния энергии от амплитуды прогиба и конструктивных факторов.

Испытаниям подвергались пакеты лопаток 17-й ступени турбины мощностью 6000 кВт в условиях реального закрепления на колесе. Исследуемые пакеты состояли из семи лопаток постоянного сечения длиной 187,2 мм, связанных между собой бандажной лентой и проволокой [157, с. 53]. При этом использовалась фотозапись кривых затухания колебаний, а также определялось динамическое усиление на режиме вынужденных колебаний, возбуждаемых механическим вибратором.

Для изучения влияния бандаж и проволоки сначала исследования проводились для полноценного пакета, затем проволока вырезалась, и исследовался пакет с одним бандажом, после чего удалялся также и бандаж, и испытывалась отдельная лопатка.

Для установления вида функциональной зависимости между относительным рассеянием энергии и амплитудой прогиба вычислялось среднее значение логарифмического декремента колебаний δ и среднее относительное рассеяние энергии

$$\psi = 2 \delta . \quad (3.13)$$

В результате проведенных экспериментов Коваленко установил долю каждого элемента пакета лопаток в общем рассеянии энергии. Результаты этого исследования приведены в табл. 3.1 [157, с. 62].

В пределах изменения амплитуды прогиба от 0,2 до 0,7 мм, что соответствует напряжению изгиба от 350 до 1700 кг/см² на основании опыта получены следующие линеаризованные зависимости для относительного рассеяния энергии:

- 1) для пакета с бандажом и проволокой $\psi = 0,078 + 0,06a$;
- 2) для пакета с бандажом $\psi = 0,084 + 0,08a$;
- 3) для единичной лопатки $\psi = 0,005 + 0,03a$.

Здесь a – амплитуда прогиба в мм [129, с. 43].

Величина относительного рассеяния энергии в единичной лопатке приближается к соответствующему значению ψ , найденному при исследовании образцов из стали, применяемой для изготовления лопаток паровых турбин. Следовательно, рассеяние энергии в единичной лопатке происходит в основном за счет внутреннего трения.

Рассеяние энергии в пакете с бандажом обусловлено главным образом внешним трением в месте заклепочного сочленения лопаток с бандажом (до 85 %).

Таблица 3.1

Относительное рассеяние энергии при колебаниях
пакетов лопаток паровой турбины

Наименование необратимых потерь	Единичная лопатка		Лопатка в пакете			
			с бандажом		с бандажом и проволокой	
Внутреннее трение в металле и трение в заделке лопатки	0,0185	100 %	0,015	12 %	0,013	12 %
Трение в месте крепления бандаж к лопатке	–	–	0,105	88 %	0,055	53 %
Трение в месте крепления проволоки к лопатке	–	–	–	–	0,037	35 %
Всего	0,0185	100 %		100 %	0,105	100 %

Вычисленный из энергетического баланса коэффициент внешнего трения $\mu = 0,101 + 0,064a$ оказался по своему значению близок к коэффициенту скользящего трения сухих металлических поверхностей.

Работа сил трения в месте крепления бандажа при одной и той же амплитуде прогиба зависит также от угла поворота упругой линии и изгибающего момента лопатки. Следовательно, добавочная связь (проволока), уменьшая угол поворота упругой линии и изгибающий момент в месте крепления бандажа, одновременно вызывает уменьшение по абсолютной величине работы сил трения в заклепочном соединении бандажа. Таким образом, в пакете с бандажом и проволокой относительное рассеяние энергии может стать меньше, чем в пакете с одним бандажом. Тем не менее, и в этом случае основная часть рассеяния энергии (80%) получается за счет трения в местах крепления связей.

Важнейшим оказался вывод о том, применение специальных марок стали с большей способностью к рассеянию энергии для изготовления пакетов лопаток паровых турбин практического значения не имеет, так как рассеяние энергии в пакетах главным образом определяется конструктивными факторами – числом, жесткостью крепления и конструкцией связей [129, с. 44]. Позже Г. С. Писаренко подтвердил результаты, полученные Анатолием Дмитриевичем в 1940 г. [261, с. 227].

Результаты экспериментов лаборатории завода Вестингауз (1940), проведенные применительно к коротким лопаткам первых ступеней (с частотой колебаний около 2500 Гц), привели к противоположным выводам: решающее значение имеет внутреннее трение металла и именно оно должно приниматься в расчет при проектировании. Однако последнее утверждение не противоречит результатам, полученным А. Д. Коваленко для длинных лопаток, поскольку короткая лопатка значительно жестче и влияние бандажа сказывается на ней в меньшей степени [157, с. 61–62].

В годовом отчете о научной деятельности института за 1940 г. отмечается, что по работе «Исследование прочности пакетов турболопаток в связи с демпфированием и усталостью стали» получена

возможность уточнить расчет динамических напряжений, возникающих при вибрации лопаток, обеспечить этим более надежную их работу, что представляет практический интерес для турбостроительных заводов [17, ед. хр. 65, л. 5]. Однако важнейшие для турбостроения исследования ученых Института строительной механики были прерваны войной.

Г. С. Писаренко вернулся к проблеме рассеяния энергии в материале при циклических нагрузках только в 1945 г. При этом он обратился к более точным зависимостям внутреннего сопротивления. Как показали многочисленные исследования, действие этого сопротивления выражается в так называемых *гистерезисных потерях* энергии деформации, т.е. оно носит неупругий характер. В связи с этим была принята гипотеза зависимости рассеяния энергии в материале от величины напряжения. В соответствии с ней при составлении уравнения колебаний необходимо вводить в рассмотрение *петлю гистерезиса*, ограниченную двумя полными кривыми, соответствующими нагрузке и разгрузке. В местах сопряжения этих кривых наблюдается резкий излом петли, отчего ее форма не поддается описанию с помощью уравнения гладкой кривой. Тогда контур петли гистерезиса представляется двумя уравнениями, одно из которых относится к восходящей кривой, а другое к нисходящей. В местах же сопряжения ветвей должны удовлетворяться граничные условия. В соответствии с этим, колебания системы с рассеиванием энергии описывается не одним, а двумя уравнениями. Для большинства материалов, применяемых в машиностроении, ветви петли гистерезиса мало отклоняются от прямой, характеризующей закон Гука. Таким образом, задача о колебаниях с учетом рассеяния энергии в материале относится к разряду слабонелинейных. На рис. 3.2 представлена типичная характеристика зависимости напряжения от деформации (петля гистерезиса).

Аналитическое описание петли гистерезиса при одномерном напряженном состоянии впервые предложено академиком АН УССР Н. Н. Давиденковым в статье [94], опубликованной в 1938 г. Для симметричного цикла ($\varepsilon_{cr} = 0$) в предположении степенной зависимости модуля упругости от амплитуды деформации оно имеет вид

$$\ddot{\sigma}(\varepsilon) = E \left\{ \varepsilon \mp \frac{v_n}{n} \left[(\varepsilon_0 \pm \varepsilon)^n - 2^{n-1} \varepsilon_0^n \right] \right\}.$$

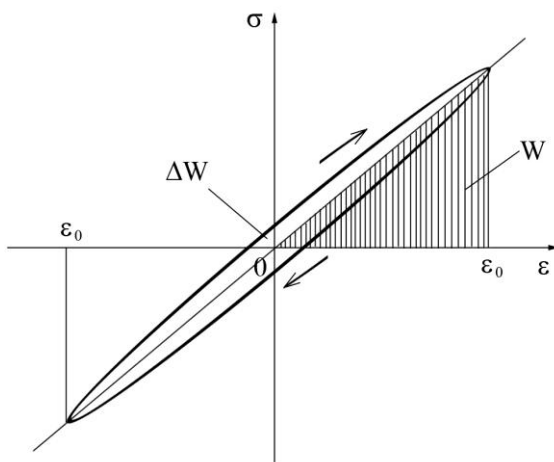


Рис. 3.2 Петля гистерезиса

Однако применение полученной зависимости для анализа вынужденных колебаний упиралось в отсутствие соответствующего расчетного аппарата. Кроме того, что зависимость сопротивления от деформации нелинейна, она еще представляется и разными функциями для процессов нагружения и разгрузки. В той же статье Давиденков высказал сомнение о возможности математического решения проблемы колебаний механических систем с учетом рассеяния энергии в материале [94]. Именно это заявление и привлекло внимание Георгия Степановича к аналитическому решению проблемы внутреннего сопротивления [260, с. 68]. Он обратился за консультацией к одному из основателей нелинейной механики — Н. Н. Боголюбову, и вместе с ним пришел к выводу о возможности решения этой проблемы асимптотическими методами, основанными на разложении по степеням малого параметра. Этот подход для решения задачи, относящейся к классу слабо нелинейных, оказался весьма

эффективным. Существенным является и тот факт, что малый параметр в уравнении имеет определенный физический смысл. Проведенный анализ показал, что для получения необходимой точности при определении частоты и темпа затухания свободных колебаний, а также для определения амплитуд резонансных колебаний достаточно при решении задачи ограничиться первым приближением. Это обстоятельство облегчает практическое использование метода [268, с. 813].

Кроме теоретической части, работа Писаренко включала и экспериментальные исследования. Для этой цели Георгий Степанович создал ряд оригинальных виброустановок с остроумными принципами работы. Эти установки позволили провести исследования демпфирующих свойств материалов при «чистых» видах деформации и при различных температурных условиях [261, с. 220–235]. С ее помощью были проведены эксперименты, подтвердившие правильность теоретических выводов. В результате Г. С. Писаренко были получены фундаментальные результаты по вопросу, необходимость разрешения которого давно назрела.

29 июня 1948 г. Г. С. Писаренко успешно защитил докторскую диссертацию на тему «Вынужденные колебания упругих систем с учетом рассеяния энергии в материале» [259]. Официальными оппонентами были академик АН УССР Н. Н. Давиденков, а также Н. Н. Боголюбов и Г. Н. Савин, которые через месяц тоже были избраны академиками АН УССР [260, с. 74]. Один из них – Н. Н. Давиденков в официальном отзыве оппонента отмечал: «Диссертант не ограничился решением задачи для простейшей системы с одной степенью свободы и однородным напряженным состоянием..., но и подробно разработал технически более важный и много более сложный случай изгиба консольного бруса и даже распространил этот случай на брусья переменного сечения, что имеет еще большее практическое значение» [260, с. 74–75]. В 1955 г. АН УССР выпустила монографию Г. С. Писаренко «Колебания упругих систем с учетом рассеяния энергии в материале» [261]. Таким образом, Г. С. Писаренко впервые были созданы теоретические основы для исследования колебаний упругих тел с учетом несовершенной упругости материала [268, с. 812]. Его работа заложила основы нового направления в теории

колебаний, в результате развития которого образовалась научная школа, основанная Георгием Степановичем.

15 сентября 1951 г. Г. С. Писаренко перевели в Институт черной металлургии АН УССР в качестве руководителя отдела прочности, который еще предстояло организовать [260, с. 77–78]. Отдел был организован в рамках Лаборатории металлокерамики и специальных сплавов, преобразованной в институт в 1955 г. (с 1964 г. Институт проблем материаловедения АН УССР). Концентрируя внимание на исследованиях высокотемпературной прочности металлокерамических сплавов, Георгий Степанович не прекращал исследований по колебаниям механических систем с учетом рассеяния энергии [260, с. 80]. Об этом свидетельствует, например, госбюджетная тема «Исследование колебаний упругих систем с учетом рассеяния энергии», отчет по которой сохранился в отделе колебаний неконсервативных механических систем ИПП, возглавлявшимся Г. С. Писаренко [133].

Эпоха НТР поставила перед теорией колебаний целый ряд новых проблем. Появился обширный класс машин, при работе которых из-за плотных спектров собственных частот и частот возбуждения избавиться от резонансов в их рабочем диапазоне стало невозможно. Стремление прогнозировать динамическое поведение машины на этапе ее проектирования потребовало более точного учета демпфирования при расчетах колебаний.

В 1966 г. на базе сектора прочности Института проблем материаловедения по инициативе Георгия Степановича был создан Институт проблем прочности АН УССР, который ныне носит имя своего основателя – Г. С. Писаренко [268, с. 11]. Он был бессменным директором института более 20 лет, а с 1988 г. до последнего дня жизни – почетным директором. В ИПП под руководством Писаренко был создан отдел колебаний неконсервативных механических систем, основным направлением которого стало исследование влияния рассеяния энергии в материале на колебания механических систем с учетом воздействия других факторов, таких как температура, ударные нагрузки, различные конструктивные, технологические и эксплуатационные особенности.

Одна из первых больших работ отдела, выполнявшаяся в начале 1970-х гг., была посвящена моделированию демпфирования и исследованию его влияния на колебания рабочих лопаток турбомашин применительно к реальным условиям их эксплуатации [130; 273]. Исследования Писаренко и его учеников помогли создать мощные высоконадежные энергетические блоки (котел – турбина – генератор – трансформатор) с давлением пара 240 атм. и температурой 540–560 С°, которые нашли применение на крупных электростанциях.

Важнейшим направлением деятельности отдела стало также изучение влияния температурного фактора на демпфирующую способность конструкционных материалов, что очень важно как для районов крайнего севера с низкой климатической температурой, так и для деталей, эксплуатирующихся в условиях очень высоких температур. Этому вопросу также посвящена одна из первых госбюджетных работ ИПП [131].

Ученики и последователи Г. С. Писаренко в дальнейшем развивали направление, открытое Георгием Степановичем, широко используя асимптотический подход при расчетах колебаний всевозможных упругих систем при разнообразном описании неупругого сопротивления материала и разных видах деформирования [268, с. 810]. Результаты исследований были опубликованы Г. С. Писаренко и его учениками в десяти монографиях, одна из которых была переведена на английский язык и издана в США в 1962 г. [268, с. 13; 380]. Представители школы в течение 30 лет защитили в данном направлении шесть докторских и свыше 50 кандидатских диссертаций [260, с. 74]. Подробно деятельность этой школы освещена в разделе 8 «Колебания неконсервативных механических систем» коллективной монографии, выпущенной в ИПП и посвященной 95-летию со дня рождения основателя школы и института – Г. С. Писаренко [268, с. 809–916]. В этой книге обобщены исследования, выполненные в ИПП НАН Украины, с момента его основания и приведена обширная библиография, посвященная этой теме.

3.5. Развитие Харьковской школы теории колебаний.

Задачи динамики и прочности в турбостроении

Как уже отмечалось, появление паровых, а впоследствии и газовых турбин значительно расширило спектр задач прикладной механики. Турбина один из основных двигателей, применяемых на электростанциях, а также в морском и воздушном транспорте и представляет собой уникальное произведение инженерной мысли. Турбины являются богатейшим источником научных проблем. Это не только задачи, связанные с тепловыми процессами, но и задачи теории упругости, теории пластичности и ползучести, теории автоматического регулирования, а также теории колебаний. Развитие прикладной механики и турбостроения взаимосвязанные процессы. Именно турбомашин были на протяжении всего XX века одним из основных объектов для этой отрасли науки.

В России, а позже в СССР до конца 20-х гг., несмотря на высокий уровень развития прикладной математики и механики, вопросам динамики и прочности в турбостроении внимания совершенно не уделялось. Это было связано с тем, что в Российской империи строительство паровых турбин стало развиваться лишь в начале XX века. При этом строились турбины только по лицензиям западных фирм. На Металлическом заводе в Петербурге – стационарные системы Рато, а судовые для линейных кораблей и линейных крейсеров системы Парсонса Балтийским, Франко-русским и Николаевским судостроительными заводами, а для эскадренных миноносцев и легких крейсеров по типу Всеобщей компании электричества Металлическим заводом, заводом Беккер в Риге и Судостроительным в Ревеле (Таллин) [270, с. 340–341; 346].

В годы Гражданской войны производство турбин в СССР полностью прекратилось. Возрождение началось в 1923 г., когда в Ленинграде на Металлическом заводе им. Сталина была построена турбина мощностью в 2 000 кВт. До начала первой пятилетки (1928 г.) производство турбин было полностью восстановлено, даже с некоторыми улучшениями. В 1931 г. Металлический завод начал производство турбин мощностью 50 000 кВт при 1 500 об/мин. Кроме того, на Кировском (бывший Путиловский) заводе выпускались турбины ограниченной мощности (до 12 000 кВт).

Кроме ленинградских заводов крупное турбостроение было начато в Харькове, который за годы индустриализации стал одним из важнейших центров машиностроения. В городе был построен турбогенераторный завод (ХТГЗ) (ныне ОАО «Турбоатом»). Решением СНК СССР от 24 января 1934 г. первая очередь завода была зачислена в строй действующих. Это был величайший в мире завод турбогенераторостроения, он строился по проекту американской фирмы «Дженерал Электрик» и был предназначен для выпуска сверхмощных турбогенераторов в 50, 100 и 200 тысяч киловатт [348, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 6472, л. 31, 34].

Поскольку на первом этапе развития паротурбиностроения в СССР выпускались уже отлаженные турбины по лицензиям иностранных фирм, основными задачами стали вопросы прочности фундаментов под турбоагрегаты. Именно эти задачи стали первыми для видного украинского ученого, выпускника ХТИ А. П. Филиппова. Уже в 1932 г., впервые в стране, он создает инструкцию по расчету фундаментов под турбоагрегаты [328]. В 1940–1941 гг. под руководством Анатолия Петровича в Харьковском отделении Теплоэлектропроекта была создана инструкция по расчету на колебания строительных конструкций главных корпусов теплоэлектроцентралей, которая до 1956 года была единственным нормативным документом в этой области [5, с. 5]. Работы А. П. Филиппова с самого начала его научной деятельности отличаются широким использованием математических методов и высоким научным уровнем. В довоенный период вышли в свет четыре монографии ученого, посвященные колебаниям перекрытий и рамных каркасов, в том числе и предназначенных под турбоагрегаты. Полный список трудов академика А. П. Филиппова приведен в его биобиблиографическом указателе [5, с. 13–28].

В годы Великой Отечественной войны оккупанты разрушили все промышленные предприятия, энергетика Украины перестала существовать. Из всех отраслей промышленности наибольший ущерб был нанесен турбостроению. Основные заводы, выпускавшие турбины в Ленинграде, Харькове и Таганроге, были эвакуированы на Восток, где они в основном производили вооружение. Турбинное производство составляло лишь 10 процентов довоенной мощности, что не могло обеспечить острые потребности страны ни в энергетических машинах, ни в запасных частях к ним.



Анатолий Петрович Филиппов

(1899 – 1978)

Выдающийся ученый в области механики, профессор, доктор технических наук, академик АН СССР (1967), заведовал кафедрой динамики и прочности машин ХПИ с 1948 по 1960 гг. Окончил ХТИ (1920) и в 1922 г. Харьковский институт народного образования (университет). В 1922 г. Анатолий Петрович был зачислен аспирантом кафедры гидравлики и авиации ХТИ, которой заведовал академик Г. Ф. Проскура а затем обучался в аспирантуре в Украинском институте математики у академика С. Н. Бернштейна. А. П. Филиппов создал научное направление, связанное с оценкой прочности элементов современных конструкций в условиях интенсивных нагрузок, в том числе и динамических, при учете высокотемпературных полей и воздействия среды. Десятки молодых ученых под руководством А. П. Филиппова защитили кандидатские диссертации, среди его учеников академик НАН Украины А. Н. Подгорный, доктора технических наук: С. И. Богомолов, А. В. Бурлаков, Ю. С. Воробьев, Е. Г. Голоскоков, В. Б. Гринев, Б. Я. Кантор, С. С. Кохманюк, В. П. Ольшанский, Н. Г. Шульженко и Е. Г. Янютин [60].

Для восстановления электростанций на освобожденной от фашистов территории срочно нужны были не только запасные части, но и новые турбины, и генераторы. Не дожидаясь окончания войны, правительство СССР принимает меры по восстановлению народного хозяйства, и в первую очередь энергетики.

Несмотря на нехватку квалифицированных рабочих и инженерных кадров уже в 1944 г. в Харькове на ХТГЗ началась активная работа по восстановлению технологических циклов производства. Это имело колоссальное значение для восстановления энергетики всей страны. Для города Харькова на ХТГЗ было восстановлено и укомплектовано четыре турбины общей мощностью 68 тыс. киловатт; две турбины мощностью 22 тыс. кВт для Киева, а также смонтированы турбины для Севастополя, Калуги и Штеровской ГРЭС. Выдающимся достижением коллектива завода в 1945 г. был выпуск по заданию Государственного Комитета

Обороны турбин мощностью 50 и 100 тыс. кВт для Зуевской электростанции в Донбассе. 100-тысячная турбина была изготовлена за короткий срок - 8 месяцев. В середине 1946 года на Зуевской электростанции была сдана в эксплуатацию еще одна изготовленная коллективом завода турбина мощностью 100 тыс. кВт. Длина этой турбины 12 метров, высота 8,5 метров, ширина 8 метров, общий вес ее 485 тонн, потребность пара 450 тонн в час. Для этого нужно сжигать в сутки 70 вагонов угля. В мире было лишь несколько таких исполинских турбин. Но самое главное в том, что эта турбина была изготовлена быстрее менее мощных турбин, выпускавшихся ранее.

С 1948 года турбостроители переходили на производство турбин высокого давления мощностью 50 и 100 тыс. кВт. Новые конструкции машин по своей экономичности и надежности были на уровне современного турбостроения и предопределяли линию технического развития завода на ближайшие 10–12 лет. Уже в первом полугодии 1948 г. на ХТГЗ была выпущена турбина высокого давления ВР-25 мощностью 25 тыс. кВт, а в сентябре турбина АК-50 (50 тыс. кВт) [348, ф. 1, оп. 23, ед. хр. 5125, л. 206].

Для научного обеспечения восстановления и развития турбостроения в системе Академии наук УССР были созданы целевые научные организации. Среди них Лаборатория проблем быстроходных машин и механизмов, которая начала свою деятельность как самостоятельное научно-исследовательское учреждение с 1 октября 1944 г. в Киеве на основании Постановления Совета Министров УССР № 810 от 17 июля 1944 г. Руководил Лабораторией академик Г. Ф. Проскура.

По ходатайству Президиума АН УССР Совет Министров УССР своим постановлением № 613 от 19 апреля 1948 г. разрешил Академии наук УССР перевести Лабораторию проблем быстроходных машин и механизмов из Киева в Харьков и объединить с ней Харьковский филиал Института теплотехники АН УССР. По новому штатному расписанию в состав Лаборатории входил отдел динамики и прочности деталей турбомашин, которым руководил А. П. Филиппов, избранный в 1945 г. членом-корреспондентом АН УССР [18, оп. 3, ед. хр. 319, л. 132].

Переезд Лаборатории в Харьков активизировал ее сотрудничество с ведущим турбостроительным заводом СССР – ХТГЗ. Об этом свидетельствует тематика научно-исследовательских работ лаборатории, в том числе и в области динамики и прочности машин. Вот темы некоторых отчетов по НИР, выполненных в конце 40-х – начале 50-х гг. XX века отделом динамики и прочности под руководством А. П. Филиппова и сохранившихся в архиве правопреемника Лаборатории - Института проблем машиностроения (ИПМаш) НАН Украины:

– «Исследование напряжений и деформаций в лопатках газовых турбин» за 1949 г. [18, оп. 2, ед. хр. 34].

– «Изучение работы лопаток с учетом связи с диском в условиях высоких температур» за 1950 г. [18, оп. 2, ед. хр. 63].

– «Изучение характера распределения напряжений в хвостовиках турбинных лопаток» и «Определение демпфирующей способности основных материалов, применяемых для турбинных лопаток» за 1951 г. [18, ед. хр. 94].

– «Изучение колебаний лопаток, изолированных и связанных в пакет и разработка методов расчета их» за 1952 г. [18, оп. 2, ед. хр. 130].

– «Изучение напряжений в лопатках турбомашин» Раздел 1: «Изучение характера напряжений в хвостовых соединениях лопаток паровых турбин» за 1952 г. [18, оп. 2, ед. хр. 132].

Успехи отдела были отражены в сводном отчете об итогах научно-исследовательской деятельности учреждений АН УССР 1946–1950 гг. В нем отмечено, что под руководством А. П. Филиппова «исследованы напряжения и деформации в лопатках турбин и разработаны методы расчетов основных деталей турбин» [348, ф. 1, оп. 24, ед. хр. 1095, л. 43].

Впоследствии эта лаборатория реорганизована в Лабораторию гидравлических машин АН УССР, которую с 1954 г. возглавил А. П. Филиппов. В соответствии с Постановлением Президиума АН УССР № 4 от 15 января 1964 г. на ее базе был создан филиал Института механики АН УССР. Основным направлением деятельности филиала стало комплексное исследование вопросов механики, связанные с процессами в тепловых и гидравлических машинах высоких параметров;

разработка методов расчета машин и механизмов с применением вычислительной техники [17, ед. хр. 859, л. 1].

В 1967 г. филиал был преобразован в филиал Института технической теплофизики АН УССР. На его базе в 1972 г. был создан Институт проблем машиностроения АН УССР. Директором нового института стал ученик А. П. Филиппова А. Н. Подгорный, а сам Анатолий Петрович стал руководить в нем отделом нестационарных механических процессов.

С переездом Лаборатории в Харьков также началось и ее сотрудничество с ХММИ. С 28 сентября 1948 г. руководитель отдела динамики и прочности деталей турбомашин А. П. Филиппов по совместительству становится заведующим кафедрой динамики и прочности машин (ДПМ). В 1948–1950 и 1955–1960-е гг. он работал заведующим кафедрой по совместительству, а в 1950–1955 гг. состоял в штате института [19, д. 54092, л. 1–49]. Затем он до 1967 г. работал профессором кафедры ДПМ по совместительству. С приходом Анатолия Петровича научная тематика кафедры в основном стала направляться на изучение проблем турбостроения [60].

Научная работа на Инженерно-физическом факультете еще более активизировалась, когда в 1957 г. в ХПИ была создана проблемная лаборатория по исследованию динамической прочности деталей машин. С самого начала Анатолий Петрович является ее научным руководителем. Там выполняется важнейшая научно-исследовательская тематика по исследованию прочности деталей машин в условиях высоких температур и больших оборотов. Проблемная лаборатория стала крупным научным коллективом института, объединяющим преподавателей и научных работников четырех его кафедр [18, оп. 3, ед. хр. 319, л. 126, 127].

Стремление к созданию мощных турбомашин минимального веса порождает сложные взаимосвязанные колебания различных узлов и конструктивных элементов, выдвигает на первый план ряд проблем их динамической прочности.

Большой вклад в исследование динамических процессов роторов турбогенераторов внес А. В. Дабагян. Работая над докторской диссертацией, Арег Вагаршакович бывал на крупных заводах Харькова, участвовал в правительственных комиссиях, анализировал причины аварий на

гидравлических и тепловых электростанциях. Его докторская диссертация на тему «Некоторые колебательные процессы в роторах турбо- и гидрогенераторных установок при несимметричных и асинхронных режимах работы генератора», подготовлена в 1959 г. и защищена в январе 1961 г. [93]. До этого изучение переходных и установившихся процессов рассматривалось отдельно в первичном двигателе (турбине), в электрической машине (генераторе) и, наконец, в высоковольтной цепи. При этом прочностные расчеты, механических элементов, в том числе и связанные с наступлением резонансных режимов, производились по приближенной схеме и не связывались с электрическими режимами. Однако аварии лопаток турбин могут быть вызваны электрическими процессами в генераторе или в электрической цепи. Поэтому Дабагян в своей работе рассматривает энергетическую установку как единый преобразователь различных видов энергии. Он исследовал колебания роторов турбо- и гидрогенераторных установок, вызванные неустановившимися процессами, имеющими место в генераторах. В механической части рассматривались крутильные колебания элементов ротора и связанные с ними тангенциальные колебания лопаток. Ротор представлялся в виде системы с конечным числом степеней свободы, равным числу сосредоточенных масс (диски, муфты, каппы, бочка). Лопатки замещались маятниками, имеющими по одной степени свободы. В энергетическом отношении каждый из маятников моделировал колебания лопатки рассматриваемого тона.

В результате Дабагяном разработана приближенная методика расчета колебаний ротора и установленного на нем лопаточного аппарата при различных электрических режимах: несимметричная нагрузка, асинхронный ход, мгновенный сброс. В работе исследованы также возникающие при этом механические напряжения.

Для уточнения расчета вынужденных колебаний ротора гидроагрегата было проанализировано влияние потока воды на его свободные и вынужденные колебания. В частности исследовалось влияние присоединенных масс воды и рассеивания энергии при обтекании профиля на вынужденные колебания ротора. С помощью формул, выведенных для расчета флаттера твердого крыла, были получены зависимости, позволяющие вычислить величину присоединенной массы воды и затухание, вызванное обтеканием лопастей гидротурбины.

Арег Вагаршакович Дабагян

(1920 – 2005)

Арег Вагаршакович Дабагян – известный ученый в области механики и теории управления, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрами «Автоматическое управление движением» и «Автоматизированные системы управления» ХПИ, заслуженный работник народного образования, почетный доктор НТУ «ХПИ» член международной федерации по автоматическому управлению и контролю от СССР, академик академии технической кибернетики, член редакционной коллегии и редакционного совета международного журнала «Engineering & automation».



Были также найдены условия, вызывающие при сбросе нагрузки в гидравлических турбинах обратный удар, связанный с нарушением сплошности колонны воды. Полученные формулы проверялись путем обработки результатов эксперимента, поставленного на ДГЭС имени В. И. Ленина. На основе полученной теории проанализированы причины аварии в одной из систем, где обратный удар вызвал повреждение агрегата [93, с. 267–268].

Появление авиационных газовых турбин и компрессоров а также переход в турбостроении к более высоким рабочим температурам, давлениям и окружным скоростям потребовал всестороннего развития теоретических и экспериментальных вибрационных явлений в дисках и лопатках турбомашин. Стремление создать конструкции возможно меньшей материалоемкости привело к созданию турбомашин с равнопрочными узлами и деталями. В результате частотные характеристики отдельных конструктивных элементов оказались одного порядка. Это, в свою очередь, привело к сильной взаимосвязанности колебаний. В частности, одной из важных и интересных проблем динамической прочности роторов турбомашин стала проблема совместных колебаний рабочих лопаток и дисков.

Именно этой проблеме была посвящена кандидатская диссертация выпускника ХПИ по специальности ДПМ С. И. Богомолова. В своей работе он рассмотрел изгибные колебания диска постоянной толщины

совместно с лопатками, центр кручения и центр тяжести поперечного сечения которых совпадают [44].



Сергей Иванович Богомолов

(1921 – 1999)

Известный ученый в области теоретической и прикладной механики, профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой динамики и прочности машин ХПИ в 1960 - 1992 гг. Основные работы посвящены проблемам колебаний лопаточных аппаратов турбомашин. Лауреат Государственной премии Украинской ССР (1984) в области науки и техники, а также лауреат Государственной премии Украины (1997) за разработку теоретических основ автоматизированного оптимального проектирования машин, конструкций и приборов.

Начав с частной задачи, Сергей Иванович продолжил исследования в этом направлении и в 1969 г. защитил докторскую диссертацию на тему: «Колебания дисков турбомашин» [45]. Проведя цикл экспериментальных исследований на специальных модельных дисках, он показал, что достаточно полное теоретическое представление о динамических свойствах системы диск – лопатки можно получить только на основе совместного решения дифференциальных уравнений, описывающих изгибные колебания дисков и изгибно-крутильные колебания рабочих лопаток. Такой подход позволяет определить динамические свойства облопаченных дисков в широком диапазоне частот и выявить особенности взаимодействия рабочих лопаток и диска при совместных колебаниях.

Кроме того, в работе выполнен большой объем экспериментальных и теоретических исследований динамических свойств круглых пластин и дисков турбомашин в условиях неравномерного осесимметричного нагрева. С этой целью был создан комплекс экспериментальных установок для исследования динамических характеристик круглых пластин, рабочих лопаток и дисков турбомашин, в частности разработана конструкция и создана мощная установка для исследования колебаний невращающихся дисков и рабочих лопаток при высоких температурах. В ре-

зультате были определены закономерности динамических свойств дисков при высоких температурах. Показано, что частоты изгибных колебаний дисков зависят, главным образом, от величины теплоперепада, определяемой разностью температур периферийной и центральной частей диска.

Основной трудностью исследований совместных колебаний дисков и лопаток было то, что конструктивные особенности рабочих колес турбомашин не позволяли применить существовавшие методы численного решения дифференциальных уравнений даже с помощью ЭВМ. Поэтому коллективом сотрудников кафедры ДПМ ХПИ в составе С. И. Богомолова, А. М. Журавлевой и О. К. Сливы был разработан единый подход к решению задач о колебаниях сложных механических систем, основанный на матричном методе исследования колебаний, позволявшим наилучшим способом использовать ограниченные ресурсы ЭВМ того времени.

Основная идея авторов заключалась в том, что при получении уравнений колебаний в рассматриваемой конструкции выделялись типовые элементы, связанные в единую систему. Так для турбомашин облопаченный диск рассматривается как совокупность простых конструктивных элементов: круглые пластины переменной толщины, естественные закрученные стержни, оболочки вращения или их части, участки вала и круговые кольца – кривые брусья. После построения матричных уравнений указанных элементов, с учетом их расположения в конструкции и условий сопряжения, можно получить матричное уравнение для всей модели. Решение уравнений проводилось методом начальных параметров в матричной форме. Собственные частоты определялись методом проб.

В кандидатской диссертации А. М. Журавлевой [115], выполненной под руководством С. И. Богомолова, разработан метод исследования совместных колебаний конструктивных элементов ротора барабанно-дискового типа, представляющего собой систему тонких облопаченных дисков, связанных в пакет конической или цилиндрической оболочкой вращения. Проблема возникла в связи с тем, что жесткость оболочек соизмерима с жесткостью тонких и гибких дисков.

Для исследования использовался матричный метод, при этом матричное уравнение колебаний подкрепляющих оболочек получалось с помощью основных дифференциальных уравнений изгиба оболочек в рамках теории Кирхгофа – Лява [115, с. 46–65]. Программа, реализован-

ная на ЭЦВМ М-20, предусматривала возможность исследования динамических характеристик дисков, у которых может варьироваться положение подкрепляющих оболочек, а также характер граничных условий на внутреннем контуре диска и торцах подкрепляющих оболочек.

Вторым в работе был метод расчета совместных колебаний системы «упругие опоры – вал – диски – рабочие лопатки» и критических скоростей многоопорных роторов на податливых упругих опорах с учетом упруго-инерционных свойств гибких прецессирующих облопаченных дисков.

На основе разработанных методов были выполнены теоретические исследования совместных колебаний, возникающих в роторах авиационных газотурбинных двигателей [115, с. 173].

Позже С. И. Богомоловым и А. М. Журавлевой были написаны две монографии, посвященные колебаниям сложных механических систем, описывающих колебания в паровых и газовых турбинах [43; 46].

В работе О. К. Сливы [291] разработан общий метод сосредоточенных параметров и с его помощью проведено исследование изгибно-крутильных колебаний, как отдельных лопаток, так и их пакетов. При реализации этого метода последовательно решаются две задачи: построение дискретных математических моделей диска и рабочих лопаток, динамически эквивалентных исходным системам, и нахождение динамических характеристик (частот и форм колебаний) дискретной модели облопаченного диска. Рассмотрены различные способы размещения замещающих масс дискретных моделей. Метод применен к расчету собственных частот и форм изгибно-крутильных колебаний лопаток турбомашин на основе прикладной теории закрученных стержней удлиненного профиля Б. Ф. Шорра. При этом учитывается несовпадение центров тяжести и центров изгиба сечений лопатки. Предложен метод построения узловых линий лопатки по результатам ее расчета на основе стержневой теории. Получено хорошее совпадение результатов расчета с данными экспериментов. Представление в матричном виде этих простейших конструктивных элементов позволяет сравнительно просто описать напряженно-деформированное состояние колеблющегося диска как единой сложной динамической системы. Алгоритм расчета основан на широком применении аппарата матриц, позволяет использовать стандартные программы матричной алгебры и обладает хорошей цикличностью счета.

Это дало возможность разработать ряд достаточно общих программ для ЭЦВМ М-20, которые хорошо себя зарекомендовали.

В результате разработана методика построения дискретных моделей рабочих лопаток и диска, упругие свойства которых практически не отличаются от упругих свойств исходных систем. Этот метод позволяет определять частоты и формы колебаний облопаченных и необлопаченных дисков с учетом различных факторов, а также условий работы (различных режимов вращения ротора или же неравномерного осесимметричного нагрева дисков). Метод сосредоточенных параметров обобщен и распространен на исследование колебаний дисков сложных конструктивных форм. Получены матричные уравнения колебаний облопаченных дисков с жесткими и упругими промежуточными кольцевыми опорами. Выведены основные зависимости для теоретического исследования колебаний дисков с развитым ободом, втулкой или же кольцевыми ребрами жесткости [290; 291].

Развитие вычислительной техники и внедрение более мощных ЭВМ позволило широко применять метод конечных элементов. С его помощью ученые кафедры ДПМ рассматривали многие задачи, связанные с колебаниями не только лопаточного аппарата турбин, но и их корпусов, и трубопроводов. Под руководством С. И. Богомолова работали и защитили кандидатские диссертации В. Н. Грищенко, Б. С. Лукин, В. Л. Хавин, В. А. Жовдак, В. А. Дмитренко, С. К. Шелковый, С. П. Иглин, Е. П. Петров и др. Подробный анализ исследований в области колебаний турбомашин, проведенных на кафедре ДПМ, дан в очерке профессора В. А. Жовдака [240, с. 195–217].

В Институте проблем машиностроения исследования в области колебаний турбомашин возглавил ученик А. П. Филиппова Юрий Сергеевич Воробьев. В 1978 г. он защитил докторскую диссертацию на тему «Исследование колебаний рабочего лопаточного аппарата турбомашин» [366, с. 7]. В ней была решена практически важная проблема исследования колебаний лопаточного аппарата турбомашин (лопатки, пакеты лопаток и рабочие колеса), представляющая большой интерес и для развития теории колебаний сложных механических систем. Результаты исследований и методы расчетов, разработанные на основе созданной Ю. С. Воробьевым теории закрученных стержней, широко использовались на турбострои-

тельных предприятиях СССР и за рубежом (фирма «Шкода», ЧССР). В 1983 году Ю. С. Воробьевым совместно с известным московским ученым Б. Ф. Шорром была написана монография «Теория закрученных стержней» [62], где обобщены все исследования по данному вопросу.

Ю. С. Воробьев стал преемником Анатолия Петровича на посту руководителя отдела нестационарных механических процессов ИПМаш, которым до своей кончины в 1978 г. руководил Филиппов. Он является автором нескольких монографий, в которых рассматриваются вопросы колебаний в турбинах. Работы Юрия Сергеевича имеют большое прикладное значение, в них развиты уточненные математические модели лопаточного аппарата турбомашин, в том числе и трехмерные модели лопаток с охлаждающими полостями, установлены области применимости различных математических моделей лопаточного аппарата. Им вместе с учениками создан комплекс эффективных методов расчета колебаний системы диск – лопатки – межлопаточные связи с учетом воздействия потока рабочего тела; предложен метод оптимального синтеза параметров облопачивания турбомашин с заданными вибрационными свойствами при конструктивных и технологических ограничениях. Под руководством Ю. С. Воробьева исследованы колебания многопролетных роторов турбомашин и системы турбоагрегат – фундамент – основание. Список трудов профессора Ю. С. Воробьева приведен в библиографическом указателе [366, с. 15–57].

3.6. Численные методы расчетов и применение ЭВМ

Как уже было показано, решение задач теории колебаний в замкнутом (аналитическом) виде возможно только в простейших случаях, в частности для линейной системы с двумя – тремя степенями свободы или для нелинейных систем с одной степенью свободы при частных видах нелинейности. При рассмотрении континуальной системы аналитическое решение существует только для тел геометрически правильной формой и при линейной постановке задачи. Таким образом, важнейшее место в теории механических колебаний занимают численные методы расчетов. Однако до широкого внедрения вычислительной техники возможности исследователей ограничивались дискретными системами небольшой размерности или такими континуальными системами, для которых

существовали аналитические решения, что существенно ограничивали применение теории колебаний при расчетах реальных механических систем. В связи с этим теория колебаний являлась одним из основных стимулов для развития численных методов анализа.

Раздел математики, имеющий дело с созданием и обоснованием численных алгоритмов для решения задач различных областей науки, называется прикладной математикой. Ее основное отличие от классической – «чистой» математики в том, что она занимается не условием существования и свойствами решений, а нахождением решений с достаточной для практики точностью. Профессор Московского университета Н. Н. Калиткин предлагает следующую периодизацию прикладной математики [146, с. 16–17].

I период – с 2-го тысячелетия до н.э. до конца XVII века связан с ведением хозяйственного учета, определением площадей и объемов, статическими и кинематическими расчетами простейших механизмов. Вычислительными средствами служили пальцы, счетные палочки, а позже счеты.

Начало **II периода** связано с творчеством Ньютона, создавшего в конце XVII века основы классической механики и высшей математики и современного естествознания в целом. Наиболее важные расчеты проводились в области механики, астрономии, геодезии. В качестве вычислительных средств служили различные таблицы элементарных и специальных функций, арифмометры, логарифмические линейки. Часто использовались графические методы решения алгебраических уравнений, вычисления интегралов, а также специальные графические методы решения задач механики. Скорость вычислений с применением всех этих средств была очень невелика, на них уходили недели, а порой и месяцы. В 1930-е гг. появились клавишные машины с электромотором, а также аналоговые средства решения дифференциальных уравнений движения.

Переход к **III периоду** связан с изобретением в 1940-е гг. электронных вычислительных машин, которое вывело человечество из информационного тупика, создало возможности для дальнейшего совершенствования техники, внедрения новых технологий, управляемых космических полетов и др. Проектирование и производство новых видов техники, таких как газотурбинные двигатели, реактивные самолеты,

баллистические ракеты, управление ядерной реакцией и космическими полетами возможно только с помощью мощных компьютеров.

Развитие вычислительной техники существенным образом повлияло на развитие теории колебаний и стимулировало ее дальнейшее развитие. Хотя скорость счета первых ЭВМ была всего порядка тысячи операций в секунду, она превосходила скорость ручного счета в тысячи раз, что позволило решать новые классы задач. Была решена проблема собственных значений и собственных векторов, что позволило определять собственные частоты и формы колебаний линейных дискретных систем большой размерности [318; 386]. Стало возможным также численно рассчитывать вынужденные колебания, численно интегрировать нелинейные дифференциальные уравнения, решать задачи механики сплошной среды, описываемые уравнениями в частных производных.

Быстрый рост памяти и быстродействия ЭВМ привели к ограничению применения аналитических методов и постепенному вытеснению «ручных» способов счета. Сначала для решения задач теории колебаний применялись численные методы, разработанные в предыдущем периоде, которые оказались пригодными для программирования на ЭВМ. Постепенно все эти методы вытесняются более общими, хотя и более трудоемкими по количеству операций.

Внедрение в научную и инженерную практику расчетов на ЭВМ стимулировало дальнейшее развитие теории механических колебаний. Раньше практические задачи ограничивались либо расчетами свободных и вынужденных колебаний линейных систем небольшой размерности, а для нелинейных систем и переходных режимов, зачастую рассматривались системы только с одной степенью свободы. Что касается континуальных систем, то, поскольку аналитическое решение возможно только для некоторых тел геометрически правильной формы, то и в этой области возможности исследователей были очень сильно ограничены.

ЭВМ не только открыли новые возможности для применения уже существующих численных методов, но и вызвали появление их новых разновидностей. На первом этапе расчеты с применением ЭЦВМ проводились с помощью методов, разработанных для ручного счета. Среди них

наибольшее распространение получили *метод начальных параметров* и *метод динамических жесткостей (или податливостей)*.

В методе начальных параметров, предложенном А. Н. Крыловым в работе [167], кинематические и силовые параметры на одной границе системы выражаются через аналогичские параметры на другой границе. Эти зависимости имеют вид системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{X}_N = \mathbf{A}(k) \mathbf{X}_0, \quad (3.14)$$

где \mathbf{X} – вектор столбец начальных параметров, $\mathbf{A}(k)$ – матрица перехода, зависящая от собственной частоты системы k . Параметры выбираются так, чтобы часть компонентов вектора столбца на конце системы \mathbf{X}_N обращалась в нуль. Система разбивается на участки, для которых легко строятся матрицы перехода \mathbf{A}_k . Тогда матрица перехода всей системы

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_N \cdot \mathbf{A}_{N-1} \cdots \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1. \quad (3.15)$$

В случае дискретной системы матрица перехода строится очень легко, этот частный случай метода – метод остатка предложен М. Толле в 1921 г. (см. с. 106).

При определении собственных частот и форм частотное уравнение получается из условия нетривиальности

$$|\mathbf{A}^0(k)| = 0, \quad (3.16)$$

где \mathbf{A}^0 – матрица однородной системы.

Частотное уравнение (3.16) решается методом подбора, начиная с пробного значения собственной частоты. При этом вычисление левой части при частотах, близких к собственным, сопряжено с потерей точности ввиду вычисления малых разностей больших величин. Это сказывается при определении форм колебаний.

При расчете вынужденных колебаний рассматривается система с правой частью.

Метод динамических жесткостей основан на применении величины, характеризующей упруго-инерционное сопротивление

колебательной системы или ее части действующему усилию. Динамической жесткостью называется величина, равная отношению амплитуды усилия, возбуждающего гармонические колебания упругой системы к амплитуде перемещения точки приложения этого усилия. Этот метод представляет собой развитие метода цепных дробей, предложенного в 1930 г. В. П. Терских для расчета крутильных колебаний валопроводов (см. с. 107). Сам термин динамическая жесткость был введен в 1940 г. профессором Колумбийского университета (США) Мариусом Био в работе, посвященной связанным колебаниям коленчатых валов авиационных двигателей с гибким винтом [373].

Согласно этому методу система расчленяется на ряд звеньев, для которых определяются динамические жесткости. Условия сопряжения звеньев позволяют составить частотное уравнение всей системы. Для дискретной системы оно получается в виде цепной дроби (форма В. П. Терских). В отличие от метода начальных параметров, метод динамических жесткостей пригоден и для расчета разветвленных систем.

Указанные методы не потеряли своей актуальности и в наши дни.

Широкое применение с внедрением ЭЦВМ нашли также вариационные методы Ритца и Бубнова – Галеркина. Вариационные методы позволяют рассматривать самые сложные задачи динамики в наиболее общей постановке, как для нелинейных, так и для континуальных систем. Применение ЭВМ позволило использовать большее количество базисных функций. Однако при этом возникает вопрос не только о сходимости, но и об устойчивости метода. Неустойчивость, возникающая при неправильном подборе базисных функций, приводит к тому, что при большем их числе погрешность метода не уменьшается, а растет.

При рассмотрении переходных режимов и для исследования стационарных колебаний в нелинейных системах применяются методы непосредственного интегрирования уравнений движения. Среди них наибольшее распространение получил *метод Рунге – Кутты* [332, с. 18, 19]. Для его применения уравнения сводятся к системе вида

$$\frac{du_i}{dt} = f_i(t, u_1, u_2, \dots, u_s); \quad i = 1, 2, \dots, s, \quad (3.17)$$

с начальными условиями $u_i(t_0) = u_{i0}$, где $u_i(t)$ – неизвестные функции времени. В задачах динамики чаще применяется метод Рунге – Кутты в модификации Мерсона, позволяющий оценивать точность вычислений и автоматически выбирать шаг. Его недостатком является то, что на каждом новом шаге вычислений не используется информация о предыдущем поведении искомых функций, что снижает их эффективность. Этого недостатка лишены методы Адамса – Крылова и Милна, но они требуют большего объема памяти для хранения промежуточных результатов.

С появлением и бурным развитием ЭВМ, появились и широкие возможности исследования колебаний существенно нелинейных систем. Методы линеаризации и малого параметра, развитые в предыдущие годы, основаны на близости нелинейной системы к линейной и, поэтому, не подходят для исследования существенно нелинейных систем. Строго говоря, разделение нелинейных систем на слабо и сильно нелинейные должно базироваться не на близости нелинейных дифференциальных уравнений к линейным, а на близости или неблизости их решений [47].

На первом этапе исследования нелинейных колебаний получили развитие функционально-аналитические методы, в которых широко используются топологические понятия. Они являются удобным средством качественного исследования периодических решений, их числа и устойчивости. Развитие этих методов в СССР связано с Московско-горьковской научной школой Мандельштама – Андропова. В монографии [14] приведено наиболее полное исследование автономных динамических систем с одной степенью свободы методами качественной теории дифференциальных уравнений, с использованием фазовой плоскости. Там же изложены основы метода точечных отображений. Направление, связанное с этим методом получило широкое развитие в работах Ю. И. Неймарка [246] и его учеников. Ими решено множество практически важных задач. Однако для систем с большим числом степеней свободы и нелинейностями общего вида применение этого метода сопровождается значительными трудностями.

В трудах ученых Киевской школы Крылова – Боголюбова – Митропольского получили развитие приближенные аналитические методы, основанные на применении асимптотических разложений. До появления современных ЭВМ это было, пожалуй, наиболее мощное средство для исследования нелинейных колебаний механических систем. Создание систем аналитических вычислений на ЭВМ открывает новые перспективы в области использования асимптотических методов [4].

С появлением ЭВМ интенсивно стали развиваться численно-аналитические и численные методы. С точки зрения функционального анализа они могут быть отнесены к двум обширным классам – проекционным и итерационным. Наиболее простыми из проекционных методов являются методы гармонического баланса и гармонической линеаризации. Кроме них в теории нелинейных колебаний из проекционных методов наибольшее распространение получили методы Ритца, Бубнова – Галеркина и коллокаций [176; 279]. Основная трудность проекционных методов – это выбор небольшого числа базисных функций, хорошо описывающих искомое решение, поскольку увеличение их числа резко усложняет задачу. Кроме того, практически не существует приемов оценки погрешности результатов, получаемых этими способами.

С увеличением быстродействия ЭВМ все большее развитие стали получать итерационные методы решения нелинейных задач, которые очень хорошо приспособлены для реализации на алгоритмических языках. Из этих методов самым простым является метод последовательных приближений, но он требует большого числа итераций. Этого недостатка лишен метод Ньютона – Канторовича (МНК), полученный Л. В. Канторовичем путем распространения метода касательных Ньютона на операторные уравнения. Это наиболее известный из итерационных методов. Более удобной для использования итерационных методов является интегральная форма записи уравнений движения. Важнейшим преимуществом интегральных уравнений является то, что трудоемкость решения задачи в этом случае практически не зависит от размерностей линейных контуров системы.

Наиболее существенным достоинством проекционных методов является бóльшая, чем у итерационных, область сходимости. К достоинствам итерационных методов, кроме удобства реализации на ЭЦВМ, относится возможность получения результатов с любой степенью точности. Отмеченные обстоятельства делают целесообразным совместное применение проекционных и итерационных методов. С помощью проекционных методов можно получать начальное приближение, которое потом уточнить одним из итерационных методов.

Что касается решения задач на колебания континуальных систем, то замена их дискретной расчетной схемой позволяет свести уравнения в частных производных к обыкновенным. Дискретную систему принято считать эквивалентной исходной континуальной если ее массы и жесткости подобраны так, что кинетическая и потенциальная энергии дискретной системы при колебаниях такие же, как у исходной континуальной. Подобная эквивалентность возможна только в ограниченном частотном диапазоне, поскольку континуальной системы спектр собственных частот бесконечен, а у дискретной ограничен. Дискретизация системы проводится приближенными интуитивными методами.

Одним из способов дискретизации являются конечно-разностные методы, основанные на замене в дифференциальных уравнениях производных конечными разностями. Для такой замены вся область изменения аргументов представляется в виде некоторой сетки с соответствующими шагами вдоль осей координат. Значения функции в узлах сетки и являются неизвестными системы алгебраических уравнений. Эти методы обладают хорошей алгоритмичностью. Их точность увеличивается с уменьшением шага, но при этом возрастает порядок системы алгебраических уравнений, что ведет к резкому увеличению времени счета и необходимой оперативной памяти. Кроме того, при использовании метода конечных разностей могут возникнуть малые разности больших величин, что ведет к ухудшению точности. Тем не менее, этот метод имеет широкую область применения, в том числе и в теории колебаний.

Иногда конечными разностями заменяют только производные по части аргументов, в результате чего дифференциальные уравнения в

частных производных сводятся к обыкновенным. Сеточные методы трудно использовать при сложной геометрии рассматриваемой области. Правда и вариационные методы в этих случаях также практически невозможно использовать вследствие затруднений с построением базисных функций.

Особое место среди расчетных методов занимает метод конечных элементов, основанный на замене сплошной среды совокупностью большого числа конечных элементов. В 1933 г. известный ученый в области строительной механики И. М. Рабинович высказал мысль о возможности и эффективности использования методов строительной механики стержневых систем в теории упругости [54, с. 29]. ЭВМ неизмеримо расширили возможности прямых методов теории упругости. В 1950-е гг. М. Тернер, Р. Клаф, Г. Мартин и Л. Топп в связи с анализом авиационной конструкции предложили МКЭ [384]. Одним из основоположников МКЭ является также Ольгерд Зенкевич, фундаментальные труды которого [118–120] были широко распространены в СССР.

В сплошной среде число точек бесконечно, что составляет главную трудность получения численного решения. В МКЭ она преодолевается путем разбиения сплошного тела на отдельные элементы, взаимодействующие друг с другом только в узловых точках. В них вводятся фиктивные силы, эквивалентные поверхностным напряжениям, распределенным по границам элементов. МКЭ обладает всеми достоинствами вариационных и сеточных методов решения задач математической физики и при этом лишен их недостатков. Он «безразличен» и к геометрии области, и к характеру краевых условий, и к законам изменения свойств среды, и к внешним воздействиям. Применение МКЭ произвело революцию в решении задач механики сплошной среды. Наличие эффективных и быстродействующих алгоритмов расчета колебаний позволило решать не только задачи анализа, но и синтеза механических систем по вибрационным характеристикам.

Для иллюстрации того, какого прогресса достигло применение МКЭ за последние 20 лет, мы приводим две конечноэлементные модели

корпусов тепловозных дизелей. На рис. 3.3 представлена модель стойки блока цилиндров двухвального дизеля 10Д100. Данная двумерная модель, составленная в 1984 г. Ю. Л. Тарсисом [300, с. 92–96] предназначалась для определения жесткости опор коленчатого вала и состояла из 1640 треугольных элементов при числе узлов 1107.

На рис. 3.4 представлена трехмерная конечноэлементная модель блока цилиндров дизеля 1Д80, состоящая из 189 381 элементов гексаэдрической формы, соединенных друг с другом в 373 532 узлах. Данная модель позволяет анализ колебаний на персональном компьютере невысокой производительности. Авторы В. И. Лавинский, Л. В. Автономова и Ю. П. Анацкий (2006 г.) [2, с. 414–415].

Применение ЭВМ для решения задач теории колебаний связано в Украине со школой, научным лидером которой был А. П. Филиппов. В 1964 г. Анатолий Петрович возглавил Харьковский филиал Института механики АН УССР, организованный на базе Лаборатории гидравлических машин. Филиал был призван осуществлять свою деятельность в направлении комплексных исследований вопросов механики, связанных с процессами в тепловых и гидравлических машинах высоких параметров, разрабатывать методы расчета машин и механизмов с применением вычислительной техники [17, ед. хр. 859, л. 1]. Научным направлением отдела динамики и прочности филиала стало исследование колебательных процессов (нестационарных, переходных, ударных, импульсных) в механических системах с учетом нелинейных факторов и влияния рабочей среды. Разработка методов расчета деталей тепловых и гидравлических машин с использованием вычислительной техники. Руководителем отдела был назначен руководитель филиала член-корреспондент АН УССР А. П. Филиппов [17, ед. хр. 859, л. 2]. Кроме того, в филиале была организована лаборатория численных методов исследований, научным направлением которой являлась разработка аналитических и численных методов решения задач механики с использованием электронных машин [17, ед. хр. 859, л. 3].

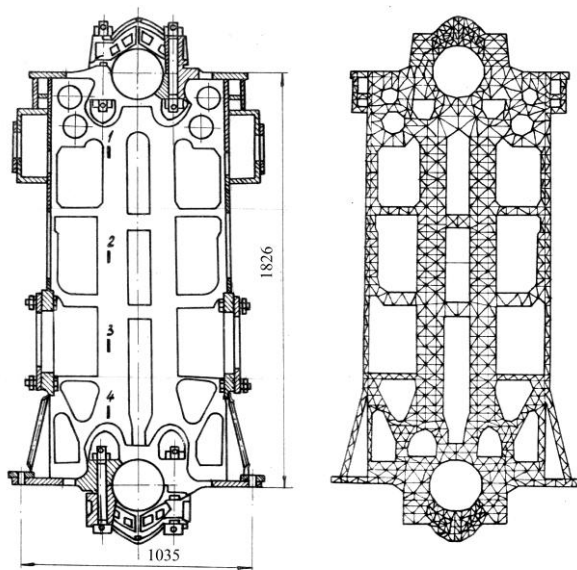


Рис. 3.3. Разбивка сечения блока цилиндров тепловозного дизеля 10Д100

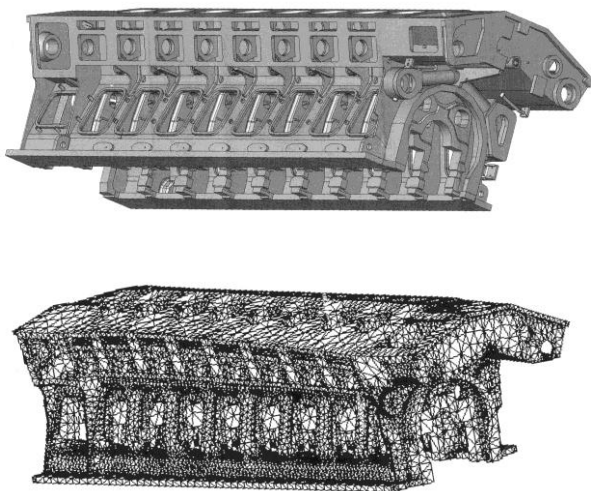


Рис. 3.4. Трехмерная конечноэлементная модель блока цилиндров тепловозного дизеля 1Д80

В 1964 г. научно-исследовательские работы филиала велись по 15 темам, в том числе по народнохозяйственному плану Украинской ССР:

- тема 35/31 Исследование влияния нелинейности на развитие динамических характеристик системы;
- тема 35/32 Исследование виброустойчивости вращающихся валов;
- тема 35/33 Исследование колебаний оболочек;
- тема 11/32 Теоретическое и экспериментальное исследования механики движения жидкости в камерах рабочих колес, в отсасывающих трубах осевых гидротурбин и в плоских решетках с целью расширения и углубления теоретических исследований рабочего процесса гидротурбин осевого типа.

По ведомственному плану выполнялись следующие работы:

- изучение нестационарных процессов при перемещающихся, ударных и импульсных нагрузках с учетом условий в месте контакта для стержней, плит и полупространства;
- исследование напряженного состояния оболочек;
- разработка эффективных методов расчета высших частот и форм колебаний вращающихся стержней и пластин переменной жесткости с различными очертаниями контура;
- автоматизация программирования для машин «Урал-2» [17, ед. хр. 859, л. 4–5].

В последующие годы научное направление, связанное с исследованием статической и динамической прочности современных конструкций в условиях интенсивных нагрузок при учете высокотемпературных полей и воздействия среды получило широкое развитие. Ученые школы Филиппова одними из первых широко внедряли численные методы и вычислительную технику при решении задач прочности и надежности в машиностроении. Это нашло отражение в монографиях, посвященных решению задач теории упругости и теории колебаний с помощью ЭВМ [333; 334; 343].

С помощью реализации на ЭВМ различных численных методов А. П. Филиппов и его многочисленные ученики исследовали напряженно-деформированное состояние конструкций при ударных, импульсных и нестационарных нагрузках. Особое место занимает развитие нового на-

правления – оптимизации конструкций по прочностным и вибрационным характеристикам. Этому посвящены монографии, написанные совместно с его учеником В. Б. Гриневым [86; 87]. Дальнейшее развитие это направление получило в трудах профессора Гринева и его учеников в ХПИ.

В области колебаний дискретных механических систем применение ЭВМ позволило справиться с вычислительными трудностями, в том числе и при решении нелинейных задач, и на первое место вышли проблемы составления математических моделей колебаний, т.е. построение систем дифференциальных или интегральных уравнений, описывающих динамическое поведение механических систем. Эти трудности возросли также и в связи со снятием ограничений на размерность рассматриваемых систем. История развития методов автоматизированного построения математических моделей, описывающих движение дискретных механических систем насчитывает более 40 лет.

Ввод исходных данных в формульном виде, их хранение, а также выполнение громоздких выкладок, включая процедуру дифференцирования, а позже и интегрирования, явилось одной из первых попыток моделирования на ЭВМ интеллектуальной деятельности. Системы, позволяющие выполнять эти операции, получили название систем аналитических вычислений (САВ), а позже их стали называть системами компьютерной алгебры (СКА). Механика всегда была связана с использованием самого сложного математического аппарата, поэтому механика внесли весомый вклад в создание СКА. История использования компьютерных систем аналитических вычислений для решения задач механики изложена в работах [91; 112; 113].

На протяжении последних 40 лет САВ развивались и разнообразно и широко применялись для решения различных задач механики. При этом роль ученых Украины была весомой, а во многих случаях и ведущей [113, с. 90]. Среди задач, рассматриваемых с помощью САВ, не последнее место занимают задачи теории колебаний.

Одной из первой САВ, реализованной в конце 1960-х гг., была система АНАЛИТИК, созданная под руководством академика В. М. Глушкова и реализованная на достаточно примитивных, с современных позиций, ЭВМ типа МИР [4]. Эта система успешно

применялась представителями Киевской школы нелинейной механики Ю. А. Митропольским и А. А. Молчановым при использовании метода осреднения [231].

Созданием СКА, предназначенной для решения задач статики, кинематики и самых разнообразных задач динамики дискретных механических систем, с 1970-х гг. занимались и в ХПИ под руководством профессора Л. И. Штейнвольфа. Несмотря на их ограниченность, такие модели позволяют в рамках одной постановки рассмотреть очень сложные взаимодействия частей механической системы, в том числе с нестационарными, неголономными связями. Дискретные модели, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных невесомыми упругими связями целесообразно рассматривать на первом этапе решения задачи динамической прочности. Такие модели позволяют вполне адекватно моделировать условия эксплуатации различных деталей механизмов и машин и получить значения действующих в них сил. Дальнейшее решение задачи, т.е. определение напряжений и деформаций, может быть получено с помощью уточненных континуальных или конечноэлементных моделей.

Первым шагом в создании специальной СКА, предназначенной для проведения всевозможных расчетов механических систем была автоматизация ввода исходных данных для решения задачи о крутильных колебаниях валопроводов, описываемых моделью в виде линейной цепной системы. Хотя дифференциальные уравнения колебаний данной системы легко записываются в прямой форме, ввод исходных данных при рассмотрении системы, имеющей несколько десятков степеней свободы, требует выполнения большой работы по заполнению матриц инерции \mathbf{I} , демпфирования \mathbf{B} и жесткости \mathbf{C} .

В статье [223] В. Н. Митиным и Л. И. Штейнвольфом впервые вводится термин «структурная матрица» с целью формального описания структуры линейных цепных систем, в том числе и разветвленных. Для построения структуры приведенной крутильной системы последняя разбивается на элементарные звенья, представляющие собой абсолютно жесткий диск с моментом инерции J_k с присоединенной к нему безынерционной упругой связью с крутильной жесткостью s_k . Исходными

данными являются векторы моментов инерции — \vec{J} , крутильных жесткостей — \vec{c} и демпфирования на массах и участках — $\vec{\beta}^m$ и $\vec{\beta}^y$. Кроме этого надо задать последовательность соединения элементов, которая задается в виде массива чисел размерности $2 \times s$, так называемой матрицы индексов. На основе последнего строится матрица структуры \mathbf{S} , размерности $s \times s$, где s — число степеней свободы системы. В данном случае структурная матрица состоит только из единиц или нулей, показывающих наличие или отсутствие связи между соответствующими элементами. Кроме того, строится n -мерный вектор, определяющий знаки упругих сил или моментов в полученных уравнениях. По данной последовательности строится структурная матрица, которая для приведенной системы будет состоять только из нулей и единиц, взятых со знаком «+» или «-». Фактически структурная матрица здесь показывает порядок соединений элементов.

С использованием структуры матрицы инерции, демпфирования и жесткости системы уравнений (1.16) запишутся в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{I} &= D \vec{J} ; \\ \mathbf{B} &= \mathbf{S}^T \vec{\beta}^y \mathbf{S} + D \vec{\beta}^m ; \\ \mathbf{C} &= \mathbf{S}^T \vec{c} \mathbf{S} .\end{aligned}$$

Здесь D — линейный оператор, переводящий s -мерный вектор в диагональную матрицу размерности $s \times s$, T — символ транспонирования. С помощью данного подхода были созданы программы расчета свободных и вынужденных колебаний цепных дискретных систем с автоматизированным составлением дифференциальных уравнений колебаний. Эти программы на протяжении ряда лет применялись для расчетов колебаний валопроводов танковых дизелей, выполняемых в рамках хозяйственных работ с Харьковским заводом транспортного машиностроения им. Малышева (ХЗТМ) [98; 132].

Следует отметить, что этот подход только немного облегчал ввод исходных данных в память ЭВМ, поскольку все равно требовал построения приведенной крутильной системы и определения ее параметров и моментов возбуждения, которое проводилось за рамками данной программы.

Однако этот первый шаг все же оказался достаточно важным, поскольку применение аппарата структурных матриц для консервативных систем позволило уточнить ряд теорем теории колебаний, касающихся спектральных свойств дискретных систем [222, с. 10–12]. С помощью обратных структурных матриц легко можно составить уравнения колебаний в обратной форме [223, с. 7].

Дальнейшее развитие метод структурных матриц получил в работе [224] для плоских линейных систем произвольного вида. При составлении уравнений движения данная система разбивается на инерционные, диссипативные, упругие и силовые элементы. Однако трудности появляются при составлении вручную матриц инерционной, диссипативной и упругой структур.

К понятию структурных матриц в трактовке Митина и Штейнвольфа [223] примыкает понятие «матрица инцидентности», введенная Й. Виттенбургом [58, с. 107]. Однако для ее получения надо сначала иметь нарисованный граф механической системы. Нельзя не отметить здесь фундаментальную работу В. В. Величенко [55], где дается геометрический смысл понятия «структурная матрица», называемая там «матрица касательного базиса». Аналогичное рассматриваемому, следует трактовать и направление работ В. А. Коноплева [161]. Несмотря на фундаментальную проработанность и законченность упомянутых исследований [58; 112; 161], у них отсутствует единый подход для получения математической модели с учетом связей любого вида в обобщенных и псевдокоординатах.

Предложенное описание дискретных механических моделей оказалось столь эффективным, что удалось распространить его на случай нестационарных и неголономных систем [9; 11], доказать практически важный результат в области чувствительности частот свободных колебаний от дискретных параметров системы [13]. Обобщение понятий «структура» и «структурная матрица» на случай кинематических связей [12] позволило включить в круг рассматриваемых систем пространственные голономные системы.

Большое значение имеет также возможность составления универсальной дискретной механической модели, что позволяет, не меняя

последнюю, решить комплекс задач, не только динамического анализа и синтеза, но также рассмотреть статику и кинематику механизма.

В основу автоматического составления уравнений движения механических систем положено общее вариационное уравнение динамики (принцип д'Аламбера – Лагранжа), которое для голономной системы с s степенями свободы в обобщенных координатах выглядит так

$$Q_k^u + Q_k^a = 0, \quad k = 1, 2, \dots, s,$$

где активные обобщенные силы Q_k^a и обобщенные силы инерции Q_k^u системы определяются по формулам

$$Q_j^a = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^a \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j};$$

$$Q_j^u = - \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}.$$

Для построения дифференциальных уравнений колебаний дискретных упругих систем среди всех действующих сил выделяются линейные упругие и силы вязкого трения. После этого система представляется в виде совокупности инерционных, упругих, диссипативных и силовых элементов. Каждый элемент имеет имя, координату, характеристику (значение в виде числа или формулы) и структуру (функциональная зависимость его координаты от обобщенных координат).

В НТУ «ХПИ» создан программный комплекс КИДИМ, в основе которого лежит СКА, позволяющая вводить исходные данные в формульном виде, вычислять их, дифференцировать, строить на этой основе уравнения. Система позволяет также выводить результаты в виде уравнений, записанных в обычной дифференциальной форме, анализировать их решения, строить таблицы и графики, сформировать отчет. Комплекс создавался с 1980-х годов на кафедре теоретической механики ХПИ под руководством профессора Л. И. Штейнвольфа и предназначался для исследований динамики систем с ДВС [6; 194; 221; 223]. Он позволяет рассматривать модели дискретных механических систем произвольной

структуры с неголономными и нестационарными связями, в том числе и совершающих пространственные движения, провести их кинематические исследования, построить дифференциальные уравнения динамики и численно проинтегрировать их [9–12]. Особенностью комплекса является то, что для всех видов расчетов строится единая модель, позволяющая оперативно менять не только ее параметры, но и структуру системы. Встроенные в комплекс сервисные программы позволяют частично автоматизировать процесс подготовки исходных данных.

3.7. Теория нестационарных колебаний

Среди задач о вынужденных колебаниях особое место занимают нестационарные колебания. С ростом скорости вращения энергетических машин – двигателей внутреннего сгорания, паровых и газовых турбин и одновременным снижением их веса, эксплуатационные обороты во многих случаях стали превышать резонансные или критические значения колебаний машин в целом или их отдельных деталей, таких как рабочие лопатки, диски, роторы, коленчатые валы и др. Стремление облегчить конструкцию привело развитие турбомашин к применению в паровых и газовых турбинах так называемых «гибких» роторов, для которых первые критические скорости оказываются ниже рабочих оборотов. В этом случае во время пуска (разгон) или остановки (выбег) машина проходит резонанс. Амплитуды колебаний при этом меньше, чем на установившемся резонансном режиме, так как они не успевают развиться. Следовательно, простой расчет вынужденных резонансных колебаний даст завышенное значение амплитуд. Поэтому актуальной задачей для таких систем стало изучение нестационарных колебаний, т.е. переходного процесса. Учет особенностей нестационарных колебаний в динамических расчетах способствует более обоснованному выбору запасов прочности и служит дополнительным резервом снижения веса конструкции.

С необходимостью исследования нестационарных колебаний мы встречаемся в задачах о прохождении через резонанс не только двигателей и турбомашин, но и центрифуг, насосов, различных гироскопических систем, в задачах исследования систем регулирования,

при изучении колебаний в системах с переменными параметрами. Нестационарные колебательные процессы возникают также в машинах и механизмах при аэродинамических воздействиях среды, движущейся с переменной скоростью, при действии ударных, пульсирующих или подвижных нагрузок, например, в задачах, связанных с колебаниями мостов и подъемных кранов. Нестационарные процессы имеют большое значение и для решения практических задач электротехники, радиотехники и акустики.

Развитие машиностроения в послевоенный период предъявило большие требования к достоверности расчетов на колебания элементов конструкций. В этой связи учет особенностей нестационарных колебаний в динамических расчетах способствует более обоснованному выбору запасов прочности и служит дополнительным резервом снижения веса конструкции, поскольку, если система совершает нестационарные переходы через резонанс или критические состояния, амплитуды колебаний существенно ниже установившихся резонансных.

Дифференциальные уравнения, описывающие переходные процессы, принципиальных отличий от уравнений установившихся движений не имеют. Однако сами решения этих уравнений в корне отличаются от расчета вынужденных установившихся колебаний и требуют большого объема вычислений. В связи с этим до появления вычислительной техники разрабатывались различные приемы решения данных уравнений. Наибольший практический интерес среди всех переходных процессов представляет прохождение через резонанс, которое зачастую определяет работоспособность конструкции.

Исследование нестационарных процессов в линейной системе с одной степенью свободы в предположении, что источник энергии обладает неограниченной мощностью, сводится к интегрированию дифференциального уравнения

$$\ddot{q} + 2n\dot{q} + k^2q = P(t)\cos\theta(t), \quad (3.18)$$

где $q(t)$ – обобщенная координата, $P(t)$ – амплитуда возмущающей обобщенной силы, отнесенной к единичной обобщенной массе, n – коэффициент, зависящий от демпфирования, k – собственная частота

колебаний системы, а частота внешней силы $\nu = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ является функцией времени.

Первыми исследованиями, посвященными переходу через резонанс линейной системы с одной степенью свободы, были работы Ф. М. Льюиса [378], изданная в 1932 г. и Т. Пёшля (1933 г.) [382]. В них частота возмущающей силы принималась изменяющейся по линейному закону,

т.е. $\frac{d\nu}{dt} = \text{const}$ или $\nu(t) = \varepsilon t$, где ε — скорость изменения частоты $\nu(t)$.

Для линейной системы с одной степенью свободы и сопротивлением, пропорциональным скорости, определение вынужденных колебаний при переходе через резонанс приводится к вычислению интеграла

$$\int_0^t P(\tau) \cos\left(\frac{\varepsilon \tau^2}{2} + \delta_0\right) e^{-n(t-\tau)} \sin(t-\tau) d\tau, \quad (3.19)$$

где δ_0 — начальная фаза.

Льюис [378] предложил рассматривать интеграл в плоскости комплексного переменного и выбирать путь интегрирования так, чтобы избежать вычислительных затруднений. Преобразуя выражение (3.19), он приходит к формуле, содержащей интегралы вида

$$\int_{z_1}^{\infty} \frac{e^{-z}}{\sqrt{z}} dz, \quad (3.20)$$

где z_1 — комплексная переменная. Для вычисления этих интегралов Льюис предлагает использовать ряды, при малых $|z_1|$ — сходящийся, а при больших — асимптотический. В тех случаях, когда ряды оказываются непригодными для вычислений, он прибегает к численному интегрированию. При этом для упрощения вычислений Льюис использует графо-аналитический прием, связанный с применением двух специально построенных транспарантов, но все же довольно трудоемкий.

Пёшль рассматривает задачу без учета затухания [378]. В этом случае интеграл (3.19) сводится к интегралу Френеля [199]. Поскольку эти

интегралы представляют собой хорошо изученные и табулированные функции, то вычисление амплитуд колебаний не вызывает затруднений.

Однако результаты первых исследователей прохода через резонанс очень плохо согласовываются с экспериментальными данными [153]. Это объясняется отсутствием в этих исследованиях трения, а, как известно, амплитуда резонансных колебаний очень сильно зависит от демпфирования. Но учет сопротивления даже в виде простого вязкого трения (пропорционального первой степени скорости) приводит к серьезным вычислительным трудностям. Следующим важным шагом в вопросе о переходе через резонанс системы с одной степенью свободы явилась работа А. М. Каца [153]. Используя идею Льюиса, он выбирает независимые переменные и путь интегрирования иначе, что позволяет ему прийти к более простой методике расчета [73, с. 7]. Однако если ввести в рассмотрение силу сопротивления, то вычисление интеграла (3.19) сильно усложняется. Долгое время этот интеграл не был выражен через табулированные функции, а численное его определение крайне затруднительно, так как подынтегральная функция является быстроколеблющейся. Но в большинстве технических задач интерес представляет лишь максимальное значение амплитуды колебаний, а для этого не требуется построения всей кривой амплитуд, т.е. огибающей. А. М. Кац получил весьма важную формулу для определения частоты возмущающей силы, при которой достигается максимальная амплитуда колебаний, а также нашел границы частот, в пределах которых скорость изменения частоты не влияет на амплитуду колебаний [153].

Большой вклад в развитие теории нестационарных колебаний внес академик АН УССР А. П. Филиппов. Решения задачи о переходе через резонанс линейной системы с одной степенью свободы при изменении частоты по законам квадратной и кубической парабол им получены в рядах [326; 329]. В работе [331] решения для системы с одной степенью свободы распространяются на случай линейных систем с n степенями свободы. Это одна из первых работ, где рассматриваются такие системы. Задачи доведены до числовых результатов с построением графиков максимальных амплитуд в зависимости от скорости перехода через резонанс.

Проблемами теории нестационарных колебаний занимался ученик Анатолия Петровича Е. Г. Голоскоков, их совместные монографии [74; 75] являются самыми фундаментальными в этой области теории колебаний. В противовес прямому интегрированию и разложению решения в ряды харьковские ученые предложили вместо обобщенной координаты q использовать комплексную переменную ψ ($q = \operatorname{Re} \psi$), удовлетворяющую уравнению

$$\ddot{\psi} + 2n\dot{\psi} + k^2\psi = P(t)e^{-i\theta(t)}, \quad i = \sqrt{-1}. \quad (3.21)$$

Его решение при нулевых начальных условиях $\psi(0) = 0$ и $\dot{\psi}(0) = 0$ найдем методом вариации произвольной постоянной

$$\psi_1(t) = \frac{1}{k} \int_0^t P(\tau) e^{-i\theta(\tau) - n(t-\tau)} \sin k_1(t-\tau) d\tau, \quad (3.22)$$

где $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$, $\theta(t) = \varepsilon t^2/2 + \delta_0$. Интеграл (3.22) не выражается через простые функции в замкнутой форме, а подынтегральная функция является быстроколеблющейся. Поэтому для решения задачи А. П. Филиппов и Е. Г. Голоскоков применяли табулированные функции [321]. В результате они получали зависимость $A(t)$ амплитуды колебаний, происходящих с переменной частотой, от времени, т.е. огибающую кривую колебательного процесса. Таким образом, в систематизированном виде была разработана методика определения амплитуды колебаний в задаче о прохождении через резонанс линейной системы с одной степенью свободы под действием возмущающей силы с линейно изменяющейся частотой.

Полученное решение задачи для системы с одной степенью свободы, а также информация и выводы, следующие из этого решения, служат основой для анализа нестационарного колебательного процесса в любых других системах, движение которых описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, поскольку они сводятся к сумме решений соответствующих дифференциальных уравнений второго порядка. Это обстоятельство

позволило разработать единую методику решения задач о нестационарных колебаниях более сложных систем с любым числом степеней свободы. Применение таблиц для вычисления интегралов от быстро колеблющихся функций значительно сокращает трудоемкость вычислений по сравнению с численным интегрированием или использованием рядов. Это обстоятельство обеспечивает эффективность метода решения данной задачи, в том числе и для системы с любым числом степеней свободы. Решения, выраженные через интеграл вероятностей от комплексного аргумента, позволяют рассматривать прохождение через резонанс не только с первой собственной частотой, но и с высшими частотами. Применение этого интеграла позволило получить удобные для анализа и вычислений решения ряда новых задач, важных для практики, установить некоторые ранее неизвестные закономерности в поведении систем при нестационарном режиме колебаний, описываемых линейными уравнениями, как с постоянными коэффициентами, так и с периодически изменяющимися, а также определить характер совместного влияния различных параметров системы на развитие колебаний. Полученные решения позволяют найти амплитуды нестационарных колебаний и, таким образом, дают возможность ответить на важный вопрос, насколько уменьшается эта амплитуда по сравнению со стационарным резонансным режимом, насколько опасными являются нестационарные колебания и при какой скорости перехода через резонанс амплитуда колебаний окажется в допустимых пределах.



Евгений Григорьевич Голоскофов
(1928 – 2008)

Известный ученый в области динамики и прочности машин, доктор технических наук, профессор, заслуженный работник высшей школы, лауреат Государственной премии Украинской ССР в области науки и техники, организатор науки, почетный доктор НТУ «ХПИ». Евгений Григорьевич специалист в области теории и методов исследования нестационарных процессов, нелинейных колебаний и в области систем управления [180].

В докторской диссертации Е. Г. Голоскокова [72] получено решение для стержней, пластин и оболочек при действии продольных сил (или сил, действующих в срединной плоскости) постоянной частоты. Обнаружены новые особенности систем, характерные для такого сочетания действующих сил. Значительно сложнее задача исследования нестационарных процессов в нелинейных системах. Однако для них оказалась применима идея асимптотических методов, развитых Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым. Правда, в их работах метод асимптотических разложений не применен для детального исследования нестационарных процессов в нелинейных системах. Случай медленного прохождения через резонанс только линейных систем, как с одной, так и со многими степенями свободы с помощью метода асимптотического интегрирования был рассмотрен С. Ф. Феценко [324].

Разработке методов приближенного решения нелинейных уравнений с медленно меняющимися параметрами и исследованию с помощью этих методов резонансных явлений посвящена кандидатская диссертация Ю. А. Митропольского [226], выполненная в 1947 г. под руководством Н. Н. Боголюбова. В ней на основе методов нелинейной механики Крылова – Боголюбова была изложена методика формальных решений для нелинейных систем с медленно меняющимися параметрами. До этого подобные задачи решались только для простых линейных систем. Однако в этой работе еще отсутствовало строгое математическое доказательство изложенного метода.

Ю. А. Митропольским дано дальнейшее развитие и применение метода усреднения для изучения нестационарных режимов в сложных нелинейных системах, а также дано математическое обоснование асимптотического метода. Рассматриваются особенности резонансных кривых при различных типах нелинейностей упругих характеристик элементов, прохождение через резонансы основной, дробный и внутренний, влияние гармоник возмущающей силы, прохождение через параметрический резонанс и т.д. Построены асимптотические решения, описывающие одночастотные колебания в нелинейных гироскопических системах и в некоторых системах с распределенными параметрами. Одночастотный метод оказался особенно эффективным, позволяя постро-

ить асимптотические приближения для нелинейной системы со многими степенями свободы на основе простой расчетной схемы, представляющей некоторую эквивалентную систему с одной степенью свободы. Таким образом, в трудах Ю. А. Митропольского впервые в мировой литературе изложена полная теория нестационарных колебаний [347, с. 103].

Идеи асимптотических методов используются в работах Б. И. Мосенкова [241], В. П. Рубаника [276], Т. А. Тибилова [309] и других авторов для получения решений задач о нестационарных колебаниях стержней двойкой жесткости, при рассмотрении многочастотных нестационарных колебаний в квазилинейных системах с запаздывающими аргументами и других нелинейных систем.

В исследованиях А. П. Филиппова и Е. Г. Голоскокова проведено сравнение результатов точного численного интегрирования дифференциального уравнения с решением в первом приближении, полученным при помощи асимптотических методов, выяснена точность первого приближения, т.е. пределы применимости их к задачам с существенной нелинейностью. Расчеты выполнялись на ЭЦВМ и моделирующей машине. В частности, при малом затухании и большой амплитуде возмущающей силы, т.е. в случае резко выраженного резонанса, асимптотические методы дают завышенные значения амплитуды.

С развитием ЭВМ точные численные методы пришли на смену приближенным аналитическим. Их достоинство в том, что они не накладывают каких-либо ограничений на вид рассматриваемой нелинейности и на скорость протекания процесса. При их использовании нет необходимости заранее предписывать вид решения. Поэтому численные методы представляют собой наиболее мощное средство решения обширного круга задач нестационарных колебаний, задач об ударном воздействии нагрузок, о воздействии подвижных нагрузок и др.

Наиболее важной для практики задачей теории нестационарных колебаний является задача о переходе ротора через критические скорости. Однако, несмотря на ее важность, долгое время вопрос о нестационарных изгибных колебаниях вращающихся при переменных оборотах валов и соответствующем напряженном состоянии гибкого вала в связи с его вращением долго оставался слабо изученным. Совершенно не был

освещен вопрос об изгибных колебаниях при переходе через критическую скорость вращения вала на упругих анизотропных опорах и вала неравножесткого в двух плоскостях изгиба.

Задачи о переходе ротора через критические скорости в процессе разгона или выбега соответствуют задачам перехода через резонанс и рассматриваются с помощью тех же методов. Теория вращения гибкого вала с одним диском при постоянном числе оборотов дает следующее представление о характере движения на критических оборотах: вал выгибается в плоскости неуравновешенности и в таком изогнутом состоянии вращается вокруг линии опор. При этом вектор прогиба на скорости ниже критической направлен в ту же сторону, что и вектор дисбаланса, а на скорости выше критической – в противоположную сторону. При наличии трения вектор дисбаланса всегда составляет некоторый угол с вектором прогиба. На критической же скорости эти векторы образуют прямой угол. Это соответствует сдвигу фазы на резонансе на $\pi/2$ обычной колебательной системы с одной степенью свободы.

Первая попытка решения вопроса поперечных колебаний вращающегося вала с одним диском при переходе через критическую скорость была предпринята известным физиком П. Л. Капицей (1894–1984) в 1939 г. [148]. Но в этой работе автор, принимая угловое ускорение слишком малым, приходит к решению, которое, в сущности, отражает вынужденные установившиеся колебания. Задача о переходе через критическую скорость гибкого вала, лежащего на жестких или упругоподатливых опорах, сводится к вычислению интегралов вероятностей от комплексного аргумента. В системе с упругими опорами разной жесткости в вертикальном и горизонтальном направлении имеется две критические скорости, а прогибы вала на оси, вращающейся вместе с ним системы координат, содержат вторую гармонику колебаний. Напряжения в вале содержат медленно меняющуюся составляющую, которая неоднократно переходит через 0, достигая наибольшего значения в момент времени, несколько смещенный относительно момента достижения критической скорости вращения. Сравнивая прохождения

через критическую скорость вала с распределенной массой и системы с одной степенью свободы (случай вала с одним диском) Ф. М. Диментберг [99, с. 47–65] установил, что такой вал вблизи любой из критических скоростей ведет себя как система с одной степенью свободы.

В 1960-е гг. в связи с увеличением мощности и быстроходности турбомашин, а также с развитием роторных машин актуальной стала проблема динамических расчетов роторов. Решение ряда задач для роторов удалось построить на основе асимптотических методов нелинейной механики. В 1957 г. Б. И. Мосеенков в работе [241] рассмотрел дифференциальное уравнение изгибных колебаний стержня двоякой жесткости с учетом собственного веса стержня и сил трения. Если главные моменты инерции поперечного сечения стержня мало отличаются друг от друга, то задаче соответствует система уравнений, содержащая малый параметр. В этом случае ее можно интегрировать методами Крылова – Боголюбова. Параллельно изгибные колебания стержня двоякой жесткости изучал ученый из Львова Олег Николаевич Романив (1928–2005) [275]. Его результат, полученный методом Ван-дер-Поля, совпадает с первым приближением Мосеенкова. Изгибные колебания стержня с неодинаковой жесткостью рассматривались также Ф. М. Диментбергом [99].

Известный практический и теоретический интерес представляет задача о вращении ротора на нелинейных упругих опорах, впервые поставленная и решенная Н. В. Григорьевым [57, с. 115–129]. Это решение позволяет объяснить поведение ряда упругих систем, а также построить теорию и методы учета нелинейного демпфирования колебаний элементов машин с помощью применения упруго-нелинейных звеньев.

В 1960-е гг. появились газотурбинные установки, у которых соосные роторы связаны между собой через опоры. При этом на каждый вал действуют возмущения, имеющие разные частоты, что приводит к возникновению режимов прямой и обратной прецессии. В таких системах происходит перекачка энергии от одного ротора к другому, вследствие

чего могут возникнуть субгармонические (дробные) резонансы и автоколебательные режимы. В работе В. А. Грובה [88] рассматриваются изгибные колебания валов быстроходных турбомашин на основе асимптотических методов. Им исследуются нестационарные колебания валов на жестких опорах, на упругих опорах, совместные колебания системы ротор – статор, колебания соосных роторов, а также исследуется ряд других задач, связанных с устойчивостью и стационарными и нестационарными колебаниями валов.

В 1904 г. немецкий физик и математик Арнольд Зоммерфельд (1868–1951) обнаружил эффект неустойчивого вращения с двигателем ограниченной мощности [314, с. 41–42].

Работами В. О. Кононенко положено начало новому разделу в исследовании нестационарных колебаний механических систем – систем с источниками энергии ограниченной мощности. В его монографии [159] излагаются основополагающие исследования автора, определяющие основные особенности поведения систем с ограниченным возбуждением в стационарном и нестационарном режимах. Частично они опубликованы ранее в виде отдельных статей. Виктором Олимпановичем были выяснены энергетические соотношения, вносимые связностью с двигателем, и показан их геометрический смысл в стационарном режиме. При этом на базе метода усреднения рассмотрены параметрические колебания, автоколебания, резонанс n -го рода, одночастотные резонансные колебания в системе с s степенями свободы, взаимодействующей с источником энергии и другие задачи. Для изучения взаимодействия колебательных систем с источником энергии широко использовалось электро моделирование. Ряд теоретических результатов проверен экспериментально на лабораторной модели, представляющей собой вал с двумя тяжелыми неуравновешенными дисками. Было установлено, что экспериментальные данные, как при стационарном режиме, так и при нестационарном, находятся в достаточно хорошем согласии с теоретическими выводами.

В докторской диссертации Е. Г. Голоскокова задача о критических режимах обобщается на случай валов переменного поперечного сечения и решается методом последовательных приближений на базе интегральных уравнений, предложенных И. А. Биргером [35, с. 122–129]. Метод позволяет учитывать гироскопический эффект распределенных и сосредоточенных масс и допускает реализацию алгоритма последовательных приближений на ЭЦВМ для вычисления не только первой, но и высших критических скоростей вращения. При этом метод не имеет ограничений на количество нелинейных упругих опор и имеет хорошую сходимость, что иллюстрируется примером [72, с. 540].

Е. Г. Голоскоков рассмотрел одну из принципиальных схем соосных роторов и подтвердил своим исследованием возможность существования устойчивых автоколебательных режимов. Он также проанализировал влияние некоторых параметров на амплитуды автоколебаний. Им подробно изучено влияние упругих опор на критические скорости вала с одним диском при учете гироскопического эффекта, обусловленного податливостью опор. Показано, что при определенных условиях поведение системы является таким же, как и в хорошо изученном случае жестких опор, но с несимметрично расположенным диском [247]. В задачах об устойчивости вала двоякой жесткости установлено, что, в отличие от вращения круглого вала с критической скоростью, когда силы внешнего трения, независимо от их величины, ограничивают деформации вала, здесь не всегда наблюдается такой результат.

Известный теоретический и практический интерес представляет задача о вращении ротора на нелинейных упругих опорах, впервые поставленная и решенная в работе [57] для вала постоянного поперечного сечения. Решение этой задачи позволяет объяснить поведение ряда упругих систем, а также построить теорию и методы нелинейного демпфирования колебаний элементов машин с помощью применения упруго-нелинейных звеньев.

Полученные для различных моделей результаты прохода гибкого вала через критические обороты нашли широкое применение при расчетах паровых и газовых турбин.

ГЛАВА 4

МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМ С ДВИГАТЕЛЯМИ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

4.1. Проблемы вибраций ДВС

Одним из основных объектов для развития теории колебаний механических систем на протяжении XX века были двигатели внутреннего сгорания. Идея ДВС возникла достаточно давно. Аббат Готфейль (1678) и Х. Гюйгенс (1681) предложили для атмосферных машин использовать в качестве движущей силы не пар, а взрывы пороха внутри рабочего цилиндра. Однако первые патенты на конструкцию ДВС были взяты в Англии только спустя более 100 лет – в конце XVIII века (Барбер – патент № 1833 за 1791 г. и Стрит – патент № 1983 за 1794 г.) [270, с. 23, 258].

В 1824 г. вышло в свет знаменитое сочинение Сади Карно (1796–1832) «Размышления о движущей силе огня», в котором он заложил основы термодинамики. Там же он высказал основную идею, реализованную позже в дизель–моторе – постепенное сгорание топлива [152, с. 59]. Но первый двигатель, нашедший себе применение, был создан только в 1860 г. Это был газовый двигатель Этьена Ленуара (1822–1900) [270, с. 258]. После этого было создано множество двигателей, среди которых наиболее распространенным, благодаря своей экономичности, стал двигатель Николауса Августа Отто (1832–1891), работавший на бензине или газе. У Ленуара и Отто применялось быстрое сгорание, имевшее характер

взрыва. В 1897 г. Рудольф Дизель (1858–1913) предложил двигатель с воспламенением от сжатия, работавший на тяжелом топливе. Процесс сгорания в нем был более равномерный. Дизельный двигатель по многим качествам превосходит бензиновый, но является более сложным в изготовлении и эксплуатации. Поэтому первое время выпускались только тяжелые тихоходные стационарные или судовые дизели, которые по своим динамическим свойствам были близки к паровым машинам и предназначались для их замены. Что касается автомобилестроения и авиации, то для них к началу XX века во многих странах приступили к созданию более быстроходных и легких бензиновых двигателей.

Новые быстроходные ДВС породили и новые проблемы вибраций. Для паровых машин и тихоходных дизелей вынужденные колебания возникали в основном в длинных валопроводах от переменных моментов сил давления пара и сил инерции или в объектах, на которых они установлены, от неуравновешенных сил инерции. Быстроходные ДВС с большей удельной мощностью, особенно многоцилиндровые, вызвали проблемы колебаний коленчатых валов, трансмиссии, корпуса, вспомогательных агрегатов, трубопроводов и др.

Первыми обратили на себя внимание вибрации авиационных моторов, мощность которых к концу 1920-х гг. выросла до нескольких сот лошадиных сил. Наряду с традиционными звездообразными двигателями стали выпускать рядные и V-образные, лобовое сопротивление которых гораздо ниже. Но когда число цилиндров двигателя было увеличено до шести и более в ряд, и одновременно возросла угловая скорость вращения вала, то стали замечать, что в некоторых, достаточно узких пределах чисел оборотов, работа двигателя становилась шумной и беспокойной. Выяснилось, что это явление происходит от крутильных колебаний, когда вал попадает в резонанс с периодически изменяющимся крутящим моментом сил давления газов и инерции. Для многоцилиндровых облегченных транспортных двигателей, у которых резонируют более низкие гармоники, коленчатые валы уже нельзя заменять одним твердым телом и в моделях крутильных колебаний пришлось учитывать порядка десяти степеней свободы [77, с. 6].

На первых порах крутильные колебания не приводили к разрушению коленчатых валов, однако со временем стали происходить и их поломки.

В монографии [77, с. 11] описан случай, едва не приведший к катастрофе. В октябре 1927 г. был пущен в эксплуатацию дирижабль «Граф Цеппелин», ставший гордостью Германского воздушного флота. Его машинная установка состояла из пяти 12-цилиндровых четырехтактных V-образных бензиновых моторов «Майбах». Двигатели развивали максимальную мощность 550 л. с. при 1 600 об/мин и номинальную 400 л. с. при 1 350–1 450 об/мин. Дирижабль уже совершил 22 полета, налетав при этом 50 000 км, когда в мае 1929 г. был предпринят очередной перелет из Европы в Америку. Через 7 и 12 часов после отлета из строя, вследствие поломок коленчатых валов, вышли два двигателя, что вынудило дирижабль вернуться. На обратном пути поломались еще два мотора, так что воздушный гигант добрался под защиту гавани в Тулоне на последнем двигателе, который, как позже выяснилось, также имел надлом коленчатого вала.



Рис. 4.1. Дирижабль «Граф Цеппелин», фото 1930 г.

В табл. 4.1 приведены данные о времени поломок коленчатых валов и указаны номера щек, где они произошли. Поскольку до аварии двигатели отработали разное время, причину поломок следовало искать в последних переделках силовой установки. Выяснилось, что перед полетом было увеличено предварительное натяжение пружин муфт сцепления. Если до этого две первые частоты крутильной системы валопровода имели значения 1 760 и 4 850 кол/мин, то после указанной операции первая частота стала выше – 2 030 об/мин. Для данной конструкции

двигателя характерны резонансы 1,5; 3,5; 4,5 и 6-й гармоник. До переделки резонанс 1,5-й гармоники попадал на режим 1 170 об/мин, а после нее сместился на 1 360 об/мин. Ситуация усугублялась также наличием резонанса 3,5-й гармоники на режиме 1 380 об/мин. Данный случай показал опасность крутильных колебаний валопроводов двигателей, которые могут возникнуть даже при малейших его изменениях. Это обстоятельство диктует необходимость проведения расчетов собственных частот не только при создании мотора, но также и при его модернизации.

Таблица 4.1

№ мотора	1	2	3	4	5
Срок работы при прерванном полете, час.	30	30	7	36	12
Общий срок эксплуатации, час.	480	480	357	52	462
Поломка КВ			2–3		
Поломка креплений противовесов	3	7			7
Надлом креплений противовесов			3	4	

Таким образом, среди проблем динамической прочности ДВС на первое место вышли проблемы коленчатых валов, которые являются наиболее нагруженными и, следовательно, наиболее ответственными деталями поршневых машин [283, с. 284]. Однако они испытывают не только крутильные, но и продольные, и изгибные колебания. При их расчетах необходимо учитывать податливости опор, влияние масляного слоя, сложный характер демпфирования и другие факторы. Задачи колебаний коленчатых валов в период 1930–1960-х гг. были одними из важнейших в машиностроении и способствовали развитию методов расчетов колебаний и способов борьбы с вибрациями.

Первыми проявились именно крутильные колебания, поскольку их частоты ниже, чем у изгибных или продольных [77, с. 39; 164, с. 171; 304].

Поначалу аварии происходили с авиационными двигателями не только вследствие их большей нагруженности, но и благодаря тому, что их коленчатые валы изготавливались из легированных сталей, содержащих хром, никель, ванадий и др. Такая сталь, наряду с большим временным сопротивлением разрыву, имеет относительно малую демпфирующую способность, что способствует возникновению колебаний.

Поскольку устранить источник колебаний не представляется возможным, основным средством борьбы с крутильными колебаниями была отстройка от резонанса, и важнейшим вопросом в решении задачи, таким образом, стало определение собственных частот и форм колебаний. В случае, когда избавиться от резонансных частот в рабочем диапазоне двигателя оказывалось невозможно, применяли дополнительные устройства, изменяющие динамические свойства системы.

Еще большие проблемы динамической прочности создают дизельные двигатели, уровень нагрузки которых выше. Первый дизельмотор для промышленных целей был построен на Аугсбургском машиностроительном заводе в 1897 г. [270, с. 293]. В 1899 г. на выставке в Мюнхене были представлены уже пять дизелей, имевших большой успех. Еще больший успех имел двигатель Дизеля на Парижской выставке 1900 г. Все это побудило целый ряд ведущих машиностроительных заводов приступить к выпуску дизелей [270, с. 298]. За период 1912–1932 гг. только три ведущих дизельных завода Европы: «Братья Зульцер» (Швейцария), «MAN» (Германия) и «Бурмейстер и Вейн» (Дания) выпустили различных дизелей общей мощностью 9 300 тыс. л.с. Особенно бурно дизелестроение начало развиваться с 1930-х гг. Если к началу 1931 г. автотранспортных дизелей еще не было, то через три года в Германии насчитывалось уже 16 000 автомобилей с дизельными двигателями, в Англии – 8 000, а во всех остальных странах еще порядка 10 000. Лидером в производстве автомобильных дизелей в начале 1930-х гг. была, безусловно, Германия, где 75 % выпускаемых грузовиков и автобусов оснащались этими двигателями [317, с. 5].

Успешное применение дизелей в автомобилях и тракторах побудило конструкторов к разработке авиационных дизельмоторов. В этом также особенно преуспела Германия, где еще в период первой Мировой войны

фирмой «Юнкерс» был спроектирован авиационный дизель. В 1933 г. создали ЮМО-205 (700 л.с.), позднее – ЮМО-207 (1 000 л.с. с турбонаддувом). 700-сильные авиадизели были также и у фирмы «Даймлер – Бенц». Усиленно вели разработку BMW и Сименс. На втором месте были США, где к началу 1930-х гг. дизели уже ставили на самолеты. Наибольших успехов добились фирмы Паккард, Авиэйшн и Гиберсон.

На первой Всесоюзной дизельной конференции, состоявшейся в октябре 1933 г., молодой конструктор А. Д. Чаромский сделал доклад о перспективах авиационного дизелестроения. В нем он отметил, что при одинаковой степени надежности расчетные сечения нагруженных деталей (картер, вал, головка блока цилиндров, поршень, шатун и др.) у двигателя с воспламенением от сжатия выше, чем у бензинового. При мощности 1 000 л.с. и четырехтактном цикле вес дизеля 1 000 кг, а бензинового двигателя – 700 кг. Однако по расходу топлива бензиновый двигатель никогда не сможет конкурировать с нефтяным. В связи с этим дизельный двигатель выгоден только при дальних перелетах продолжительностью свыше пяти часов [317, с. 221]. В своем докладе Алексей Дмитриевич наметил и пути совершенствования рабочего процесса авиадизеля: наддув и применение двухтактного цикла [317, с. 224].

Хотя во многих странах разрабатывался авиадизель, а в некоторых и серийно выпускался, большого распространения он не получил, так как в довоенный период еще не удовлетворял требованиям по мощности, а в послевоенный период авиация перешла на газотурбинные двигатели (ГТД). Однако, опыт, накопленный при разработке авиационных дизелей, послужил конструкторам при разработке дизелей для танков.

Танки, появившиеся на полях сражений во время I Мировой войны, первоначально предназначались для сопровождения пехоты и имели весьма небольшую скорость. Поэтому до конца 1920-х гг. они оснащались автомобильными карбюраторными моторами мощностью от 40 до 150 л.с., серийно выпускаемыми в то время. В некоторых танках применялось даже не по одному, а по два автомобильных двигателя. Это было связано либо с отсутствием одного двигателя необходимой мощности и тогда применялся единый агрегат из спаренных двигателей. В другом случае это определялось принятой конструктивной схемой

машины, когда каждый из двух двигателей приводил в движение одну гусеницу танка. Однако двигатель танка работает в более жестких условиях, чем автомобильный. Как показали исследования Московского автомеханического института, проведенные в конце 1940-х гг., двигатели грузовых автомобилей 25 % времени работают с нагрузкой до 15 % максимальной мощности, 65 % времени – от 15 до 75 % и только 10 % времени – свыше 75 % максимальной мощности. Таким образом, 90 % времени двигатель грузового автомобиля работает с неполной нагрузкой. В танке же двигатель до 30 % времени работает на максимальной мощности и лишь до 15 % времени – на холостых оборотах и малых нагрузках. Основное же время эксплуатации (до 55 %) нагрузки достигают 60 % максимальной мощности. Кроме того, двигатель танка испытывает более частые изменения нагрузочного режима работы. При движении танка нет использования «наката» машины, характерного для автомобиля. Более высокий уровень нагрузок вследствие наличия в танке гусеничного движителя, удары при преодолении неровностей местности и препятствий – все это в значительной степени влияет на ужесточение условий эксплуатации двигателя танка, по сравнению с двигателем автомобиля.

В 1930-е гг. появилась новая концепция применения бронетанковой техники. Танки предполагалось использовать уже не только для сопровождения атакующей пехоты, но и для выполнения самостоятельных задач, для чего стали создаваться новые типы танков, в частности, тяжелые и быстроходные легкие. Новые машины потребовали более мощных моторов, а за неимением специальных танковых двигателей, конструкторы использовали авиационные бензиновые моторы, так как только в авиации имелись легкие двигатели мощностью 300–500 л.с. Дополнительным аргументом служила возможность получения определенной экономической выгоды – часто на танкостроительные заводы направляли отработавшие свой срок на самолетах и прошедшие переборку авиадвигатели, отрегулированные для повышения моторесурса на меньшую мощность.

Авиационные моторы еще больше, чем автомобильные, отличались от танковых по режимам работы. Авиамотор, в отличие от двигателей наземных транспортных средств, работает в условиях малой запылен-

ности воздуха, при сравнительно нечастых управляющих воздействиях и не испытывает ударных нагрузок, передаваемых от трансмиссии. Высокая частота вращения коленчатого вала авиационного двигателя требовала больших передаточных чисел в понижающих редукторах трансмиссий танков. Совмещение даже уже отлаженного двигателя с трансмиссией танка порождало целый ряд новых собственных частот крутильных колебаний. Правда, эти трудности преодолевались с помощью маховика, который служит своего рода разделителем между двигателем и трансмиссией. Но самым главным недостатком бензиновых авиамоторов была их высокая пожароопасность, обусловленная летучестью и взрывоопасностью паров применяемого в них высокооктанового авиационного бензина. Однако, как и в случае с автомобильными моторами, авиационные какое-то время использовались в танках, поскольку альтернативы по удельной мощности им не существовало.

Более привлекательными для танков были дизельные двигатели. Однако производимые в 1930-е гг. дизели большой мощности, были тихоходными, предназначались в основном для судов или стационарных установок и из-за своих габаритов не могли быть установлены в танк. Существовавшие же тогда дизели для автомобилей и тракторов, имели мощность на порядок меньше требуемой. Преодолеть трудности создания танкового дизель-мотора удалось не сразу. Имевшая богатый и плодотворный опыт производства дизелей Германия не стала устанавливать их на танки в ходе второй Мировой войны, хотя дизель фирмы «Даймлер – Бенц» МБ-507 мощностью 720 л.с. и был успешно испытан в 1942 г. на танке. Создать специальный танковый дизель перед войной удалось только советским конструкторам, и только советские танки в годы войны оснащались специальными дизелями. После войны основным двигателем в мировом танкостроении стал дизель, каковым и остается поныне.

Широкое применение двигатель Дизеля нашел также в локомотивостроении. Первый локомотив, использовавший двигатель внутреннего сгорания, был построен Готтлибом Даймлером. Это была двухосная узкоколейная моториса, впервые продемонстрированная 27 сентября 1887 г. на фольклорном фестивале в Штутгарте. Несмотря на все очевидные преимущества тепловозов перед паровозами, первый

экспериментальный тепловоз для работы на магистральных линиях был разработан под руководством Рудольфа Дизеля только в 1909 г. Построен он был к сентябрю 1912 г., однако из-за возникших проблем при испытаниях, а также начавшейся в 1914 г. первой Мировой войны его доработка так и не была закончена.

Бóльших успехов достигла американская компания General Electric, которая в июле 1913 г. выпустила тепловоз, работавший на бензине. Через несколько лет она свернула его производство, перейдя на более дешевое дизельное топливо. Специально для тепловозов в компании был разработан и построен свой дизель. Первые опытные образцы дизельных локомотивов выпускались General Electric в 1917–1918 гг. Со временем тепловоз стал экономически выгодной заменой малоэффективным устаревшим паровозам. Его широкому распространению не помешало и внедрение электрической тяги, так как она рентабельна лишь на магистралах с достаточно интенсивным движением.

Постройка ДВС в России началась с дизельмоторов почти одновременно с Западной Европой, поскольку они очень хорошо подходили для многочисленных небольших предприятий, составлявших основу экономики страны. Этому также способствовали большие запасы нефти в России, а также высокая пошлина на ввоз дизелей из-за границы. Поначалу строились только лицензионные дизели, и первым право на их производство приобрел в 1899 г. управляющий предприятиями семьи Нобелей в России Э. Нобель, который таким образом хотел увеличить сбыт нефти. В том же году на заводе «Людвиг Нобель»^{*} в Петербурге был выпущен первый двигатель [270, с. 305]. Первоначально дизели, приводившие в движение станки, мельницы и генераторы, устанавливались с ременной передачей, что создавало определенные неудобства, особенно для электростанций, но вскоре стали применять зубчатые передачи. Особенно большое значение для России имело производство судовых дизелей. Успехи дизельмоторов побудили к их производству и другие заводы. Вслед за Нобелем дизели стали производить Коломенский

^{*} Впоследствии завод «Русский дизель»

машиностроительный завод, завод Фельзера в Риге, Николаевский судостроительный и Харьковский паровозостроительный (ХПЗ) заводы.

Среди проблем вибрационной прочности ДВС на первом месте стоят проблемы колебаний коленчатых валов, которые являются наиболее нагруженными и наиболее ответственными их деталями. С ростом мощности и скорости вращения ДВС при расчете прочности коленчатые валы пришлось рассматривать как упругие системы в связи с влиянием колебательных явлений на величину и характер распределения усилий, возникающих в вале при работе двигателя. Колебания в двигателе возникают под действием сил давления газов и сил инерции движущихся частей кривошипно-шатунных механизмов (КШМ) и зависят не только от упругих и инерционных свойств коленчатого вала, но также и от присоединенных к нему потребителей в случае крутильных колебаний и упруго-инерционных свойств корпуса двигателя при изгибно-продольных.

4.2. Крутильные колебания валопроводов

При изучении динамики паровых машин и на ранних этапах развития ДВС крутильные колебания возникали не в коленчатых валах, которые были достаточно жесткими, а в длинных валопроводах. Равномерность вращения этих тихоходных машин вполне обеспечивалась центробежным регулятором Уатта и массивным маховиком. Однако с появлением быстроходных ДВС облегченной конструкции резонансные колебания стали возникать и в самих коленчатых валах двигателей, что вынудило инженеров заняться этим вопросом. На I Всесоюзной дизельной конференции инженер из Всесоюзного теплотехнического института (ВТИ) В. К. Житомирский сформулировал требования, предъявляемые к динамическим характеристикам ДВС [317, с. 175–184]:

1. Двигатель должен работать спокойно, без рывков и сотрясений;
2. Должна быть соблюдена определенная степень неравномерности;
3. При внезапном сбросе нагрузки заброс (мгновенное повышение) числа оборотов не должен превышать определенной величины;

Житомирский отметил, что лет тридцать назад (на рубеже XX века) считали, что все эти требования обеспечиваются установкой тяжелых

маховиков. Однако теория колебаний разрушила эти воззрения. Маховик обеспечивает выполнение только третьего требования, зато его установка может изменить вибрационные характеристики системы и привести к резонансу. Определение частот и форм свободных колебаний существенно усложнилось, когда узлы колебаний стали возникать не только в присоединенных к двигателю частях валопровода, но и на самом коленчатом валу. Это потребовало разбивать последний на отдельные цилиндрические массы и увеличило порядок рассматриваемой системы.

Как уже отмечалось (см. с. 36), задача определения собственных частот линейной системы сводится к решению векового уравнения (1.11) или к определению собственных значений и собственных векторов квадратных матриц (1.12). Поэтому для расчетов свободных колебаний применимы как методы линейной алгебры, так и методы, разработанные в теории колебаний. Благодаря прямой форме записи уравнений, при рассмотрении крутильных колебаний, определитель (2.3) содержит квадрат собственной частоты только в диагональных элементах. Этим пользовались многочисленные авторы методов расчета собственных частот крутильных систем. Хотя этими вопросами занимались многие видные специалисты прикладной теории колебаний, среди которых можно выделить А. Н. Крылова, Г. Фрама, С. П. Тимошенко, М. Толле и В. П. Терских, проблема расчета крутильных колебаний оставалась насущной в двигателестроении 1930-х гг. Поскольку результаты расчетов собственных частот и форм крутильных приведенных систем используются для оценки возможности попадания этих частот в рабочий диапазон или при энергетических методах расчета амплитуд резонансных колебаний, то часто исследователи ограничивались определением лишь нескольких низших частот.

Результаты расчетов свободных колебаний эффективно применяли для расчетов различных переходных процессов, но в этом случае необходимо иметь весь спектр частот и форм.

Расчетами крутильных колебаний занимались и представители харьковской школы механики. Среди них один из основоположников этой школы, создатель одного из первых курсов теории колебаний профессор И. М. Бабаков [31, с. 40]. По его собственному признанию он начал

заниматься приближенными вычислениями собственных частот в основном крутильных систем с 1934 г. [20]. Иван Михайлович использовал для этого метод приближения не частотами, как у Толле, а формами колебаний. Он предложил записывать дифференциальные уравнения крутильных колебаний в обратной форме [23, с. 55, 24]

$$\varphi_i = - \sum_{j=1}^s \delta_{ij} \ddot{\varphi}_j, \quad i = 1, 2, \dots, s, \quad (4.1)$$

где δ_{ij} – статические коэффициенты влияния, представляющие собой изменение координат φ_i от единичной обобщенной силы, соответствующей обобщенной координате φ_j . Согласно принципу взаимности перемещений $\delta_{ij} = \delta_{ji}$.

Подстановка решения

$$\varphi_i = \alpha_i \sin (kt + \varepsilon), \quad (i = 1, 2, \dots, s) \quad (4.2)$$

в (4.1) приводит задачу к системе алгебраических уравнений

$$\alpha_i = k^2 \sum_{j=1}^s \delta_{ij} \alpha_j, \quad (i = 1, 2, \dots, s). \quad (4.3)$$

Для использования метода приближения формами колебаний зададимся системой s положительных чисел $\alpha_1^{(0)}, \alpha_2^{(0)}, \dots, \alpha_s^{(0)}$ (исходная форма) и вычислим первое приближение

$$\alpha_i^{(1)} = \sum_{j=1}^s \delta_{ij} \alpha_j^{(0)}, \quad (i = 1, 2, \dots, s). \quad (4.4)$$

Затем процесс приближений $\alpha_1^{(m)}, \alpha_2^{(m)}, \dots, \alpha_s^{(m)}$ продолжим по формуле (4.4), записывая каждый раз неравенство

$$\min \alpha_i^{(m-1)} / \alpha_i^{(m)} < k_1^2 < \max \alpha_i^{(m-1)} / \alpha_i^{(m)}, \quad (i = 1, 2, \dots, s). \quad (4.5)$$

В работе [23, с. 58–59] приводятся доказательства двух теорем о сходимости решения, описываемого неравенством (4.5) к точному значению первой собственной частоты.

Третья теорема [23, с. 63] устанавливает более точную верхнюю границу первой собственной частоты с учетом формулы Рэлея (1.14)

$$k_1^2 < \sum_{i=1}^s \alpha_i^{(0)} \alpha_i^{(m-1)} \bigg/ \sum_{i=1}^s \alpha_i^{(0)} \alpha_i^{(m)}. \quad (4.6)$$

Метод последовательных приближений формами колебаний можно применить к определению и высших частот. Для этого И. М. Бабаков предложил исключить с помощью условия ортогональности собственных форм одну искомую амплитуду, сведя тем самым задачу к системе с $(s-1)$ степенью свободы, основная частота которой будет второй частотой исходной системы [22, с. 111].

Однако самую высшую собственную частоту методом последовательных приближений можно определить и сразу. Для этого в качестве обобщенных координат используются углы закручивания отдельных участков валопровода. Переходя к обратным величинам $p^2 = 1/k^2$, строим аналогичный алгоритм, причем все теоремы о границах собственных частот распространяются и на этот случай [21, с. 77]. Полученное решение позволяет определить наивысшую собственную частоту $k_s^2 = 1/p_1^2$. В своих исследованиях И. М. Бабаков показал, что удовлетворительные для практических задач результаты получаются уже при втором приближении формами колебаний. При этом, по крайней мере для систем размерностью до 12 степеней свободы, требуемое количество операций меньше, чем в методе Толле [22, с. 122]. Впоследствии И. М. Бабаков обобщил свой метод на другие виды систем и привел его в учебнике «Теория колебаний» [25, с. 157–169].

Харьковский ученый А. М. Данилевский в 1937 г. предложил метод, основанный на приведении определителя (4.4) к так называемой форме Фробениуса [95; 331, с. 34–35].

$$\begin{vmatrix} h_{11} - k^2 & h_{12} & h_{13} & \cdots & h_{1s-1} & h_{1s} \\ 1 & -k^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -k^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -k^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (4.7)$$

Из определителя (4.7) легко получаем степенное вековое уравнение

$$k^{2s} - h_{11}k^{2(s-1)} + h_{12}k^{2(s-2)} - \dots - h_{1s-1}k^2 + h_{1s} = 0. \quad (4.8)$$

Приведение к форме Фробениуса может быть выполнено самыми простыми средствами с достаточной для практики точностью и требует в полтора раза меньше операций, чем метод А. Н. Крылова. Молодой, подающий большие надежды ученый, – Александр Михайлович Данилевский погиб при оккупации Харькова в годы Великой Отечественной войны.

К сожалению, методы Бабакова и Данилевского, несмотря на их эффективность, не нашли широкого применения в расчетной практике заводских КБ. Самыми распространенными там были методы остатка Толле и цепных дробей, предложенный В. П. Терских, которые широко применялись и после внедрения в расчетную практику вычислительной техники.

В 1960-е гг. в практику расчетов стало входить применение ЭВМ. Однако возможности машин были еще очень ограничены, поэтому длительное время определение собственных частот и форм колебаний проводилось с помощью различных приближенных методов. В частности, метод Терских применялся для проведения расчетов и с помощью ЭВМ, однако в ходе расчета могло потребоваться вмешательство оператора, так как уравнение в форме цепной дроби представляет собой разрывную функцию частоты [360, с. 107]. Большой вклад в компьютерную реализацию этого метода внес академик А. П. Филиппов. В монографии [331, с. 435–437] он описывает применение программы расчета собственных частот по методу Терских для разветвленной системы с 96 степенями свободы. Такая высокая для того времени размерность рассматриваемой системы делала метод цепных дробей конкурентоспособным и после распространения методов матричной алгебры. Однако программу А. П. Филиппова нельзя считать автоматической, так как она требует в процессе счета вмешательства оператора, что на заре компьютерной техники было очень существенным недостатком.

Профессор Л. И. Штейнвольф в статье [360, с. 106–107] и в докторской диссертации [358, с. 53–63] дал анализ различных методов расчета свободных крутильных колебаний на ЭВМ.

Среди них метод У. Кер-Вильсона [358, с. 55], который заключается в развертывании векового уравнения в алгебраический полином с последующим определением его корней последовательными пробами. Определение частоты связано с изменением знака полинома при проходе значения какого-либо корня с последующим дроблением шага для уточнения значения корня. Однако этот алгоритм требует развертывания громоздкого векового уравнения.

Этого недостатка лишен метод, основанный на подсчете числовых определителей. Записав определитель (4.7), можно вычислить его для различных пробных значений k^2 и по изменению знака определять собственные частоты. Однако для системы большой размерности и тут велико число операций, а увеличение шага пробных значений может привести к пропуску собственной частоты.

Другой алгоритм, исключаяющий пропуск собственных частот основан на применении теоремы Якоби – Сильвестра. Здесь для каждого пробного значения k^2 нужно определять знаки последовательных главных миноров $(C - Ik^2)$ и по числу перемен знаков судить, вблизи какой из частот находится пробное значение k^2 . Этот алгоритм обеспечивает автоматичность счета, однако у него также велико число операций.

Для определения нескольких первых собственных частот можно применять степенной метод в сочетании с понижением. Однако указанный итерационный процесс определяет собственные векторы и собственные значения с некоторой погрешностью, зависящей от точности предыдущего значения. Таким образом, при определении достаточно большого количества собственных частот может накапливаться значительная ошибка.

Дальнейшее развитие вычислительной техники позволило решить полную проблему собственных значений и собственных векторов с помощью итерационных методов, что, хотя и не сразу, позволило

отказаться от всех вышеизложенных методов расчета. Так в 1952 г. был вновь открыт метод вращений Якоби. В работах [377; 381] разработан вычислительно ориентированный метод Якоби. Однако достаточно высокая трудоемкость данного метода заставило математиков искать новые алгоритмы. В статье [360, с. 108] Л. И. Штейнвольф обосновал применение для расчета собственных частот и форм крутильных колебаний QR-алгоритма, предложенного в 1961 г. независимо друг от друга В. Н. Кублановской [173] и Дж. Френсисом [376]. Этот алгоритм основан на преобразовании матрицы к треугольной форме и оказался эффективнее метода вращений Якоби. Однако для ЭВМ 1970-х годов ограничения по быстродействию и по объему памяти все еще оставались существенны, например, машина М-222 позволяла рассматривать только системы не выше 26-го порядка [98, с. 16]. В связи с этим при решении задач синтеза или оптимизации колебательных систем, где задача анализа решается многократно, исследователю приходилось уменьшать порядок системы, выделяя в ней только часть спектра собственных частот [109].

Решение полной проблемы собственных значений существенно упростило задачи о свободных колебаниях линейных дискретных систем, особенно для цепных систем, для которых дифференциальные уравнения этих колебаний очень легко строятся в прямой форме. Наибольшей трудоемкости при этом требует заполнение вручную матриц инерции и жесткости системы уравнений (2.3). Поэтому с начала 1970-х гг. под руководством Л. И. Штейнвольфа разрабатываются методы автоматического построения систем уравнений. В статье [223] рассматривается построение дифференциальных уравнений колебаний в прямой форме для цепных линейных систем с помощью структурных матриц. Записав обратные структурные матрицы, легко можно составить уравнения колебаний и в обратной форме [223, с. 7]. Применение аппарата структурных матриц для консервативных систем позволило уточнить ряд теорем теории колебаний, касающихся спектральных свойств дискретных систем [222, с. 18]. Дальнейшее развитие аппарата структурных матриц привело к созданию программного комплекса КИДИМ [6; 12], позволяющего автоматически строить математические модели, описывающие движение дискретных механических систем сложной структуры с

произвольными связями. Подробнее об этом комплексе можно прочитать в параграфе 3.6. Таким образом, современное состояние теории колебаний и применяемых для их расчетов средств не требует выделения расчетов крутильных колебаний в отдельный класс задач.



Лев Израилевич Штейнвольф

(1916 – 1991)

Известный ученый в области механики, динамики машин и прикладной теории колебаний, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической механики ХПИ. Выпускник ХММИ по специальности динамика машин (1939), ученик Я. М. Майера и И. М. Бабакова. Основное направление исследований – динамика силовых установок с ДВС, руководил в ХПИ научно-исследовательской группой силовых установок в Проблемной лаборатории по динамике и прочности машин, воспитал одного доктора и 16 кандидатов наук [191].

Поскольку сам факт попадания собственной частоты в рабочую зону еще не означает, что проявится явление резонанса, особенно не для основных гармоник колебаний, важнейшим вопросом становится расчет вынужденных колебаний, а точнее определение напряжений кручения в валах при работе двигателя. В случае замены коленчатого вала двигателя диском с суммарным приведенным моментом инерции на него действует суммарный момент возбуждения, который зависит только от сил давления газов, так как приведенные к валу моменты сил инерции различных цилиндров при сложении взаимно уничтожаются. Тогда в разложении момента на коленчатом валу в ряд Фурье будут присутствовать только гармоники порядка N , $2N$, $3N$ и т.д. для двухтактного двигателя и $N/2$, N , $3/2 N$ и т.д. для четырехтактного. Здесь N – число цилиндров двигателя. Половинные гармоники возникают оттого, что в двигателестроении для четырехтактных двигателей разложение в ряд Фурье принято относить не

к периоду колебаний, который составляет у них два оборота, а к одному обороту.

Для расчета напряжений кручения В. П. Терских предлагает метод набегающих моментов, по сути являющийся квазистатическим расчетом, т.е. расчетом усилий от моментов сил давления газов и сил инерции, без учета колебаний вала [307, с. 23]. Этот подход дает вполне приемлемые результаты для нерезонансных режимов колебаний, но при этом значения напряжений занижены. При резонансе Терских предлагает ввести динамические поправки, т.е. разности числовых величин упругого момента на данном участке, подсчитанные при динамическом и статическом способах учета внешних моментов [307, с. 27–37].

В практике расчета резонансных амплитуд широкое распространение получили энергетические методы, основанные на двух предположениях:

- 1) при установившихся колебаниях энергия, сообщенная системе возмущающими силами, равна энергии, рассеянной демпфирующими сопротивлениями;

- 2) форма установившихся резонансных колебаний совпадает с формой свободных колебаний системы без учета сопротивления соответствующей резонансной частоте.

В таких расчетах задача сводится к определению резонансной амплитуды одной из масс, так как форма колебаний считается известной. Точность результатов здесь определяется точностью составления энергетического уравнения, и, поэтому большое внимание уделяется экспериментальному определению демпфирующих сопротивлений и получению формул, достаточно хорошо отражающих количественные значения работы демпфирующих сил.

Для расчета резонансных вынужденных колебаний чаще всего применялись методы, предложенные Видлером и Льюисом. В их статьях приведены примеры вычисления амплитуд вынужденных колебаний в валопроводах дизелей. Там же приведены и данные о величине сопротивления гребного винта, генератора, цилиндров двигателя и внутреннего трения [314, с. 139].

Метод энергетического баланса, предложенный Видлером в книге «Крутильные колебания в поршневых машинах» («Drehschwingungen in

Kolbenmaschinenlagen»)), изданной в Берлине в 1922 г., строится на том факте, что при установившихся колебаниях энергия, сообщенная системе возмущающими моментами, равна энергии, рассеянной демпфирующими силами. Метод основан на построении таблиц, подобных таблицам метода остатка Толле [314, с. 152–153]. При этом предполагается, что форма вынужденных колебаний совпадает с формой свободных колебаний системы без учета сопротивления [107, с. 54]. Таким образом, независимо от характера распределения по системе гармонических возмущающих сил резонирующей частоты и, без учета возмущающих сил, имеющих другие частоты, мы предполагаем, что вся система совершает колебания в одной фазе или противофазе, а отношения амплитуд соответствуют форме главных колебаний. Тем самым неизвестной становится только одна, например, первая амплитуда, и задача сводится к задаче с одной степенью свободы. Единственную амплитуду колебаний первой массы определяем, приравнявая по абсолютной величине работу сил трения за период работе возмущающих сил за тот же промежуток времени.

$$\delta A_{возм} = \delta A_{тр} \quad (4.9)$$

При этом Видлер предлагает все, без исключения демпфирующие сопротивления двигателя принимать пропорциональными первой степени скорости. Метод энергетического баланса получил в свое время широкое распространение в расчетной практике благодаря своей простоте и универсальности. Этот подход в наши дни сохранился в методе нелинейных нормальных форм. Однако он пригоден только для случая гармонического возбуждения и дает большие ошибки, если, вопреки предположению, действительная форма вынужденных колебаний существенно отличается от собственной формы.

Способ Льюиса основан на том предположении, что наибольшая часть рассеиваемой энергии приходится на упругий гистерезис. При этом величина рассеиваемой энергии определяется по способу Роветта. Этот метод дает хорошие результаты при расчетах коленчатых валов тяжелых тихоходных дизелей, изготовленных из мягкой стали, на опытах с которой и была получена формула Роветта. Для быстроходных двигателей,

коленчатые валы которых выполнены из легированных сталей и имеют меньший декремент колебаний, способ Льюиса подходит мало.

В целом можно отметить, что указанные методы достаточно приближительны и позволяют получить только качественные результаты. С внедрением в расчетную практику ЭВМ стало возможным решать полную систему линейных алгебраических уравнений (1.19). Однако расчеты вынужденных колебаний все равно содержат в себе определенные трудности. Поскольку в рабочий диапазон двигателя попадает несколько резонансных режимов, при расчете вынужденных колебаний большое значение имеет демпфирование. Однако его точное задание невозможно, и оно заменяется эквивалентным вязким трением. Такая замена вполне адекватна, поскольку для рассматриваемых систем трение достаточно мало и важными оказываются только его интегральные характеристики за цикл колебаний, а не характер зависимости от движения [63]. При этом специфика ДВС такова, что коэффициенты трения непостоянны и имеют большие различия не только для различных образцов двигателя одного типа, но даже для данного двигателя в разные периоды его эксплуатации. В связи с этим проведение расчетов вынужденных колебаний требует сопоставление их результатов с экспериментами.

До сих пор мы рассматривали крутильные колебания, описываемые с помощью линейных моделей. Однако валопроводы ДВС содержат нелинейности, как в упругих, так и в диссипативных характеристиках. Упругие нелинейные характеристики вызваны, как правило, зазорами в шлицевых и зубчатых соединениях, иногда это связано с нелинейными характеристиками материалов. Кроме этого нелинейные характеристики могут иметь муфты, соединяющие различные части передачи. Нелинейные характеристики трения обусловлены не только наличием упругого гистерезиса, но и, что более существенно, нелинейностями специальных гасителей колебаний – демпферов и антивибраторов.

Принципиально различаются две основные группы нелинейных колебаний:

1) псевдогармонические, когда упругость системы зависит от перемещения. Большинство механических систем являются именно такими.

2) квазигармонические, где коэффициент упругости зависит от времени. Это могут быть колебания вращающегося ротора с неодинаковой жесткостью на изгиб или колебания в спарниках ведущей системы электровозов [314, с. 95–110].

В главе 1 мы уже говорили об особенностях нелинейных колебаний. В общем случае вынужденные колебания нелинейной системы с одной степенью свободы описываются дифференциальным уравнением

$$m\ddot{q} + F_{\text{сопр}}(q, \dot{q}) + F_{\text{упр}}(q) = F_{\text{возм}}(t). \quad (4.11)$$

Здесь упругая сила $F_{\text{упр}}(q)$ является нелинейной зависимостью обобщенной координаты q , а сила сопротивления $F_{\text{сопр}}(q, \dot{q})$ в общем случае может зависеть и от обобщенной координаты q , и от обобщенной скорости \dot{q} . Однако при расчете крутильных колебаний систем с ДВС, как правило, трение принимается вязким с линейной зависимостью момента от угловой скорости.

Типичным видом нелинейности упругой характеристики в валопроводах ДВС является нелинейность типа «зазор» (см. рис. 4.2). На рис. 4.3 показана амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) первой гармоники вынужденных колебаний системы с одной степенью свободы и нелинейностью данного типа. Пунктиром на нем показана зависимость частоты свободных колебаний от амплитуды первой гармоники. При этом в частотном диапазоне вблизи резонанса есть зона, где решение неоднозначно. Одно из трех решений, а именно то, амплитуда которого имеет среднее значение, является неустойчивым (на графике оно не показано). При проходе резонансной зоны в сторону повышения частоты амплитуда растет, пока не происходит срыв на малую амплитуду. При обратном проходе амплитуда первой гармоники скачком переходит на верхнюю устойчивую ветвь. Поскольку вынужденные колебания облегают кривую свободных колебаний, последняя называется *скелетной кривой*.

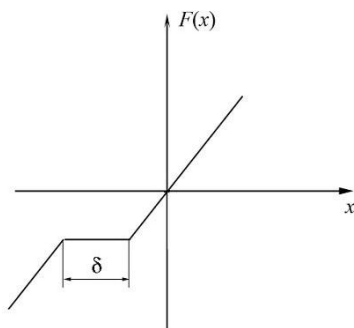


Рис. 4.2. Нелинейность
типа «зазор»

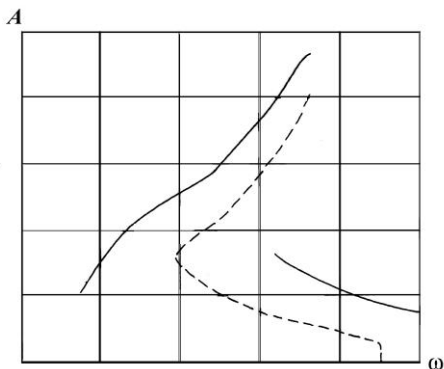


Рис. 4.3. Скелетная кривая и
АЧХ первой гармоники
вынужденных колебаний

Поскольку точное решение может быть получено только для самых простых случаев нелинейных систем, в конце XIX века наряду с методами малого параметра распространение получили графические методы решения дифференциальных уравнений, описывающих их колебания.

Мартинсен в 1910 г. опытами над электрическими системами показал, что в случае нелинейной системы одна и та же вынуждающая сила может вызвать колебания двух различных амплитуд. Позже, в 1918 г., Г. Дуффинг провел подобные эксперименты с маятником. Аналитически же доказать неустойчивость средней ветви удалось К. Клоттеру только в 1953 г. [314, с. 79–84, 90].

Эффективным оказалось применение для расчетов нелинейных колебаний метода Ритца (Дуффинг в 1918 г.) и Бубнова – Галеркина (Лурье и Чекмарев в 1938 г. [204]). Для многих случаев нелинейных систем возможно также применение асимптотических методов Крылова – Боголюбова, о чем будет рассказано ниже.

Большой вклад в развитие исследований крутильных колебаний, в том числе и нелинейных систем, внес сотрудник Украинского научно-исследовательского авиационного института (УНИАДИ), ученик профессора Я. М. Майера Ю. А. Гопп, в работе которого [76] предложено

графическое решение задач о линейных и нелинейных крутильных колебаниях, которые, по сути, являются геометрической интерпретацией известных аналитических решений тех же задач. Достоверность своего метода Гопп проверил на линейной модели, сравнивая результаты расчетов с аналитическим решением. Достоинство предлагаемого подхода в большей наглядности, а, следовательно, и в большей доступности предлагаемых методов для заводских инженеров. Рассматривая задачу о нелинейных колебаниях системы с одной степенью свободы, Гопп делает следующие выводы:

1. Частота колебаний зависит от начальной амплитуды.
2. Невозможно состояние резонанса, т.е. отсутствует частота возмущающего момента, при которой наблюдаются бесконечно большие амплитуды.
3. Под действием возмущающего гармонического момента возможно появление трех различных амплитуд колебаний, однако устойчивость некоторых из них сомнительна.

Юрий Аркадьевич Гопп

Известный ученый в области механики, динамики машин и прикладной теории колебаний, доктор технических наук (1953), профессор Омского машиностроительного института. Выпускник ХММИ по специальности гидромеханика (1930). Ученик Я. М. Майера, занимался проблемами колебаний систем с ДВС и виброгашения. Принимал участие в создании первого в мире танкового дизеля – В-2.



Анализ приведенных выводов показывает, что знания о поведении решения нелинейных систем находились в зачаточном состоянии. Если первый вывод является просто очевидным фактом, то второй вызывает недоумение, так как при многих видах нелинейностей бесконечно большие амплитуды превращают задачу в линейную. Что касается третьего вывода, то здесь речь идет о неустойчивости средней по величине амплитуды вынужденных колебаний в зоне неоднозначности

решения. Разработанная методика была применена Ю. А. Гоппом для изучения возможностей использования нелинейных муфт в силовых передачах авиамоторов [80].

Таким образом, в работах 1930–40-х гг., посвященных расчетам нелинейных колебаний рассматриваются в основном системы с одной степенью свободы, которые позволяют получить только качественные результаты. Следует отметить, что системы с одной степенью свободы и кусочно-линейной характеристикой имеют точное решение. Оно может быть получено с помощью поэтапного интегрирования (припасовывания). Способ основан на последовательном решении линейной задачи на каждом отдельном участке. Постоянные интегрирования при этом получаются из начальных условий и условий перехода от одного участка к другому. Позже Ю. А. Гопп распространил метод припасовывания на случай нелинейных характеристик общего вида, применив для них кусочно-линейную аппроксимацию [79].

Поскольку для быстроходных двигателей система с одной степенью свободы неприемлема, в 1940 г. Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым был разработан новый эффективный способ построения резонансных кривых для нелинейных крутильных колебаний, использующий асимптотический подход.

Широко в теории колебаний, например, систем с ДВС применяется способ прямой линеаризации, предложенный Я. Г. Пановко в 1952 г. [254, с. 123]. В основе этого более простого способа лежит замена нелинейной характеристики $F(q)$ линейным выражением

$$F^*(q) = c^* q \quad (4.12)$$

со специально подбираемым коэффициентом c^* . Уклонение заменяющей характеристики $F^*(q)$ от заменяемой $F(q)$ зависит от обобщенной координаты q (см. рис. 4.4)

$$r(q) = F(q) - F^*(q). \quad (4.13)$$

Оно может быть подчинено требованию минимума интеграла

$$J = \int_{-A}^A r^2 dq, \quad (4.14)$$

выражающего интегральное квадратическое уклонение $r(q)$ во всем интервале изменения координаты q .

С помощью метода гармонической линейаризации и в настоящее время при исследовании колебаний нелинейных систем с ДВС строятся скелетные кривые.

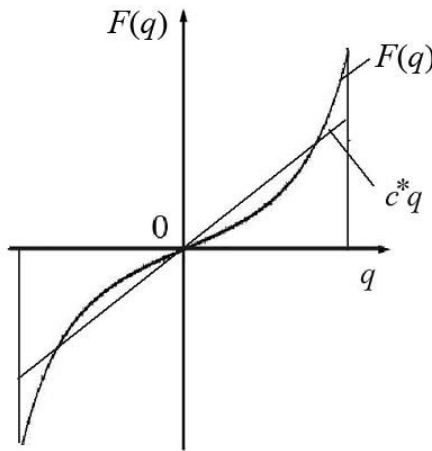


Рис. 4.4. Метод гармонической линейаризации

Однако до внедрения в расчетную практику ЭВМ исследования нелинейных колебаний могли проводиться на примитивном уровне. И только с появлением достаточно мощных ЭВМ широкое распространение получили методы расчета нелинейных колебаний особенно итерационные, применение которых невозможно без автоматизации счета.

В ХПИ под руководством профессора Л. И. Штейнвольфа В. М. Шатохиным была разработана программа расчета нелинейных крутильных колебаний на основе итерационного метода Ньютона – Канторовича (МНК), представляющего собой развитие метода Ньютона

на операторные уравнения [151]. Для ее создания уравнения движения записывались в интегральной форме с помощью импульсно-частотных характеристик (ИЧХ). Рассмотрим нелинейную крутильную систему с N нелинейными элементами. Представим нелинейные характеристики в виде

$$f_j(\varphi_j, \dot{\varphi}_j) = c_j \varphi_j + \beta_j \dot{\varphi}_j + \bar{f}_j(\varphi_j, \dot{\varphi}_j), \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (4.15)$$

Теперь систему можно рассматривать как линейную с коэффициентами линеаризации c_j и β_j , а для полного соответствия с исходной в линеаризованных элементах необходимо приложить внешние периодические моменты

$$\tilde{M}_j(\varphi_j, \dot{\varphi}_j) = -\bar{f}_j(\varphi_j, \dot{\varphi}_j), \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (4.16)$$

С учетом этих моментов для углов поворота линеаризованных участков запишем систему нелинейных уравнений типа Гаммерштейна. При исследовании периодических движений эти уравнения носят название уравнений Фредгольма II рода.

$$\varphi_j(t) = \sum_{i=1}^N \int_0^T \Phi_{ji}(t-\tau) \tilde{M}_j(\varphi_j, \dot{\varphi}_j) d\tau + \sum_{k=1}^P \int_0^T \Psi_{jk}(t-\tau) M_k(\tau) d\tau, \quad (4.17)$$

$$j = 1, 2, \dots, N.$$

Здесь Φ_{ji} – ИЧХ, т.е. периодическое изменение угла поворота j -го участка от единичных периодических импульсов, приложенных в i -м соединении, Ψ_{jk} – ИЧХ от k -й массы к j -му участку.

В матричном виде система (4.17) выглядит так

$$\vec{\varphi}(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau) \vec{\tilde{M}}(\vec{\varphi}, \vec{\dot{\varphi}}) d\tau + \int_0^T \Psi(t-\tau) \vec{M}(\tau) d\tau. \quad (4.17)$$

Для применения МНК операторное уравнение запишется в виде

$$L\vec{\varphi} = 0, \quad (4.17)$$

где оператор $L\vec{\varphi} = \int_0^T \Phi(t-\tau) \vec{M}(\vec{\varphi}, \vec{\varphi}) d\tau + \int_0^T \Psi(t-\tau) \vec{M}(\tau) d\tau - \vec{\varphi}(t)$.

Итерационный процесс по МНК строится так [147]

$$\vec{\varphi}_{n+1}(t) = \vec{\varphi}_n(t) - \vec{z}_n(t). \quad (4.17)$$

Здесь добавка определяется по формуле $\vec{z}_n(t) = [L'_\varphi]^{-1} L\vec{\varphi}_n(t)$, где L'_φ – производная по Фреше, а $[L'_\varphi]^{-1}$ – обратный оператор, который определится из системы интегральных уравнений

$$\begin{aligned} \vec{z}_n(t) - \int_0^T \Phi(t-\tau) \left[\vec{M}'_\varphi(\vec{\varphi}_n, \vec{\varphi}_n) \vec{z}_n(\tau) + \vec{M}'_\varphi(\vec{\varphi}_n, \vec{\varphi}_n) \vec{z}_n(\tau) \right] d\tau = \\ = - \int_0^T \Phi(t-\tau) \vec{M}(\vec{\varphi}_n, \vec{\varphi}_n) d\tau + \int_0^T \Psi(t-\tau) \vec{M}(\tau) d\tau - \vec{\varphi}_n(t). \end{aligned}$$

Применение данного метода позволило рассматривать в 1970-е гг. с помощью ЭВМ М-222 нелинейные модели достаточно высокого порядка (свыше 20 степеней свободы), включающие 2–3 нелинейных упругих характеристики, поскольку интегральная форма записи сокращает объем необходимой оперативной памяти [356, с. 109–134].

Этот метод стал основным в исследованиях танковых трансмиссий, проведенных, доктором технических наук, профессором В. М. Шатохиным [355], он также применялся в различных задачах анализа и синтеза крутильных нелинейных систем [27; 151; 356] и при разработке систем диагностики ДВС [7]. Интегральная форма записи была также использована и для исследования переходных режимов (уравнения Вольтерра II рода) [108, с. 41–54].

4.3. Применение корректирующих устройств для борьбы с крутильными колебаниями

Как уже было показано, развитие ДВС привело к тому, что в быстроходных авиационных и транспортных двигателях избавиться от резонансных колебаний стало невозможно. Борьба с крутильными колебаниями валопроводов ДВС стала важнейшим вопросом доводки двигателя. Существует три основных способа борьбы с вибрациями. Первый из них – устранение возмущающих сил, для поршневого двигателя осуществлен быть не может. Второй – изменение динамических свойств системы, т.е. частот свободных колебаний, за счет варьирования ее параметрами может применяться только в очень ограниченных рамках, так как не все в системе валопровода допускается изменять. Кроме того, возможности такого варьирования ограничены из-за необходимости удовлетворения условиям прочности. К тому же на стадии доводки двигателя варьировать можно только параметрами элементов, расположенных вне мотора.

Остается третий способ – включение в систему дополнительных устройств, способных сильно изменить ее динамические свойства. Эти устройства бывают двух принципиально различающихся типов – без поглощения колебательной энергии, так называемые антивибраторы и с поглощением энергии – демпферы. В последних предусмотрено наличие специальных трущихся поверхностей, перемещающихся при колебаниях, антивибраторы же таких поверхностей не имеют. По способу подсоединения к системе эти устройства разделяются на параллельные, когда они выполняют только свою основную функцию и последовательные, когда им приходится еще участвовать также и в передаче энергии. Кроме антивибраторов и демпферов к таким устройствам относятся маховики и муфты.

Первыми из корректирующих устройств применялись маховики, которые были обязательной составной частью паровых машин. Изна-

чально они предназначались для обеспечения равномерного вращения вала. Уже к началу 1920-х гг., с появлением быстроходных ДВС, маховик перестал справляться с этой функцией. Если при внезапном сбросе нагрузки он еще обеспечивал стабильность вращения, то для борьбы с крутильными колебаниями валопроводов оказался бесполезным.

Однако роль маховика проявилась в другом. Он служит своего рода разделителем между двигателем и трансмиссией, поскольку при работе двигателя маховик, момент инерции которого больше, чем у всей остальной системы, практически не колеблется. Это позволяет отделить двигатель от возмущений, возникающих в трансмиссии и, наоборот, избавить трансмиссию от возмущающих моментов двигателя. Указанное обстоятельство позволяет применять уже отлаженный двигатель не только с различными типами трансмиссий, но и устанавливать его в машины другого типа и даже назначения.

Еще один способ это изменение чередования вспышек в цилиндрах двигателя. Этим можно добиться уменьшения работы возмущающих моментов на резонирующей форме колебаний. Однако порядок вспышек в цилиндрах должен соответствовать условиям уравновешенности двигателя, и далеко не все варианты тут возможны.

В связи с вышесказанным, большое распространение получили демпферы и антивибраторы. Разнообразие их принципов действия и конструкций породило большое число различных приемов расчета этих устройств. Некоторые из них применимы только для устройств какого-либо одного типа, другие имеют достаточно широкое применение.

Антивибраторы предназначены для выведения системы из резонансной зоны, и, поэтому расчет вынужденных колебаний с учетом антивибратора проще, так как наиболее неопределенные параметры системы – коэффициенты демпфирования на их результаты не влияют. Демпферы, предназначенные для уменьшения резонансных амплитуд, требуют достаточно точного учета трения. Поэтому их окончательная доводка производится экспериментально.

Впрочем, экспериментальная проверка или доводка была обязательным этапом исследования любых устройств, предназначенных для гашения опасных колебаний. Это обуславливалось упрощением модели, а также тем, что при расчетах использовались примитивные методы, имеющие большие погрешности, влияние которых трудно оценить.

Наибольшее распространение для расчетов систем с антивибратором или демпфером получили следующие методы.

1. Метод редуцирования, сущность которого заключается в том, что непосредственный расчет и подбор параметров антивибраторов или демпферов производится не для исходной системы, а для упрощенной – редуцированной системы, имеющей одну или две массы. Редуцирование производится на определенной частоте.

2. Энергетический метод, рассмотренный нами раньше, и основанный на уравнении энергетического баланса применялся также и для расчета демпферов.

3. Метод эквивалентных параметров. Заключается в замене момента инерции массы, к которой присоединен антивибратор или демпфер эквивалентным моментом инерции. Для демпферов, кроме того, вводится эквивалентный коэффициент демпфирования. Особенно этот метод удобен для антивибраторов.

4. Метод цепных дробей, нашедший широкое распространение для расчетов крутильных колебаний, также пригоден и для данных систем. В работе В. П. Терских [305], вышедшей в свет в 1970 г., есть примеры расчета большинства известных в то время конструкций антивибраторов и демпферов.

5. Метод инвариантных точек, примененный впервые учеником С. П. Тимошенко Я. П. Ден-Гартогом [97]. Метод основан на свойстве линейной системы с присоединенным демпфером иметь частоты, для которых амплитуды колебаний какой-либо массы или соединения практически не зависят от величины трения в демпфере, если трение в самой системе достаточно мало. Эти точки называются инвариантными, а частоты, им соответствующие, инвариантными частотами.

Заключительным этапом расчета антивибратора, а в особенности демпфера является проверочный расчет, выполняемый, по возможности с наибольшей точностью.

Рассмотрим действие простейшего линейного антивибратора, который для крутильной системы представляет собой маховичок с моментом инерции J , присоединенный с помощью упругой связи с крутильной жесткостью c к основной системе. При колебаниях, возбуждаемых моментами, имеющими частоту, равную собственной частоте антивибратора — $k = \sqrt{c/J}$ в месте его присоединения образуется узел колебаний, а сам антивибратор совершает интенсивные колебания. При этом в спектре частот вместо одной резонансной частоты образуются две, одна из которых, согласно теореме Рэлея, ниже, а вторая выше исходной. Поскольку новые частоты достаточно близки к отстраиваемой частоте, применять линейный антивибратор можно только для двигателей с фиксированным режимом работы, например, стационарных.

Более широкие возможности предоставляет маятниковый антивибратор*, настраиваемый не на определенную частоту, а на гармонику колебаний. Его предшественником было устройство, предложенное в 1911 г. Куцбахом. Оно представляло собой два U-образных канала, помещенных в маховике и наполненных жидкостью, которая вращалась в среднее положение центробежными силами инерции. Но поскольку в антивибраторах в то время еще не было необходимости, это устройство не получило распространения [150, с. 10].

Идея маятникового антивибратора заключается в том, что к валу шарнирно присоединяется маятник, колеблющийся в поле центробежных сил инерции. Рассмотрим его действие на примере математического маятника массы m и длины $AB=l$, подвешенного на вращающемся с постоянной угловой скоростью ω_0 диске на расстоянии $OB=r$ от оси

* В работах 1930–1940-х гг. маятниковые антивибраторы называются маятниковыми демпферами

вращения (см. рис. 4.5). Маятник, отклоненный от положения равновесия на некоторый угол, находясь в поле центробежных сил, придет в колебательное движение. Дифференциальное уравнение этих колебаний получаем из принципа д'Аламбера, т.е. из условия равенства нулю суммы моментов, действующих на него сил, включая силы инерции, относительно точки подвеса маятника B .

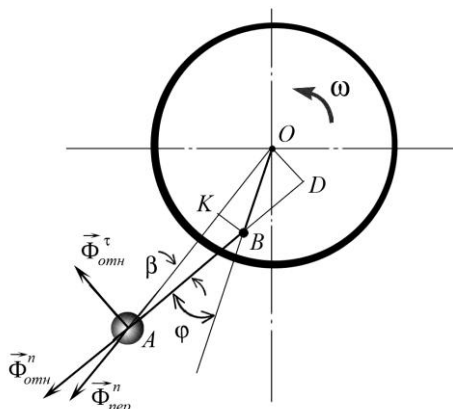


Рис. 4.5. Математический маятник в качестве антивибратора

Рассмотрим сложное движение маятника по отношению к равномерно вращающейся системе диска и вместе с диском. Считая колебания маятника малыми, кориолисовыми силами инерции пренебрегаем. Пренебрегаем также и силами тяжести, поскольку они гораздо меньше центробежных сил инерции. Тогда, беря сумму моментов действующих сил относительно точки подвеса маятника B , получаем

$$m b \omega_0^2 B K + m l \ddot{\varphi} l = 0, \quad (4.12)$$

где нормальная сила инерции переносного движения $\Phi_{пер}^n = m b \omega_0^2$, $b=OA$; тангенциальная сила инерции переносного движения равна нулю; тангенциальная сила инерции относительного движения $\Phi_{омн}^τ = m l \ddot{\varphi}$; момент нормальной силы инерции относительного движения

$\Phi_{оми}^n = m r \dot{\varphi}^2$ равен нулю. Заменяя $BK = l \sin \beta$, получаем $m b l \omega_0^2 \sin \beta + m l^2 \ddot{\varphi} = 0$. Считая колебания малыми, принимаем $OD = b \sin \beta = r \sin \varphi \approx r \varphi$. Окончательно дифференциальное уравнение колебаний маятника будет иметь вид

$$m l^2 \ddot{\varphi} + m r l \omega_0^2 \varphi = 0 \quad (4.13)$$

или

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = 0, \quad (4.14)$$

где собственная частота колебаний маятника $k = \omega_0 \sqrt{r/l}$. Полученная зависимость показывает, что эта частота прямо пропорциональна угловой скорости вращения диска.

Для того чтобы маятниковый антивибратор гасил резонанс ν -й гармоники, нужно, чтобы отношение между его собственной частотой и угловой скоростью системы был равен ее порядку, т.е.

$$\nu = \sqrt{r/l}. \quad (4.15)$$

Уравнение (4.15) является условием настройки математического маятника для гашения вынужденных резонансных колебаний ν -го порядка. Таким образом, его настройка осуществляется подбором размеров и может приобретать любые значения.

Аналогично можно получить условие настройки физического маятника

$$\nu = \sqrt{\frac{m r l}{J_c + m l^2}} \quad (4.16)$$

где m – его масса, J_c – момент инерции относительно оси, проходящей через его центр масс, r – расстояние от оси диска до точки подвеса маятника, l – расстояние от точки подвеса маятника до его центра масс

Для применения маятникового антивибратора для гашения колебаний валопроводов ДВС необходимо было решить два вопроса:

1. Конструкция маятникового антивибратора должна соответствовать принципу математического маятника.

2. Конструкция должна позволять осуществлять гашение при малых значениях приведенной длины маятника, так как его применение ограничено габаритами двигателя.

Эти вопросы были разрешены в конструкциях Сарацина, Чильтона и Соломона. В 1930 г. Р. Сарацин взял во Франции патент на новый способ устранения крутильных колебаний с помощью маятниковообразных масс. В патенте приведена формула, по которой нужно выбирать длину рычагов и расположение масс, чтобы антивибратор снимал гармонику ν -го порядка. Именно ему принадлежит приоритет в изобретении нового эффективного способа борьбы с крутильными колебаниями [77, с. 261–262].

Через несколько лет были зарегистрированы антивибраторы Чильтона в США и Соломона во Франции, являющиеся развитием конструкции Сарацина. Эти маятниковые антивибраторы были применены на авиадвигателях фирм «Райт», «Зульцер», «Кадиллак», «Алисон» и др. [359, с. 9].

Первая теоретическая работа Е. С. Тейлора (1936 г.), была посвящена приближенному исследованию колебаний математического маятника в поле центробежных сил с целью обоснования применения маятникового антивибратора конструкции Чильтона для успокоения крутильных колебаний девятицилиндрового звездообразного двигателя «Райт Циклон».

В 1938 г. Ю. А. Гопп в работе [77] развил теорию, данную Тейлором. Монография молодого харьковского ученого была первой книгой на русском языке, посвященной демпфированию колебаний и подытожившей результаты многочисленных исследований [150, с. 4]. В ней автор составил более точные дифференциальные уравнения колебаний маятникового антивибратора, дал описание конструкции Чильтона на двигателе «Райт Циклон» и ее теоретическое обоснование, показав, что движение антивибратора уподобляется математическому маятнику. Обе упомянутые работы были посвящены применению маятникового антивибратора для однорядного звездообразного мотора. Рассматривалась двухмассовая крутильная система двигатель – винт, причем только на одну массу (двигатель) действует возбуждение [359, с. 17]. Кроме того, в монографии Юрия Аркадьевича дается обзор

конструкций и патентов демпферов, получивших применение в двигателестроении [77, с. 247–269].

Эффективность применения маятниковых антивибраторов и простота их конструкции требовала разработки его теории и применительно к рядным многоцилиндровым двигателям. И такая теория была разработана в трудах А. Штейглица (Steiglitz A. *Beenfussung der Drehschwinger durch pendelnde Massen* Jachbuch der Deutschen Luftfahrtforschung, 1938) и И. Ш. Неймана [244]. Работа последнего была более глубокой и дала новое направление в области теоретических исследований маятниковых антивибраторов. Профессор Нейман рассматривал воздействие на многомассовую систему маятникового антивибратора, присоединенного к i -й массе, и выявил ряд его свойств:

1. Частота собственных колебаний системы (ω_c), к которой присоединен маятниковый антивибратор является функцией средней угловой скорости вращения коленчатого вала (ω).

2. В отношении крутильных колебаний, система из n масс с маятниковым антивибратором эквивалентна системе, в которой i -й момент инерции заменяется моментом инерции $I_{i\sigma}$, определяемым по специально выведенным равенствам.

3. Если маятниковый антивибратор настроен на ν -й порядок внешнего гармонического воздействия, на данной гармонике $I_{i\sigma} \rightarrow \infty$, т.е. в месте его присоединения располагается связь в виде жесткой заделки.

4. Систему, находящуюся под воздействием возбуждающих гармонических моментов ν -го порядка, можно совершенно освободить от крутильных колебаний этого порядка, если к массам, на которые действуют моменты присоединить маятниковые антивибраторы, настроенные на ν -й порядок [359, с. 19].

Наиболее полно, в самом общем виде теория маятникового антивибратора изложена в статье А. И. Чекмарева [344]. В ней автор рассматривает сложный маятник, являющийся системой с тремя степенями свободы, а также частные случаи маятников Тейлора и роликов Соломона.

В ХПИ исследования маятниковых антивибраторов после Ю. А. Гоппа продолжил другой ученик профессора Майера – Л. И. Штейнвольф

[191]. В своей работе он подробно рассмотрел их применение для гашения крутильных колебаний валопроводов ДВС и предложил метод расчета нерезонансных вынужденных колебаний системы с присоединенным маятниковым антивибратором и с учетом сопротивления системы. Для уточнения общих вопросов теории, методов расчета нерезонансных колебаний и эффективности воздействия маятниковых антивибраторов впервые была использована экспериментальная установка. Эта установка оказалась универсальным средством, позволяющим исследовать целый ряд вопросов крутильных колебаний [359, с. 211].

В тех случаях, когда с помощью антивибратора не удастся устранить опасные колебания, применяются демпферы колебаний. Эффект от их использования обычно больше [150, с. 6]. Существует множество разнообразных типов демпферов, но все они по принципу работы могут быть разделены на демпферы сухого и вязкого (жидкостного) трения. Главной деталью демпфера является маховик, который связан со ступицей либо поверхностями трения, либо полостью, заполненной маслом, что и определяет тип демпфера.

Одним из первых был демпфер сухого трения, получивший наименование поглотителя Ланчестера. Он состоит из двух маховиков, вращающихся на втулках и прижатых к ним с помощью специальных пружин через фрикционные кольца. В результате создаются силы сухого трения, которые заставляют маховик вращаться вместе с валом при равномерном вращении, но недостаточны при возникновении крутильных колебаний. В этом случае маховик проскальзывает относительно диска, что и приводит к совершению работы силами трения и, соответственно, рассеянию энергии. Теория демпфера сухого трения была развита в работе Ден-Гартога (J. P. Den Hartog, J. Ormondroyd, Trans. ASME, t. 52, p. APRM – 133 – 1930) [312, с. 254]. Демпферы сухого трения не получили широкого распространения из-за износа трущихся поверхностей и нарушения, в связи с этим настройки, а также возможности перекосов и заеданий.

Более широкое распространение нашли демпферы вязкого трения с упругой связью и без нее, резиновые различных типов и т.д. В демпфере вязкого трения маховик свободно насажен на втулку, а пространство

между ними, разделенное на две части специальными перегородками заполнено маслом. При равномерном вращении вала маховик вращается синхронно с ним, но при возникновении крутильных колебаний вала маховик, вследствие инерции отстает или опережает втулку. При этом масло, заполняющее пространство между маховиком и втулкой, перетекает из одной его части в другую, что создает сопротивление вращению маховика относительно втулки. При увеличении амплитуды колебаний увеличивается работа сил сопротивления, чем и достигается эффект их гашения.

Наибольшее распространение получили демпферы вязкого трения, в которых используется силиконовое масло. Эффективность и надежность силиконовых демпферов объясняется высокими свойствами силиконовых масел, таких как возможность широкого варьирования вязкости, химическая инертность, стабильность свойств. Одним из положительных свойств силиконовых масел является существенно нелинейная зависимость их кинематической вязкости от градиента скорости скольжения, что приводит к изменению коэффициента затухания в демпфере по нелинейному закону. Выражение для коэффициента затухания является существенно нелинейной гиперболической функцией относительной скорости скольжения. Но при малых ее значениях коэффициент затухания можно считать постоянным, а трение вязким [32].

Зависимость максимального упругого момента в любом месте системы от вязкости силиконового масла всегда имеет изолированный минимум. Это же относится к таким параметрам, как зазор между маховиком и ступицей демпфера, жесткость упругого крепления демпфера. Изменение вязкости силиконового масла приводит к сильному изменению той частоты, на которой достигается максимум упругого момента. Оптимальное значение параметра находят из решения минимаксной задачи. При поиске минимума целевой функции приходится многократно решать линейную задачу.

Трение в маятниковом антивибраторе слабо влияет на его свойства. После теоретического труда Мура (Moor The control of Torsional Vibration in Radial Aircraft Engines by Tuned Pendulums, J. Of the Aeronautical

Sciences, vol. 9, № 7, 1942) трение при разработке теории маятникового antivibratora не учитывается. Однако специально введенное в его конструкцию трение может резко изменить характер работы гасителя. Разработка этой идеи привела к созданию нового высокоэффективного средства борьбы с опасными крутильными колебаниями – маятникового демпфера. Теоретическое обоснование целесообразности такого устройства для гашения крутильных колебаний в двухмассовой системе было впервые предложено в 1954 г. Л. И. Штейнвольфом в докладе на научно-технической конференции ХПИ [150, с. 17]. Подробное теоретическое и экспериментальное исследование этого нового средства борьбы с опасными вибрациями провел ученик Льва Израилевича В. Н. Карабан [150].

Еще одним средством защиты коленчатого вала и передачи от добавочных динамических нагрузок при резком изменении режима работы стала *упругая муфта* (в 1930-е гг. она называлась эластичной). Первоначально она применялась в мощных авиационных двигателях а позже стала обязательной принадлежностью каждого двигателя [77, с. 51]. Особенно большие преимущества дает муфта с нелинейной характеристикой.

Наиболее широкое распространение получили муфты типа Фальк-Биби. В них ведущий диск соединяется с ведомым пластинами, заложенными в гнезда, имеющие криволинейные очертания. Благодаря этому жесткость муфты может меняться в широких пределах. Типичная характеристика такой муфты, т.е. зависимость упругого момента M от угла закручивания нелинейного участка φ представлена на рис. 4.6. Меняя толщину пластин и кривизну гнезд можно создавать муфты с различными нелинейными характеристиками. Данная конструкция муфты позволяет ей надежно работать при значительных перекосах и смещениях осей, т.е. она служит своего рода шарниром. О высокой надежности муфт типа Фальк-Биби говорит их широкое распространение в различных отраслях машиностроения [77, с. 33].

Включение такой муфты в крутильную систему валопровода делает последнюю существенно нелинейной, а это означает, что в ней могут проявляться различные нелинейные эффекты. Первоначально муфта рассматривалась только как средство уменьшения динамической нагрузки на зубчатые колеса редуктора. Однако она оказалась эффективным средством и для смещения резонансных зон. Практика применения нелинейных муфт также показала, что их можно использовать и как своего рода динамические виброгасители. Для этого муфту необходимо располагать вблизи узлов соответствующих форм колебаний [57, с. 227].

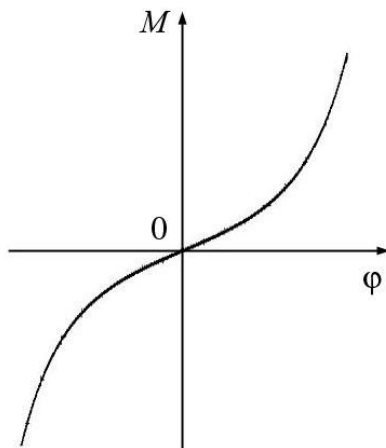


Рис. 4.5. Упругая характеристика муфты типа Фальк-Биби

Ю. А. Гопп провел расчетные и экспериментальные исследования муфты типа Фальк-Биби. Этому вопросу посвящена его статья [80], опубликованная в 1937 г. В ней подчеркивается, что проблема проектирования подобных муфт для устранения резонансных колебаний коленчатых валов авиационных моторов становится актуальной. Для исследования поведения нелинейной муфты была создана специальная экспериментальная установка. Кроме того, Гопп провел ряд расчетов, пользуясь разработанным им графическим методом. Достоверность своего метода он проверил на линейной модели, сравнивая результаты расчетов с аналитическим решением.

Проанализировав результаты экспериментов и расчетов, Юрий Аркадьевич пришел к выводу о целесообразности применения нелинейных муфт для гашения опасных резонансных колебаний в валопроводах быстроходных ДВС. По его мнению, опасные резонансные колебания в них не будут возникать, ибо угловое ускорение вала таково, что неизбежно будет происходить срыв колебаний на нижнюю ветвь [77, с. 51].

Кроме рассмотренного варианта муфты, еще с 40-х годов XX века в быстроходных двигателях применяются пружинные упругие муфты,

конструктивно выполненные вместе с редуктором [57, с. 226]. Главной частью такой муфты являются пружины, вставляемые в специальные ячейки. Благодаря их предварительному сжатию муфта имеет явно выраженную нелинейную характеристику типа «натяг». А для предохранения пружин от разрушения в муфте имеются ограничители.

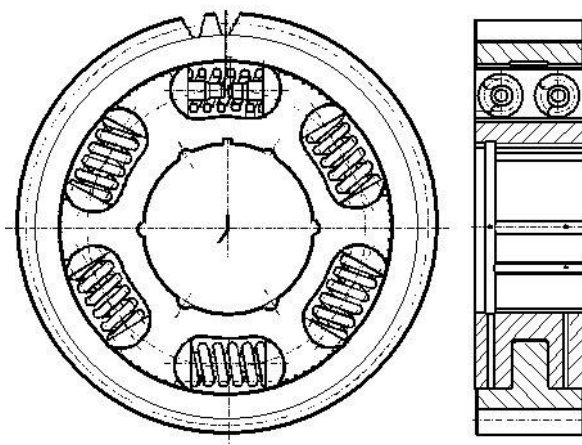


Рис. 4.7. Нелинейная упругая муфта

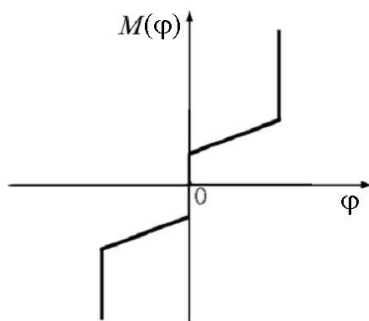


Рис. 4.8. Упругая характеристика муфты с натягом

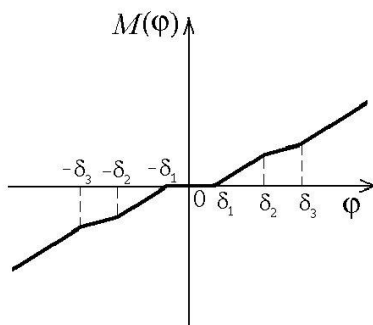


Рис. 4.9. Упругая характеристика муфты с учетом зазора и податливостей валов

4.4. Развитие методов динамических расчетов коленчатых валов

К концу 1930-х гг., наряду с крутильными, в коленчатых валах ДВС стали проявляться изгибные и продольные колебания. В отличие от крутильных, они сильнее демпфируются, так как в этих колебаниях участвуют также части корпуса двигателя. К тому же собственные частоты изгибно-продольных колебаний выше, чем у крутильных, так как опоры вала препятствуют изгибу. В связи с этим изгибно-продольные колебания попали в рабочий диапазон двигателя, а, следовательно, и в поле зрения исследователей, позже крутильных. Если изучение крутильных колебаний и их влияния на работоспособность трансмиссии было возможно с помощью примитивной модели, то оценка прочности самого коленчатого вала требовала более сложной. Поэтому, наряду с изучением крутильных колебаний, разрабатывался и второй подход – изучение изгиба коленчатых валов.

Оба подхода достаточно долго развивались практически независимо друг от друга, решали, по существу, различные задачи и, наряду с их очевидными достоинствами, обладали весьма существенными недостатками.

Первыми двигателями, в которых усталостные поломки коленчатых валов заставили обратить на себя внимание, причем не только от скручивания, но и от изгибных и продольных деформаций, были авиационные, удельная мощность которых гораздо выше, чем транспортных и стационарных. К тому же последствия выхода из строя авиационного двигателя гораздо серьезнее, да и само авиационное является более развитой и наукоемкой отраслью. Поначалу для повышения долговечности коленчатых валов были предприняты меры технологического характера. Улучшение качества обработки, шлифовка валов, накатка галтелей, применение специальных легированных сталей, повышение культуры сборки, а также азотирование и цементация принесли свои плоды. Вторым шагом стало улучшение конструктивных форм, уменьшение концентрации напряжений и т.п. Однако эти меры

полностью не сняли проблемы прочности и надежности коленчатых валов, и для их дальнейшего совершенствования потребовалось проведение расчетов. Применение методов теории упругости позволило учесть в динамических расчетах концентрацию напряжений в отдельных частях коленчатого вала, таких как галтели, отверстия, выкружки и др. [285].

В 1930-е гг. расчеты многоопорных коленчатых валов проводили, как правило, на основе максимального упрощения условий размещения вала на опорах, а саму прочность оценивали на основе соображений чисто статического характера. Многоопорный коленчатый вал представляет собой сложную пространственную статически неопределимую конструкцию, находящуюся под действием также пространственной системы сил. На первом этапе применялась разрезная схема коленчатого вала, при которой рассматривается одно, наиболее нагруженное колено, которое полагается свободно опертым по краям, а влияние соседних колен не учитывается. При этом считается, что коленчатый вал оперт посередине подшипников и может свободно поворачиваться на опорах. Такие предположения существенно упрощают задачу. Возможность расчета вала по разрезной схеме связана с неравномерным проседанием опор вала, неравномерной выработкой шеек и частичным защемлением шеек в опорах. Первые исследования по разрезной схеме были выполнены С. П. Тимошенко, А. Гесснером и К. Бицено [313, с. 590–591]. При этом колено вала заменяется стержневой конструкцией (рис. 4.10 *a*).

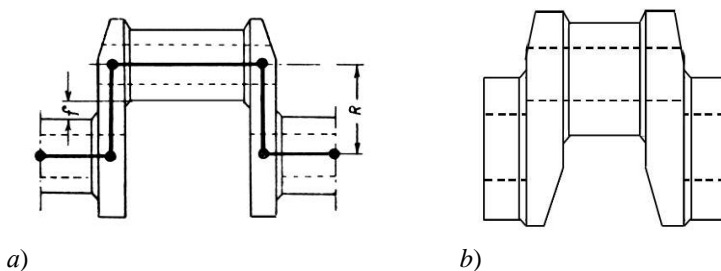


Рис. 4.10. Схема колена вала: *a* – старого типа, *b* – современного

Однако эти упрощения не имеют надежного теоретического и экспериментального обоснования, и актуальным стало использование более точных методов строительной механики и теории упругости. Исследование поломок вала, с одной стороны, и прочности материала, работающего в условиях переменных нагрузок, с другой, позволили осуществлять оценку прочности валов на динамической основе, определять точнее запасы прочности и эффективнее использовать материалы.

Следующим шагом было рассмотрение коленчатого вала, как статически неопределимой системы. Первая модель, рассматриваемая Р. Девилльером, представляла коленчатый вал в виде неразрезной балки постоянного сечения [96]. Впоследствии С. В. Серенсен показал, что такая замена дает отклонение в величине изгибающих моментов до 15 %. Однако для коленчатых валов быстроходных дизелей эти отклонения могут достигать 30 % [101, с. 288].

Наибольшую трудность в рассматриваемой задаче представляет раскрытие статической неопределимости. Наибольшей универсальностью обладает метод, предложенный С. П. Тимошенко [315] и названный им методом надпорных моментов. Степан Прокофьевич предложил рассматривать коленчатый вал как пространственную статически неопределимую рамную систему сложной конфигурации, находящуюся под действием сил давления газов и сил инерции неуравновешенных масс элементов вала и присоединенных к нему деталей кривошипно-шатунных механизмов. При вычислении коэффициентов влияния он использовал графоаналитический метод и ограничился только рассмотрением валов с симметричными коленами и одинаковой жесткостью коренной и шатунной шеек. При расчете вала надпорные моменты принимаются за «лишние» неизвестные. Метод предусматривает ряд упрощающих допущений, а именно:

1. вал считается свободно опертым посередине длины коренных шеек;
2. расчетная схема представлена в виде пространственной ломаной балки, очертание которой проходит по осевым линиям шеек и щек;
3. опоры считаются абсолютно жесткими.

Следует отметить, что в разрезной балке надпорные моменты равны нулю. Без существенных погрешностей можно ограничиться рассмотрением трехпролетной схемой, рассматривая данный пролет и смежные с ним, а остальные отбрасывая [101, с. 288].

А. Гесснер в работе «Mehrfach gelagerte, abgesetzte und gekröpfte kurbelwelle» (Berlin, 1926), рассматривая многоопорный пространственный коленчатый вал, усовершенствовал подход Тимошенко. Однако использование для вычисления коэффициентов влияния графоаналитического метода в случае несимметричных колен неудобно и усложняет задачу. Кроме того, Гесснер не учитывает сил инерции щек кривошипа, которые для быстроходных двигателей достигают значительных величин [316, с. 6].

И. И. Трапезин обобщил метод Тимошенко на валы с несимметричными коленами и с разной жесткостью шатунных и коренных шеек [316]. Наряду с графоаналитическим методом он использовал правило «перемножения эпюр» А. Н. Верещагина [322, с. 181–186], теоремы Бетти и Максвелла. В монографии [316, с. 41–130] И. И. Трапезин демонстрирует свой метод на примере расчета шестиколennого вала авиадвигателя Кертисс-Конкверор (Curtiss Conqueror). Результаты расчета показывают отличие от традиционного расчета до 35 %.

Применение методов Тимошенко, Гесснера и Трапезина позволило определить лишние неизвестные в многоопорном коленчатом валу, учитывая все его деформации. Метод Зодерберга [288, с. 4] дал новый, уже динамический, способ определения запасов прочности вала при переменных нагрузках, а также местное распределение напряжений, т.е. их концентрацию. Дальнейшее развитие методов расчета коленчатых валов в СССР связано с деятельностью директора Института строительной механики академика С. В. Серенсена. Он использовал в расчетах новые способы определения запаса прочности, представленные в труде [286].

Все существовавшие в 1930-е гг. методы расчета коленчатых валов основаны на рамно-балочной статической схеме, так как весь комплекс вопросов, связанных с созданием новых оснований расчета на прочность деталей машин, был еще недостаточно изучен. Попытки применить новые принципы расчета, основанные на выводах объемной задачи теории

упругости, были еще далеки от практического результата. Поэтому исследователям приходилось, сохранив старые принципы расчета, идти по пути уточнения существующих методов, учитывая факторы, которые до сего времени не принимались во внимание, но могущие существенно влиять на результаты расчета. Среди таких факторов можно назвать податливость картера двигателя, т.е. упругое оседание коленчатого вала. Сравнительные подсчеты, проведенные Серенсеном для шестиколенчатого вала [288], показали, что незначительное смещение одной из его опор дает изменение величин внутренних усилий, достигающее многих десятков процентов. Экспериментальные исследования, проделанные Институтом строительной механики АН УССР над восьмиколенчатым валом судового дизеля [265], также свидетельствовали о том, что опоры коленчатых валов следует считать упруго-оседающими под действием нагрузки [128, с. 2].

В годы Великой Отечественной войны сотрудники Института строительной механики, используя накопленный опыт в расчетах изгибных колебаний, внесли весомый вклад в совершенствование авиадвигателей, выпускавшихся на заводе № 26, работавшем в Уфе. Об этом будет рассказано ниже.

В послевоенный период в СССР стали появляться многочисленные работы по динамике и прочности коленчатых валов [100; 101; 281], проводившиеся в основном на базе ЦИАМ. В ряде работ еще используется статический подход. Так в статьях Р. С. Кинасошвили [281, с. 195–209] и Р. С. Кинасошвили и В. Я. Кушуля [100, с. 350–372, с. 398–421] дается подробный анализ поломок, происходящих в различных деталях авиационных двигателей, в том числе и в коленчатых валах. Здесь отмечается, что поломки последних происходят не только от крутильных, но также от изгибных и продольных колебаний, что иллюстрируется многочисленными фотографиями. Однако сами авторы приводят результаты квазистатических расчетов по разрезной схеме. В работе [101, с. 246–262] В. Я. Кушуль рассмотрел вопрос о влиянии выработки подшипников на прочность валов тяжелых тихоходных машин. В том же сборнике [101, с. 263–283] Э. Б. Слуцкая и О. Ю. Крамаренко опытным и расчетным путем исследовали влияние несоосности опор коленчатого

вала тракторного двигателя на его прочность. Ими применяется обычная расчетная схема коленчатого вала на жестких опорах с вычисленными коэффициентами влияния. Оказалось, что смещение опор на 0,1–0,2 мм, вызванное неправильным монтажом или износом коренных подшипников или шеек вала, может уменьшить запасы прочности в два-три раза.

Поскольку система вала является статически неопределимой, взаимные смещения опор, вызванные неточностью сборки, приводят к существенному перераспределению усилий в коленчатом вале, а именно, смещение опор между коренными подшипниками на 1/500 от величины пролета приводит к увеличению изгибающих моментов в 5–8 раз [101, с. 286].

Дальнейшее развитие квазистатических расчетов связано с применением ЭВМ, которые дали возможность рассматривать задачу в наиболее общей постановке – неразрезная схема на упругих несоосных гидродинамических опорах скольжения. Работы в этом направлении велись представителями различных школ. Сотрудниками ХПИ, доцентами В. Ф. Грозой и Е. А. Шорохом была предложена наиболее приспособленная для применения ЭВМ матричная форма метода надпорных моментов [89; 90; 357]. Для его применения коленчатый вал разрезается на отдельные колена в средних сечениях коренных шеек. Основная система образуется постановкой в этих сечениях так называемых шарниров Гука. Условием неразрывности деформаций является непрерывность упругой линии оси вала, проведенной по осям коренных шеек. Основное разрешающее уравнение метода включает матрицы податливости и геометрии вала, податливости и несоосности опор, векторы нагрузки для каждого расчетного положения вала. В результате расчета определяются внутренние силовые факторы: надпорные моменты, изгибающие и крутящие моменты в различных сечениях вала, реакции опор, т.е. получается полная картина распределения усилий в коленчатом вале за цикл работы двигателя.

Для раскрытия статической неопределимости наибольшее применение нашел метод сил, основанный на известном из сопротивления материалов уравнении трех моментов, а при учете податливости и несоосности опор – уравнении пяти моментов. Следует иметь в виду, что раскрытие статической неопределимости осуществляется в двух взаимно

перпендикулярных плоскостях в системе координат, связанной с вращающимся валом, для совокупности равноотстоящих его положений.

Однако метод имел существенные недостатки, а именно:

- конструкция коленчатого вала в конце 60-х гг. уже не позволяла представить колено стержнями с известными жесткостными параметрами, так как вал отличается значительным перекрытием шатунных и коренных шеек (см. рис. 4.10 *b*) и для определения его характеристик требовался либо натурный эксперимент, либо некоторые эмпирические гипотезы;

- отсутствовали расчетные методы определения податливостей опор вала;

- невозможность учета нестационарной несоосности опор, в том числе, связанной с зазорами в гидродинамических коренных подшипниках скольжения.

Указанные недостатки были в значительной мере преодолены в последующих работах Е. А. Шороха и Ю. Л. Тарсиса [117; 298; 300; 301]. Так для определения упругих характеристик коленчатого вала было предложено применение метода конечных элементов в трехмерной постановке, не изменяющее, однако основных положений метода надпорных моментов [300, с. 85–91]. Для этого отдельное колено, ограниченное средними сечениями коренных шеек, моделировалось трехмерными конечными элементами. Прикладывая к колену единичные нагрузки, в местах приложения реальных усилий при соответствующих граничных условиях, определяем углы поворота плоскостей надпорных сечений. Последние и являются необходимыми для расчета коэффициентами влияния. Следует отметить, что определение углов поворота надпорных сечений более корректная процедура, чем углов поворота упругой линии вала, так как в силу соизмеримости всех размеров элементов колена и влияния поперечных сил, различия между ними оказываются весьма существенными.

Параллельно с квазистатическим расчетом развивалась также и методика расчетов колебаний коленчатого вала. В одной из первых работ [100, с. 302–349] В. Я. Натанзон рассматривает изгибные колебания коленчатого вала авиационного двигателя, пренебрегая, однако их связью с крутильными и продольными колебаниями. Вал рассматривается как

многоопорная балка с одним коленом между опорами и сосредоточенной массой в средней плоскости шатунной шейки. К этой системе автор применяет **метод начальных параметров**. При этом смещение, угол поворота, изгибающий момент и поперечную силу на одном конце записывают через соответствующие величины на другом при помощи передаточной матрицы, которую получают из решения задачи о свободных колебаниях колена как стержневой системы (рис. 4.10 а).

В том же сборнике Ф. М. Диментберг рассматривает применение **метода динамических жесткостей** (МДЖ) для расчета связанных колебаний [100, с. 248–301]. В работе М. Л. Кемпнера [101, с. 186–245] для расчета изгибных колебаний коленчатых валов применяется **метод динамических податливостей**, который развивается применительно к системе с последовательно сопряженными элементами. При этом каждое звено заменяется рамой как при статическом расчете. Автор отмечает, что деление изгибных колебаний на продольные и поперечные искусственно, поскольку на самом деле эти колебания не существуют друг без друга. Под динамической податливостью упругой системы понимается отношение амплитуды перемещения к амплитуде усилия, которое возбуждает гармонические колебания системы. С помощью этого понятия вопрос об изгибных колебаниях коленчатого вала удалось связать с методами статического расчета.

М. Л. Кемпнер рассматривает два варианта – в первом пренебрегает связью между отдельными коленами вала, что осуществляется при помощи шарнира Гука в надпорном сечении [101, с. 243]. Второй вариант предполагает, что колена вала жестко защемлены, что характерно для широких подшипников.

В 1970-е гг. стали появляться исследования связанных колебаний коленчатых валов с применением ЭВМ. В ряде работ сотрудники ХПИ В. Ф. Гроза и В. Ф. Янушевская рассмотрели изгибно-продольные колебания в коленчатых валах тракторных двигателей [371; 372].

В 1975 г. А. М. Журавлева и В. И. Милков в работе [116] предложили метод расчета крутильно-продольно-изгибных колебаний коленчатого вала на основе матричной формы метода начальных параметров. При этом составляются матрицы перехода через колено, упругую опору, а также

участок вала переменной жесткости. Матрица перехода через стержни переменного поперечного сечения связывает параметры деформированного состояния в крайних сечениях стержня. Авторами составлена программа для ЭВМ М-222, которая позволяет выполнять расчеты крутильно-продольно-изгибных колебаний коленчатого вала с учетом его геометрии и условия закрепления на опорах.

На основе перечисленных работ и последующих исследований под руководством Е. А. Шороха на кафедре теоретической механики НТУ «ХПИ» был разработан пакет прикладных программ, позволяющий на стадиях проектирования и доводки двигателей проводить широкий спектр расчетных исследований с применением всех существующих расчетных схем для самых различных типов двигателей [136; 298]. Расчет предусматривает, кроме получения упомянутых выше результатов, определение интегральных характеристик прочности – коэффициентов запасов усталостной прочности в наиболее опасных сечениях. Это позволяет учесть, как отдельное, так и совместное влияние на прочностные характеристики вала, блока цилиндров и подшипников наиболее существенных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов.

Для исследования связанных вынужденных колебаний коленчатых валов вал заменяется стержневой системой на изотропно-упругих опорах, а расчет проводится с помощью метода динамических жесткостей [299]. Каждый стержень имеет два узла с шестью степенями свободы в каждом, которые соответствуют изгибу в двух плоскостях растяжению-сжатию и кручению. Полная модель коленчатого вала может также включать твердые тела, моделирующие присоединенные детали (муфты и маховики), обладающие только инерционными характеристиками. Матрицы динамической жесткости строятся на основе решения дифференциальных уравнений, полученных при рассмотрении изгибных, продольных и крутильных колебаний стержней с бесконечным числом степеней свободы. Заметим, что при частоте, равной нулю, матрицы динамической жесткости переходят в матрицы статической жесткости.

Для каждого участка системы записываются соотношения МДЖ, которые затем с помощью известных рекуррентных зависимостей позволяют получить полную динамическую модель вала. Алгоритм МДЖ до-

полнен учетом ответвлений, которыми могут являться, например, противовесы и упругие изотропные опоры. Учитывая также, что коленчатый вал представляет собой пространственную конструкцию, в алгоритме используются матрицы, связывающие локальные и глобальную системы координат. Для расчета вынужденных колебаний применяется разложение сил, действующих на вал, в ряд Фурье и принцип суперпозиции.

Задача идентификации упругих параметров стержней динамической модели (площадей, осевых и полярных моментов инерции сечений, а также длин) решается на основе сопоставления коэффициентов влияния колена вала, полученных с помощью метода конечных элементов и тех же коэффициентов, полученных для стержневой модели методами сопротивления материалов. Связь искомых параметров стержней с имеющимися коэффициентами влияния определяется прямоугольной матрицей. Для приближенного решения системы линейных алгебраических уравнений с прямоугольной матрицей используется метод наименьших квадратов, с помощью которого минимизируется вектор невязки данной системы.

На основании полученного решения формируется комплект параметров дискретной стержневой модели коленчатого вала. Следует отметить, что полученные в результате идентификации параметры совершенно не согласуются с аналогичными параметрами, определенными по чертежам, особенно для щек. Это подтверждает тот факт, что колено вала находится в трехмерном напряженно-деформированном состоянии и замена его стержневой моделью невозможна без проведения подобной идентификации. Предложенный метод реализован в виде программного модуля и включен в пакет прикладных программ по расчету связанных вынужденных колебаний коленчатого вала на ПЭВМ. Кроме того, в пакет включена программа определения собственных частот вала [190, с. 10–11].

ГЛАВА 5

ВКЛАД УКРАИНСКИХ УЧЕНЫХ В ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМ С ДВИГАТЕЛЯМИ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

Вклад украинских ученых в исследование динамики систем с двигателями внутреннего сгорания продемонстрируем на наиболее ярких примерах, оказавших влияние не только на развитие двигателестроения и теории колебаний, но и на важнейшие проблемы обороноспособности страны и народного хозяйства.

5.1. Исследование вибраций авиамоторов в 1930–1940-е годы

Авиационные поршневые двигатели явились первыми ДВС, для которых вопросы прочности и надежности невозможно было решить без исследования проблем вибраций. Это объясняется, в первую очередь тем, что их мощность на порядок выше, чем у автомобильных и к середине 1930-х гг. достигла тысячи лошадиных сил при массе менее одной тонны.

До революции в России по лицензиям западных фирм производились только тихоходные стационарные и судовые дизели. Исключение составлял Запорожский завод «Дюфлон, Константинович и К°» (сокращенно «Дека»)*. С 1916 г. там выпускался первый в России

* впоследствии завод № 29 им. Баранова – нынешнее украинское ОАО «Мотор Сич»

авиамотор – вертикальный однорядный шестицилиндровый двигатель «Мерседес» с водяным охлаждением мощностью 100 л.с. («Дека» М-100). Этот мотор, форсированный до 168 л.с., устанавливался на первом русском бомбардировщике «Илья Муромец».

В первые годы Советской власти все усилия были направлены в основном на восстановление разрушенного войной хозяйства. Были предприняты и некоторые попытки по созданию новой техники, в частности отечественных авиамоторов, однако они к успеху не привели. Исключение, пожалуй, составил стосильный пятицилиндровый звездообразный авиамотор М-11 конструкции А. Д. Швецова, созданный в 1927 г. для легкомоторной авиации. Им оснащались знаменитый У-2 (По-2) Н. Н. Поликарпова, АИР-6, УТ-1, УТ-2 и Як-18 А. С. Яковлева и многие другие. М-11, мощность которого удалось довести до 160 л.с., оказался самым долгоживущим отечественным двигателем. Однако создать более мощные авиамоторы советским конструкторам не удавалось. Причина неудач заключалась в общей технической отсталости страны, недостатке кадров, причем не только технической интеллигенции, но и квалифицированных рабочих, низкой культуре производства, отставании смежных отраслей, в первую очередь металлургии.

В связи с этим было решено в первую очередь освоить производство двигателей по лучшим иностранным образцам – в начале 1920-х гг. начался серийный выпуск моторов М-5 (американский «Либерти») и М-6 (французский «Испано-Сюиза» 8Fb) [33, с. 13]. Мощность этих двигателей достигала 400 л.с. С ноября 1929 г. под маркой М-17 был запущен в производство немецкий авиамотор BMW-VI мощностью 500 л.с. Все указанные двигатели были V-образными, 12-цилиндровыми, имели водяное охлаждение и применялись также в качестве танковых моторов.

В конце 1920-х гг. отечественная авиамоторная промышленность достаточно окрепла, что позволило начать подготовку к серийному производству моторов собственной разработки. Этому способствовало и развертывание научно-исследовательской работы в Центральном аэрогидродинамическом институте (ЦАГИ) и научно-исследовательском автомобильном и автомоторном институте (НАМИ), и создание в конце

1930 г. Центрального института авиационного моторостроения (ЦИАМ) [367, с. 245, 315]. Перед новым институтом, помимо исследовательской деятельности, была поставлена задача создания опытных двигателей для серийного производства. Первоначально в тематический план включили разработку 12 типов бензиновых двигателей и двух типов дизелей. Из них в серийное производство пошли только два: бензиновый мотор М-34 конструкции А. А. Микулина и дизель АН-1 (авиационный нефтяной) А. Д. Чаромского. Оба эти двигателя в дальнейшем многократно и успешно модифицировались, образовав семейства «АМ» и «АЧ»*.

Первенец семейства «АМ» – двигатель М-34 имел размерность серийного лицензионного двигателя М-17 (BMW-VI), что позволило в значительной мере использовать технологию и опыт производства, но радикально отличался от него по своей конструкции. Блоки цилиндров, верхняя и нижняя половины картера стягивались шпильками в единую силовую схему, свободную от действия растягивающих сил. На основе этой схемы были созданы все дальнейшие модификации. Многолетний опыт эксплуатации моторов семейства «АМ» показал их высокую эффективность [33, с. 13].

С 1935 г. при серийных заводах были созданы самостоятельные опытно-конструкторские бюро (ОКБ), в которых и сосредоточился основной объем опытного строительства. Для более полного использования зарубежного опыта, а также увеличения номенклатуры авиационных двигателей была произведена покупка лицензий на ряд наиболее совершенных образцов. Самыми распространенными из них стали V-образные моторы BMW и «Испано-Сюиза», а также радиальные (звездообразные) двигатели фирм «Райт» (США) и «Гном-Рон» (Франция). ОКБ, которым было поручено внедрение этих двигателей в производство, сразу же предпринимали меры к их дальнейшему совершенствованию. Перечисленные моторы и положили начало авиационному двигателестроению в СССР, на их освоении и модификации сформировались отечественные конструкторские бюро.

* В годы Великой Отечественной войны авиадвигатели стали обозначать по начальным буквам имени и фамилии конструкторов

Базовым в семействе двигателей «ВК» главного конструктора В. Я. Климова стал V-образный 12-цилиндровый авиамотор водяного охлаждения, мощностью 750 л.с. «Испано-Сюиза» 12Ybrs, производившийся с 1935 г. под маркой М-100. Путем модификации этого двигателя были созданы моторы М-100А мощностью 860 л.с. и М-103, на котором увеличили степень сжатия, форсировали его по оборотам и наддуву (за счет увеличения оборотов крыльчатки нагнетателя). М-103, выпускавшийся серийно с 1938 г., достиг мощности 1 000 л.с. В 1939–1940-х гг. в сравнительно небольших количествах делали М-104, на котором установили двухскоростной нагнетатель, с помощью которого не только улучшили высотные характеристики, но и нарастили мощность до 1 100 л.с.

КБ А. Д. Швецова в Молотове (ныне Пермь) создавало семейство «АШ» на базе звездообразного 9-цилиндрового двигателя воздушного охлаждения «Райт» R-1820-F3 «Циклон» мощностью 750 л.с. Договор с корпорацией «Кэртис – Райт» подписали в апреле 1933-го. 1 июня следующего года первый двигатель М-25, собранный на заводе № 19 из американских деталей, поставили на стенд. Швецов начал с перевода «Циклона» на отечественные материалы и комплектующие. В июле – августе 1935 г. М-25 успешно прошел госиспытания, а к концу года уже удалось избавиться от импорта из США большей части деталей. Одновременно появился усовершенствованный М-25А. Основным его отличием стало применение маятникового антивибратора на коленчатом валу. Максимальная мощность возросла с 700 до 730 л.с. Годом позже появился М-25В (775 л.с.), запущенный в серию в 1937 г.

В 1937 г. на испытания поставили еще одну модификацию «Циклона» серии G – двигатель М-62 с взлетной мощностью 1 000 л.с. С марта 1939-го его выпускали серийно на двух заводах – № 19 и № 24. В 1940 г. М-62 по объему выпуска уступал только авиадвигателю М-103. Дальнейшим его развитием стал М-63, форсированный по оборотам и наддуву, благодаря чему мощность дошла до 1 100 л.с. Двигатель получил целый ряд новинок, скопированных с американского «Циклона» R-1820-G2: но-

вый карбюратор, удлиненные поршни с усиленными днищами, усиленный главный шатун. Государственные испытания М-63 успешно завершились в январе 1939 г., в том же году его начали серийно выпускать на заводе № 19. В 1940 г. этих моторов уже делали ненамного меньше, чем М-62, а устанавливали их на истребители Н. Н. Поликарпова И-16 и И-153.

Конечно, выпуск лицензионных двигателей позволял экономить время и средства, благодаря использованию не только готовой конструкции, но и технологии и, самое главное, отсутствию мучительного процесса доводки двигателя. Однако выпуск готовых двигателей означал отставание советской авиапромышленности, а также не позволял отечественным конструкторам приобрести необходимый опыт.

Гражданская война в Испании, особенно на ее завершающей стадии, показала отставание советских самолетов от зарубежных и по скорости, и по «потолку», и по вооружению. Для создания новых машин требовались более мощные двигатели, и перед конструкторами была поставлена задача разработки оригинальных конструкций двигателей, не уступающих зарубежным образцам.

В Рыбинске в КБ В. Я. Климова, которое работало при заводе № 26, создали новый авиадвигатель М-105, проект которого разрабатывался еще с 1937 г. По сравнению с М-103 двигатель получил усиленные картер, блок, шатуны и коленчатый вал. Головки стали трех- вместо двухклапанных. Чтобы сделать более надежными уплотнения и увеличить толщину стенки гильзы цилиндра, ее внутренний диаметр уменьшили на 2 мм, хотя это и нарушало взаимозаменяемость с предыдущими моделями. На М-105 также увеличили обороты и степень сжатия в цилиндрах. Наряду с мотором обычного типа, устанавливавшимся на бомбардировщиках Ар-2, Ер-2 и Пе-2, выпускался и пушечный вариант – М-105П, использованный в истребителях Як-1 и ЛаГГ-3. В нем в развале блока цилиндров размещалась автоматическая авиационная пушка, стреляющая через полый вал пропеллера, что обеспечивало стрельбу без синхронизации с его вращением. Это был первый серийный советский двигатель такого типа.

В июле 1938 г. опытные образцы М-105 уже проходили летные испытания. Но доводка затянулась, и лишь через год мотор смогли запустить в серию. Однако до весны 1940 г. надежность мотора оставалась весьма низкой. Возникали трещины в клапанной коробке и на коренных шейках коленчатого вала, прогорали выхлопные клапаны [367, с. 248].

В Рыбинске изготовили также первую серию нового двигателя М-107, который являлся дальнейшим развитием М-105, но с большими изменениями. В первую очередь это коснулось системы питания: часть воздуха шла после нагнетателя в обход карбюратора в цилиндры, карбюратор же подавал обогащенную смесь. Переделали блоки, ввели четырехклапанное газораспределение, усовершенствованный редуктор.

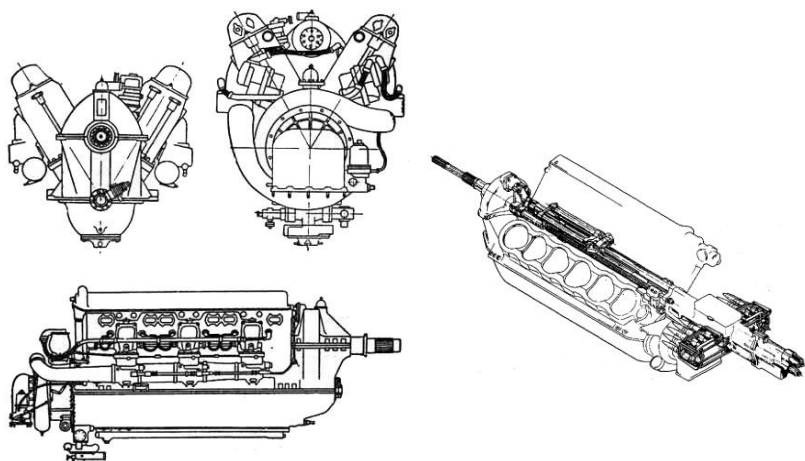


Рис. 5.1. Общий вид авиадвигателя М-105 (слева) и схема установки авиапушки Ш-37 в развале блока цилиндров (справа)

Организацией серийного производства авиадвигателя М-105 лично интересовался Генеральный секретарь ЦК ВКП(б) и председатель Совнаркома И. В. Сталин. 21 ноября 1940 г. руководство завода № 26 и Ярославского обкома ВКП(б) получили телеграмму, подписанную И. В. Сталиным и заместителем председателя Совнаркома В. М. Молотовым, в кото-

рой первые руководители государства требовали увеличения серийного выпуска мотора М-105, взамен устаревшего М-103. В ней, в частности говорилось: «Нас мало интересует производство мотора М-103. Эти моторы не являются современными, не годятся для серьезного боя, они скоро станут обузой для государства. Нас интересует производство моторов 105, простых и пушечных. Эти моторы нас более или менее приближают к современной технике. Мы хотели бы, чтобы производство моторов 105 нарастало у нас изо дня в день. Мы требуем, чтобы уже в ближайшие дни завод производил не 7 моторов в день, а 12, 15 и больше. Пишите нам сводки о производстве моторов 105, о достижениях завода будем судить по нарастанию производства моторов 105. Считаем нужным сообщить Вам, что месяца через 3–4 мы особенно будем интересоваться производством моторов 107. Эти моторы вполне современные, и они полностью ставят нас на уровень современной техники» [258, с. 81–82; 260, с. 56].

Соответствующие меры по увеличению производства новых авиамоторов были приняты, и к началу войны было изготовлено и отгружено самолетостроительным заводам 3178 моторов М-105, 2513 моторов М-105П, а также 15 моторов М-107. В 1941 г. М-105 побил все рекорды серийного выпуска, было собрано в общей сложности 11 465 моторов, из них почти половина – пушечных [258, с. 82].

Что касается авиамотора М-107, то по планам предполагалось к 1 мая 1941 г. довести его ресурс до 100 часов и приступить к серийному производству, выпустив до конца года 2000 моторов. Однако стендовые испытания выявили множество недостатков, таких как тряска, выбросы масла, скачки давления, постоянный выход из строя свечей, прорыв газовых уплотнений. Реально лишь в августе 1941 г. ресурс М-107 довели до 50 часов. В серию его пустили в 1942-м, а на вооружение приняли лишь в декабре 1943 г., но из-за небольшого ресурса он не нашел широкого применения в ВВС, и до конца войны основным двигателем для истребителей Як разных модификаций и бомбардировщиков Пе-2 оставался авиамотор М-105. О том, с какими трудностями сталкивались разработчики двигателей КБ В. Я. Климова, будет рассказано ниже.

В КБ А. Д. Швецова были созданы 14-цилиндровые двигатели воздушного охлаждения в виде двухрядной «звезды» оригинальной

конструкции – М-82 (АШ-82) и впоследствии ее модификации АШ-82ФН и АШ-83. С целью снижения лобового сопротивления количество цилиндров в ряду уменьшили с девяти до семи, а также уменьшили ход поршня до 174,5 мм до 155 мм, что позволило сделать мотор более компактным. Весной 1940-го этот двигатель выставили на государственные испытания, а затем изготовили установочную серию. Практически все КБ делали попытки использовать на своих самолетах этот мощный двигатель. С ним испытывались МиГ-3, Пе-2, Ил-2, Як-7, Пе-8, и др. Проблемы возникали из-за большого веса мотора (он тяжелее М-105 на 250 кг), а, следовательно, и нарушения центровки, и большего размера. И только в КБ С. А. Лавочкина добились успеха – в кратчайший срок в 1942 г. был подготовлен выпуск истребителя Ла-5 с мотором АШ-82 [367, с. 240–250].

Начавшаяся 1 сентября 1939 г. Вторая мировая война заставила ускорить процесс перевооружения советской авиации. В 1939–1940 гг. конструкторским бюро удалось создать новейшие типы самолетов, во многом не уступавших зарубежным аналогам: истребители МиГ-3, Як-1, ЛаГГ-3, пикирующий бомбардировщик Пе-2, штурмовик Ил-2. Проблема состояла в том, чтобы в кратчайшие сроки внедрить их в производство. Накануне войны авиадвигатели производились на семи серийных заводах. В 1940 г. они выпустили 21 447 двигателей, что практически полностью обеспечило ВВС РККА и ГВФ, и доля импорта была ничтожно малой. Но в подавляющем большинстве авиадвигатели, производившиеся заводами СССР, представляли собой более или менее модернизированные копии иностранных конструкций. Внедрение же в производство новых моторов шло неудовлетворительно. В записке командующего ВВС Я. В. Смушкевича и военного комиссара ВВС Ф. А. Агальцова в политическое управление РККА в мае 1940 г. подчеркивалось: «Основным тормозом в развитии наших самолетов является мотор и отсталость в этом плане от передовых стран очень велика. Моторы М-63, М-88, М-105 ненадежны и имеют большое количество дефектов».

Пока советские моторостроители занимались внедрением в производство лицензионных двигателей, проблемы вибраций их почти не беспокоили, так как отечественные двигатели отличались от западных аналогов только материалами, замена которых не влияла на инерционные

и упругие свойства деталей моторов. И только когда на базе импортных двигателей стали создаваться свои оригинальные конструкции, возникли и проблемы колебаний.

Как уже отмечалось, ведущей организацией Украины в области динамических расчетов на прочность был Институт строительной механики АН УССР, с работами которого в этой области считались и в центральных институтах Советского Союза. Важнейшей из решаемых в институте проблем была динамическая прочность коленчатых валов, главным образом авиационных двигателей. Еще в 1936 г. по договору с ЦНИИМаш была выполнена тема: «Расчет динамической прочности многоопорных коленчатых валов». Результаты этой работы были использованы при разработке расчетных карт для КБ моторостроительных заводов [17, ед. хр. 64, л. 19]. По заданию № 225 в 1939 г. разрабатывалась тема «Изучение динамической прочности коленчатых валов быстроходных двигателей», которая заканчивалась в январе 1940 г. [17, ед. хр. 53, л. 5]. Несмотря на определенные успехи в совершенствовании коленчатых валов и методов расчета их динамической прочности, в эксплуатации и при опытных испытаниях моторов часто наблюдались случаи поломки коленчатых валов, указывающие на их недостаточную прочность в отношении динамических нагрузок [17, ед. хр. 54, л. 1–2].

В связи с этим при 3-м Главном управлении НКАП 2 августа 1939 г. состоялось совещание по вопросу увеличения прочности коленчатых валов авиамоторов. На нем присутствовали академик АН УССР С. В. Серенсен и ЦИАМа, НИИ ВВС КА, и моторостроительных заводов № 16 и № 24. На совещании были намечены мероприятия по совершенствованию коленчатых валов. В выводах совещания говорится:

«В эксплуатации и при опытных испытаниях моторов наблюдаются случаи поломки коленчатых валов, указывающих на их недостаточную прочность в отношении динамических нагрузок.

Работы по увеличению прочности коленчатых валов проведены за границей в части изменения формы коленчатого вала дали значительный эффект (Германия – работы проведены на двигателе ЮМО).

В условиях Советского Союза работы по подбору наиболее выгоднейшей формы коленчатого вала в отношении усиления его вибропрочности поставлены в

Институте строительной механики и будут проводиться под руководством академика СЕРЕНСЕНА.

Программа указанных работ предусматривает проведение испытаний намеченных моделей с тем, чтобы к концу 1939 г. получить конкретные результаты исследования применительно к условиям производства и технологии моторных заводов НКАП.

Намечаемые мероприятия по изменению конфигурации вала, отверстия шатунных и коренных шеек, форма галтели, а также форма щеки позволяют увеличить предел усталости вала до $10\text{--}15 \text{ кг/мм}^2$ вместо существующей – 7 кг/мм^2 .

Для выявления влияния геометрии коленчатого вала на прочность.

1. Просить начальника 3-го Главн. управления НКАП разместить заказ на заводах по изготовлению моделей по чертежам, представленным Институтом строительной механики и обязать заводы изготовить испытываемые образцы не позднее 1/XI с.г.

2. Институту строительной механики разработать чертежи опытных образцов коленчатых валов применительно к существующей технологии на заводах 3-го Главн. Управления и существующих конфигураций.

Для обеспечения проведения испытаний в 1939 г. Институту строительной механики разработать и представить чертежи опытных образцов не позднее 20 сентября с.г.

3. При разработке чертежей Институту строительной механики необходимо учесть размеры испытываемых образцов, которые должны быть максимально приближены к натуральным размерам. Модели разработать как для рядного мотора, так и для звездообразного (разъемного коленчатого вала).

Материал для всех испытываемых образцов принять 53А-1.

Для получения исчерпывающих данных о действительных нагрузках коленчатого вала в условиях его эксплуатации.

Просить Институт строительной механики провести испытания части моделей на кручение, а части моделей на кручение с изгибом.

4. Просить Институт строительной механики периодически по окончании отдельных этапов работы по указанным испытаниям ставить в известность моторостроительные заводы НКАП.

Кроме того, разослать заводам материалы по ранее проведенным работам Института по изучению вибропрочности (влияние волосовин, различных материалов, обработки и др. факторов)» [17, ед. хр. 54, л. 1–2].

Через месяц началась Вторая мировая война, и частная проблема динамической прочности коленчатых валов, вследствие отставания нашей авиации, по причине малой надежности новых мощных моторов, приобрела важнейшее стратегическое значение. Принятое на совещании решение заметно активизировало работы Института строительной механики в области динамической прочности коленчатых валов авиадвигателей. В нем была организована группа прочности при переменных нагрузках и работа велась по нескольким направлениям. Одно из них это крутильные колебания валопроводов.

Модели валопроводов рядных авиамоторов значительно проще, чем у наземных машин из-за отсутствия коробки перемены передач и представляют собой многомассовую (около десяти) неразветвленную дискретную систему. Расчет крутильных колебаний в линейных моделях к концу 1930-х гг. был уже хорошо освоен и мог быть при необходимости проделан в заводских КБ. Однако в рядных авиамоторах крутильная система валопровода включала нелинейности, поскольку пропеллер соединялся с валом двигателя посредством зубчатой передачи, в которой всегда имеется технологический зазор, к тому же в передачу включалась упругая муфта, характеристика которой, как правило, была нелинейной. Типичная схема валопровода двенадцатцилиндрового рядного авиамотора приведена на рис. 5.2. К тому моменту хорошо освоены были только расчеты нелинейных систем с одной степенью свободы, поэтому исследователи сводили коленчатый вал к одной маховой массе. Однако для быстроходных двигателей такой подход был неприемлем. В связи с этим в 1940 г. Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым был разработан новый эффективный способ построения резонансных кривых для нелинейных крутильных колебаний, который позволяет практически осуществить расчеты, весьма важные в авиамоторостроении.

На основе этого способа Илья Маркович Тетельбаум (1910–1992) под руководством С. В. Серенсена выполнил внеплановую работу «Построение резонансных кривых в системах с нелинейными муфтами» [17, ед. хр. 65, л. 20]. Автор, пользуясь методами нелинейной механики, установил непосредственную простую аналитическую зависимость между нелинейной характеристикой упругого элемента системы, взятой в виде

полинома пятой степени, и формой резонансной кривой. Это упростило расчет по сравнению с громоздкими графическими методами, еще применяемыми в то время, и облегчило выбор рациональных характеристик ряда упругих элементов, в том числе и муфт. Дифференциальное уравнение динамического равновесия системы с одной нелинейной упругой связью для внутренних крутильных колебаний решалось с помощью метода Пуанкаре [17, ед. хр. 66, л. 16–19]. Работа была произведена в порядке подготовки тематики 1941 г. и имела большое значение для анализа динамики авиационных моторов [17, ед. хр. 65, л. 20].

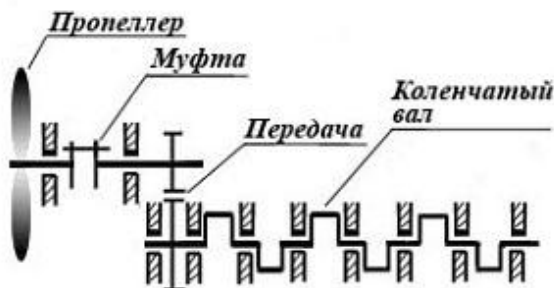


Рис. 5.2. Схема валопровода рядного авиадвигателя

Работы по динамической прочности коленчатых валов возглавил академик С. В. Серенсен, который к тому времени уже оставил пост директора института. В состав отдела, которым он руководил, наряду с другими сотрудниками, вошли будущие видные ученые А. Д. Коваленко, Г. С. Писаренко и И. М. Тетельбаум. К важнейшим научным достижениям 1940 года этого отдела и института в целом относится новый способ определения расчетных усилий и упругой схемы коленчатого вала. Он основан на глубокой теоретической и экспериментальной разработке метода расчета на прочность многоопорных коленчатых валов. Данный способ позволил не только уточнить, но и упростить определение запасов прочности вала и предназначался для практических расчетов в конструкторских бюро [17, ед. хр. 65, л. 12].

Для дальнейшего сокращения вычислительной работы по определению крутящих моментов от вынужденных колебаний, было обосновано предложение об использовании для этой цели электромеханического моделирования колебательной системы вала. Эти результаты намечено использовать в расчете валов быстроходных авиационных двигателей.

Кроме того, впервые для исследования напряженного состояния вращающихся лопаток турбонагнетателей применена моментная теория оболочек. Работа, выполненная старшим научным сотрудником, кандидатом технических наук А. Д. Коваленко, предназначалась для практического использования в проектных бюро моторостроительных заводов.

В связи с необходимостью обоснования критериев динамических расчетов валов разрабатывалась тема №7 «Влияние пластических деформаций асимметричного цикла на прочность валов при крутильных колебаниях». Руководитель – академик С. В. Серенсен, исполнители И. М. Тетельбаум, А. И. Комай и В. М. Вахарев [17, ед. хр. 64, л. 6]. В рамках этой темы в 1940 г. было выполнено:

По разделу «а» (С. В. Серенсен, В. М. Вахарев) «Изучение явлений пластических деформаций и разрушения в зависимости от асимметричного цикла и концентрации напряжений» обработаны литературные данные и освоена методика определения предела упругости при переменных напряжениях. Спроектирована установка для изучения условий пластичности при плоском напряженном состоянии. Выполненная часть работы является подготовительной.

По разделу «б» (С. В. Серенсен, И. М. Тетельбаум, В. А. Волк и Г. С. Писаренко), выполняемому по договору с ЦНИИ-45, совместно с ЦИАМ разработана методика определения допускаемых напряжений при крутильных колебаниях в коленчатых валах. Произведен анализ методики статического и динамического расчета вала при крутильных колебаниях, а также примерный расчет. Разработана табличная схема расчета прочности многоколенчатого вала. Разработаны упрощенная и уточненная методики расчета на прочность коленчатых валов применительно к их различным типам. Произведены статические испытания вала в ЦНИИ-45 и модели в лабораториях института.

Работа по теме №7 координировалась с Институтом механики АН СССР и ЦИАМ, а ее окончание было перенесено на 1941 г. [17, ед. хр. 65, л. 21].

В области экспериментальных исследований в рамках темы №12 (исполнители А. И. Комай и И. М. Тетельбаум), выполняемой по договору с НИИ ВВС КА, велась разработка установки для изучения вибраций коленчатых валов [17, ед. хр. 64, л. 9]. В результате была разработана конструкция и расчет установки для определения частот собственных изгибных и продольных колебаний коленчатых валов звездообразных моторов. Результаты работы были предпосылкой для составления рабочего проекта и постройки установки для опытных исследований валов, которая планировалась на 1941 г. [17, ед. хр. 65, л. 17].

В 1941 г. Институт строительной механики впервые принял участие в разработке комплексной проблемы, поставленной перед АН СССР – «Развитие теории конструирования и расчета машин», заключающейся в научном обосновании задачи конструирования новых машин с наиболее целесообразным использованием металла, выдвигаемым практикой современного машиностроения. Институт строительной механики в рамках этой программы принимал участие в разработке вопросов расчета машин на прочность, определении новых механических характеристик металла, а также в подготовке нормативных материалов и пособий для конструкторов. Вопросы эти отражены в его тематическом плане и включены в план указанной комплексной проблемы по АН СССР [17, ед. хр. 74, л. 12]. В 1941 г. институт должен был почти вдвое увеличить объем работ по сравнению с 1940 г. и значительно усилить свои связи с научно-исследовательскими организациями и промышленностью СССР [17, ед. хр. 74, л. 14]. Большое внимание в плане уделялось исследованию прочности авиамоторных деталей, таких как коленчатые валы, клапаны, клапанные пружины, колеса нагнетателей и др., а также разработке методики измерений и постройке аппаратуры для исследования моторных деталей [17, ед. хр. 77, л. 16]. Отдельной строкой в план включено исследование прочности коленчатых валов в связи с колебаниями [17, ед. хр. 74, л. 25]. В соответствии с этой программой в годовой тематический план научно-исследовательских работ института на 1941 г.

была запланирована тема «Расчет многоколенчатого вала на динамическую прочность при наличии крутильных колебаний» [17, ед. хр. 74, л. 1] и тема: «Разработка конструкции стенда для испытания на усталость коленчатых валов» [17, ед. хр. 74, л. 2].

Как уже отмечалось, в годы Великой Отечественной войны Институт строительной механики был эвакуирован в Уфу, где его сотрудники активно работали на авиамоторном заводе № 26 НКАП. Основной продукцией завода был новый авиамотор М-105 конструкции В. Я. Климова. В ходе боевых действий выяснилось, что наши истребители уступают «Мессершмидтам» в скорости и скороподъемности из-за недостаточной мощности двигателя, вследствие чего несут большие потери. Была поставлена задача: в кратчайшие сроки повысить мощность мотора М-105, при этом, не снижая, а даже увеличивая темпы его выпуска. Сделать это решили за счет увеличения подачи топлива, без изменения размеров деталей. Однако после форсирования двигателя многие детали, имевшие и без того небольшой запас прочности, в пределах 1,1 – 1,2, стали выходить из строя. Наблюдались поломки передачи от двигателя на винт, деталей цилиндрико-поршневой группы, коленчатого вала и даже самого картера двигателя. Необходимо было упрочнить указанные детали за счет качества материала и конструктивных форм без изменения их габаритов [260, с. 57].

Бригада динамики и прочности ОКБ В. Я. Климова занималась экспериментальными исследованием работоспособности наиболее нагруженных деталей и узлов и их перепроектированием с повторными испытаниями. Однако такой способ улучшения конструкции оказался малоэффективным. Тут на помощь моторостроителям пришли сотрудники Института строительной механики. Совместно с конструкторами ОКБ, под руководством академика С. В. Серенсена они вели модернизацию и модифицирование деталей, узлов, систем на базе расчетно-экспериментальных исследований: тензометрических, торсиографических, вибрационных измерений напряжений и перемещений, расчеты крутильных и изгибных жесткостей. В силовых элементах деталей применялись рациональные формы сопряжения (эллиптические и многорадиусные галтели), широко использовалось упрочнение деталей

химико-термической обработкой, наклепом. Снижения напряжений в добивались введением оптимальных жесткостей в системе вал – винт, по возможности исключавших в диапазоне эксплуатационных режимов резонансы. О том, что сотрудники института сразу включились в работу, свидетельствует тематика, приведенная в отчете о ходе выполнения научно-исследовательских работ за III квартал 1941 г.:

«– тема № 1. Разработка конструкций испытательных машин на усталость применительно к моторным деталям и металлу (руководитель акад. С. В. Серенсен);

– тема № 2. Разработка методики исследования аварийных коленчатых валов (акад. С. В. Серенсен);

...

– тема № 4. Разработка методики исследования авиационных клапанов (член-корр. Ф. П. Белянкин);

– тема № 5. Разработка аппаратуры и методики для измерения динамических и статических напряжений в деталях мотора (С. В. Малашенко);

– тема № 7 Влияние поверхностной закалки токами высокой частоты на прочность металла в условиях работы моторных деталей (чл.-корр. Б. Д. Грозин);

– тема № 8. Расчет на прочность колес нагнетателей авиационных моторов (акад. С. В. Серенсен);

...

– тема № 14. Прочность и устойчивость конструкций из тонкостенных стержней применительно к самолетостроению (член-корр. Н. В. Корноухов);

...

– тема № 17. Исследование явления резонанса в системах с любым числом степеней свободы (акад. Н. М. Крылов)» [17, ед. хр. 76, л. 2–5].

В рамках последней темы, имеющей более широкое значение, были разработаны принципиальные основы метода построения резонансной кривой для вала, в крайних пролетах которого содержатся нелинейные упругие элементы.

Особенно важной стала работа отдела динамической прочности, насчитывавшего четырех научных сотрудников, а именно, руководитель – академик АН УССР С. В. Серенсен, А. Д. Коваленко, Г. С. Писаренко и И. М. Тетельбаум. Основной задачей этого отдела стала разработка методики исследования аварийных коленчатых валов [17, ед. хр. 76, л. 2].

Вопрос возник в связи с повышением быстроходности авиамоторов и возникновения резонанса изгибных колебаний коленчатого вала. В результате деятельности отдела был разработан метод расчета прочности коленчатых валов рядных двигателей [17, ед. хр. 86, л. 4]. По этой работе, выполненной на заводе № 26, в основном старшими научными сотрудниками А. Д. Коваленко и Г. С. Писаренко, получен следующий отзыв ЦИАМ: «Результаты выполненных работ способствовали выяснению причин аварийности, усовершенствованию методики исследования в заводских лабораториях и применению новых методов динамических испытаний в механических измерениях» [17, ед. хр. 86, л. 5].

Важнейшая задача о крутильных колебаниях коленчатых валов авиамоторов рассматривалась академиком Н. М. Крыловым и членом-корреспондентом Н. Н. Боголюбовым в рамках проблемы «Нелинейная механика». О том, насколько опасными могут быть эти колебания, свидетельствуют торсиограммы авиамотора М-105, приведенные в работе [245, с. 52], см. рис. 5.3. На них явно видно две резонансные области – в зоне 1760 об/мин резонирует главная – шестая гармоника, а в зоне 2080 – пятая. Угол закручивания коленчатого вала при этом доходит до $1,2^\circ$, а характер кривых говорит о явно выраженном нелинейном характере резонансных колебаний.

Основоположниками нелинейной механики был построен энергетический метод, позволяющий из непосредственных энергетических соображений получить для вынужденных колебаний уравнения 1-го и 2-го приближения. Энергетический подход позволяет также по выражению виртуальной работы судить о характере возможных резонансов. Метод был использован при расчетах резонансных крутильных колебаний коленчатых валов и передач авиамоторов с нелинейными муфтами [17, ед. хр. 86, л. 5]. Работа была доложена на декабрьской сессии АН УССР 1942 г. в докладе «Энергетические методы нелинейной механики». В резолюции принято решение: «Считать желательным дальнейшее развитие энергетического метода для исследования нелинейных колебательных процессов» [17, ед. хр. 87, л. 49].

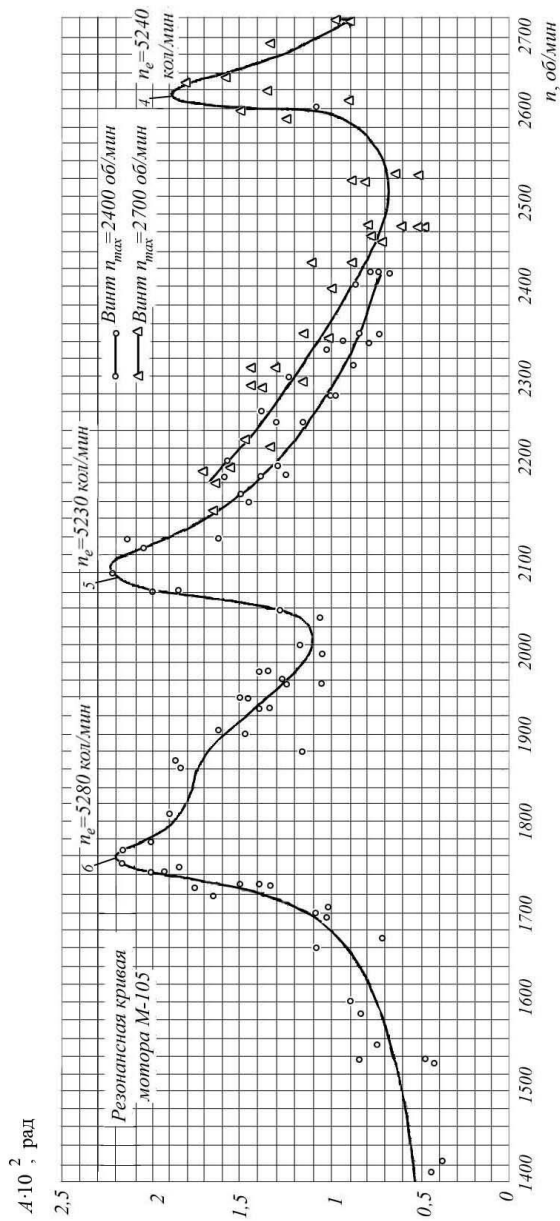


Рис. 5.3. Торсиограммы крутильных колебаний авиадвигателя М-105

Методы Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова для расчетов нелинейных систем валопроводов авиамоторов были внедрены не только на авиамоторных заводах, но и в ЦИАМ. В работе 1943-го года [242] сотрудник ЦИАМ В. Я. Натанзон применяет методы нелинейной механики Крылова – Боголюбова для расчетов крутильных колебаний валопроводов авиационных рядных моторов с нелинейной муфтой. При этом для решения на каждом шаге итерационного процесса он применяет метод Толле. Для расчета вынужденных колебаний применяется постулат Видлера, который вместе с уравнением работ позволяет определить закрутки участков вала при резонансе.

Старший научный сотрудник И. М. Тетельбаум предложил радикальный способ упрощенного определения усилий в валах авиационных и судовых рядных двигателей путем электромеханического моделирования. Результаты этой работы были доложены на сессии АН УССР, проходившей 9–11 июля 1942 г. [17, ед. хр. 87, л. 2] в докладе: «Новый метод определения расчетных усилий в валах авиационных и судовых рядных двигателей путем электромеханического моделирования» [17, ед. хр. 87, л. 7]. В своей работе автор предложил заменить расчет осциллографированием напряжений или токов в отдельных ячейках электрической модели рядного двигателя. Был спроектирован расчетный стенд, представляющий модель двигателя, составляемой из дросселей и конденсаторов, фотоэлектрического датчика импульсов тангенциальных усилий и измерительного устройства.

В резолюции по этому докладу отмечается: «Предлагаемый стенд для расчета крутильных колебаний авиационных, судовых и др. рядных двигателей, основанный на электромеханических аналогиях, позволяет заменить громоздкие вычисления, необходимые при проектировании валов двигателей и их динамических исследованиях измерениями на электрической модели. Тем самым обеспечивается значительная экономия времени для скоростного проектирования моторов и становится возможной постановка ряда крайне необходимых исследований, ранее недоступных вследствие вычислительных трудностей.

Исходя из вышеизложенного, сессия технического отделения АН УССР считает нужным обратиться совместно с ЦИАМ в Народный комиссариат авиационной промышленности с предложением о скорейшем создании в системе НКАП такого стенда. Кроме того, сессия считает необходимым соорудить подобное стенда и организацию на базе его лаборатории динамических исследований в Институте строительной механики АН УССР» [17, ед. хр. 87, л. 24–25].

Результаты исследований авиамоторов с помощью данного стенда были опубликованы после войны [308].

Деятельность украинских ученых принесла свои плоды, и в марте 1942 г. работа по форсированию двигателя М-105П была успешно завершена. Не внося сколько-нибудь существенных изменений в его конструкцию, удалось добиться увеличения его взлетной мощности до 1 210 л.с. и максимальной до 1 260 л.с. на высоте 800 м (при массе мотора 615 кг). Это позволило улучшить летно-тактические данные Як-1 и Як-7, особенно скорости и скороподъемности, на высотах до 4000 м. А новый истребитель облегченной конструкции – Як-3, оснащенный мотором ВК-105ПФ, в апреле 1943 г. достиг скорости 660 км/час [368, с. 339–340].



Рис. 5.4. Истребитель Як-3 в экспозиции Государственного музея авиации, г. Киев

Ученые Института строительной механики приняли также участие в доводке еще одного двигателя конструкции В. Я. Климова – М-107, который имел взлетную мощность 1 400 л.с. и номинальную 1 300 л.с. на высоте 5 000 м. Хотя в августе 1941 г. он и прошел 50-тичасовые испытания, но запустить мотор в серию не получалось из-за поломок цилиндро-поршневой группы, коленчатого вала, картера и др. Однако, благодаря сотрудничеству с киевскими учеными, удалось не только довести двигатель, но и форсировать его за счет наддува, в результате чего взлетная мощность возросла до 1 600 л.с., а номинальная составила 1 500 л.с. на высоте 4 500 м (при собственной массе мотора в 755 кг). Самолет Як-3 с мотором ВК-107 превысил скорость 700 км/час, став самым быстрым серийным истребителем в мире [38, с. 340].

Среди работ, посвященных динамике авиамоторов, также заслуживает внимания расчет изгибных колебаний звездообразного двухрядного мотора М-82, выполненный по заданию НИИ ВВС старшими научными сотрудниками В. Г. Чудновским и И. М. Варваком. Причиной аварий, имевших место при работе коленчатых валов, был излом при изгибе, в связи с чем возникла необходимость в разработке метода расчета изгибных колебаний коленчатых валов и экспериментальной проверке этого метода. Этот вопрос, в отличие от крутильных колебаний был новым и малоизученным. Особенно актуальной задача изгибных колебаний коленчатых валов была для более нагруженных звездообразных авиамоторов.

В результате была разработана методика расчета изгибных колебаний, которая проиллюстрирована до конца проведенным численным примером расчета коленчатого вала авиамотора М-82 [217, л. 1].

Рассматриваемая система состояла из коленчатого вала и вала винта, который связан с носком коленчатого вала двумя расположенными внутри подшипниками скольжения и получает вращение от коленчатого вала через планетарную передачу. Сам коленчатый вал, в свою очередь, состоит из трех частей, соединенных в одно целое с помощью разъемных щек и опирается через подшипники на картер, который представляет собой упругое тело.

Расчет проводился для дискретной модели, поэтому вся система разделялась на безынерционные упругие участки с сосредоточенными на них массами. Поскольку данных о жесткости опор от НИИ ВВС получено не было, пришлось сделать расчеты для двух крайних предположений:

а) считать все опоры абсолютно жесткими, получая, очевидно, завышенные собственные частоты;

б) принять все опоры абсолютно податливыми, т.е. рассматривать вал как свободную систему, получая в этом случае заниженные значения частот.

Очевидно, что действительные собственные частоты лежат в интервале этих крайних значений. Предложенная методика расчета изгибных колебаний коленчатых валов авиационных моторов позволила упростить расчеты и сделать их практически доступными [17, ед. хр. 67, л. 2].

Внедрение этой работы проводил НИИ ВВС [17, ед. хр. 95, л. 1], а результаты проведенных сотрудниками института исследований были использованы при доводке форсированного авиадвигателя М-82 (АШ-82ФН) мощностью 1 850 л.с. Истребитель Ла-5ФН с этим двигателем достиг скорости 634 км/ч. Его дальнейшее развитие – Ла-7, вооруженный тремя пушками, по праву считается одним из лучших истребителей второй Мировой войны. В 1944 г. с мотором АШ-82ФН был выпущен фронтовой бомбардировщик Ту-2. После войны АШ-82Т, взлетная мощность которого возросла до 1 900 л.с., много лет служил в гражданской авиации на пассажирских самолетах Ил-12 и Ил-14 и вертолетах Ми-4 и Як-24 и лишь недавно снят с производства [367, с. 250; 369, с. 89].

Также по заданию НИИ ВВС Н. Н. Афанасьевым выполнена работа, в которой для расчета деталей машин применена разработанная в институте статистическая теории усталости материалов. В ее рамках определена предельная амплитуда допускаемых напряжений в элементах коленчатых валов, а также разработан метод расчета распределения напряжений в головках авиадвигательных шатунов. Результаты теоретических исследований подкреплены экспериментами [17, ед. хр. 67].

Н. Н. Боголюбов продолжал изучать нелинейные крутильные колебания системы коленчатого вала авиадвигателя. Им был разработан метод расчета существенно нелинейных систем, успешно примененный на

практике. Работа докладывалась на сессиях АН УССР и была передана НИИ ВВС и ЦИАМ [17, ед. хр. 95, л. 2].

Под руководством академика С. В. Серенсена проведено исследование прочности коленчатого вала быстроходного авиадвигателя в связи с его уравновешенностью. В рамках этой темы проанализированы динамические усилия в частях кривошипа в зависимости от размещения противовесов, числа оборотов, изгибной и крутильной жесткости, а также жесткости опор. Показана эффективность использования двух противовесов на одном кривошипе и повышения жесткости опор для снижения изгибной и крутильной напряженности.

Г. С. Писаренко занимался исследованием напряжений трубчатых шеек коленчатых валов авиадвигателей при изгибе. Им экспериментально изучено напряженное состояние на поверхностях шеек кривошипа коленчатого вала и дан расчет напряженного состояния в шейке как для плоской задачи по методу конечных разностей. Окончание темы было перенесено на 1944 г.

С. В. Серенсен, Г. С. Писаренко и А. Д. Коваленко по-прежнему проводили исследования прочности коленчатого вала в связи с повышением его быстроходности. Ими были проведены экспериментальные исследования по определению изгибных жесткостей элементов валов и влияния термообработки на распределение остаточных деформаций. Уточненный способ расчета коленчатых валов и изменение технологии их изготовления, обеспечивающее более надежную работу, были приняты главным металлургом завода № 26 [17, ед. хр. 95, л. 1].

И. М. Тетельбаум продолжал разработку метода электромеханического моделирования колебаний валов авиационных двигателей и применил его для изучения более сложных – изгибных колебаний. В 1943 г. им была разработана теория электромеханического моделирования изгибных и связанных изгибно-крутильных колебаний, а также расчета статически неопределимых систем.

На основе разработанной ранее теории моделирования крутильных колебаний в ЦИАМ осуществлен макет расчетного стенда, опыты на котором подтвердили результаты теоретических выводов и показали достаточную точность определения на стенде частот и форм собственных

колебаний системы, а также воспроизведения силовых импульсов сложного гармонического состава. Тем самым обоснованы предпосылки осуществления рабочего стенда для нужд авиационной промышленности.

Итог деятельности Института строительной механики в предвоенный период и годы войны подвел его директор, член-корреспондент АН УССР Ф. П. Белянкин в письме заведующему отделом авиапромышленности ЦК КП(б)У В. А. Ищенко от 16 мая 1945 г., в котором он отмечает вклад института в развитие авиапромышленности, а в особенности авиамоторостроения [17, ед. хр. 116, л. 8–9]:

«Институт Строительной механики Академии наук УССР в течении более чем десяти лет разрабатывает ряд вопросов прочности применительно к самолето и авиамоторостроению.

За это время по заданию промышленности и по инициативе Института им были разработаны следующие вопросы:

1. Разработана методика расчета прочности коленчатых валов рядных моторов.
2. Разработка методов расчета деревянных элементов самолета.
3. Исследовано распределение напряжений в коленчатых валах и валах редукторов нескольких моторов (по заданию ЦИАМ и завода № 26).
4. Произведено исследование напряжения в клапанах и конических диафрагмах (по заданию ЦИАМ и завода № 26).
5. Исследовано распределение напряжений в ряде деталей мотора М-105 и М-107, как, например, картере, венце шестерни редуктора упругой муфты нагнетателя и др. (по заданию завода № 26).
6. Исследовано распределение напряжений в шатунах нескольких типов моторов (по НИИ ВВС КА, заводов № 29, № 19, № 26).
7. Разработана методика расчета дисков и лопаток турбины применительно к газовой турбине нагнетателя.
8. Исследовано влияние волосовин в поковках коленчатых валов авиамоторов на их прочность.
9. Произведены испытания на усталость и получены усталостные характеристики многих марок спецсталей, применяющихся в авиации.
10. Разработан и изготовлен портативный усилитель шумоизмерительной станции.

11. Разработан и изготовлен ряд специальных машин и приборов по заданию ЦИАМ и ЦАГИ.

По сути дела отдел прочности ЦИАМ работал, применяя в значительной мере методы расчета авиадеталей, разработанные и внедренные в ЦИАМ Институтом Строительной механики. Также на заводе № 26 Институтом внедрены его методы исследования и расчета прочности деталей авиамоторов.

В настоящее время в тематике института проблемы прочности деталей авиамотора и самолета занимают большое место. В плане работ института имеются следующие вопросы, имеющие непосредственное отношение к авиапромышленности.

1. Допускаемые амплитуды поперечных колебаний коленчатых валов авиамоторных двигателей.

2. Вибрационная прочность при несимметричной нагрузке (применительно к кривошипно-шатунному узлу авиамотора).

3. Пластические деформации мартенента в зонах высокого напряженных поверхностях трения (шейки коленчатых валов авиамотора).

4. Исследование тепловых напряжений и явлений кринна в дисках газовых турбин авианагнетателя.

5. Исследование изгибных колебаний стержней переменного сечения применительно к лопастям авиационного пропеллера.

6. Расчет изгибных колебаний коленчатых валов авиамотора на упругих опорах.

7. напряженное состояние кругового кольца при сплошном контакте, применительно к расчету разъемных щек коленчатых валов звездообразных моторов.

8. Экспериментальное исследование сложного напряженного состояния древесины, применяемой для изготовления пропеллеров».

Положительный эффект достигался при модификации узлов на основе научного подхода с применением новых способов обработки материалов.

Полученные в годы войны результаты и опыт расчетов нашли отражение в дальнейшей деятельности сотрудников Института строительной механики. В частности, по темплану 1946 г. отделом прочности и динамики деталей машин выполнялась тема «Исследование влияния жесткости коленчатого вала и жесткости опор на прочность вала», при выполнении которой обобщен опыт Института строительной механики,

полученный во время войны. Руководитель темы – А. Д. Коваленко, исполнитель Л. С. Ямпольский [128]. В ней рассматривался многоопорный коленчатый вал как сложная пространственная ломаная балка на упругих опорах, находящаяся под действием пространственной системы сил. Коэффициенты податливости опор должны быть определены из экспериментальных исследований [128, с. 2]. Вопрос о допустимых амплитудах поперечных колебаний коленчатого вала в авиационных двигателях решался из условий не только сохранения прочности самого вала, но и создания нормальных условий работы смежных с ним деталей. Представленное исследование позволяет по разработанной схеме оценить действительное влияние упругости опор на распределение внутренних усилий в коленчатом вале. В подготовленном отчете дан анализ предшествующих работ, в том числе и Института строительной механики.

Расчету неразрезных многоколенчатых валов с учетом податливостей опор была также посвящена кандидатская диссертация Л. С. Ямпольского, выполненная в 1945 г. под руководством С. В. Серенсена [370]. В ней дан анализ предшествующих работ, в том числе и Института строительной механики [370, с. 1–5]. Опыт расчетов поперечных колебаний коленчатых валов звездообразных авиационных двигателей обобщен в техническом отчете по теме № 16, выполненной также по темплану 1946 г. сотрудником отдела динамической прочности П. Г. Подчасовым под руководством начальника отдела и заместителя директора института по научной части Н. И. Черняка.

Особенностью всех перечисленных работ является отсутствие параметров модели и, как правило, названий двигателей, для которых производились расчеты. Это связано, по всей видимости, с соображениями секретности, ведь рассматриваемые авиамоторы были на тот момент самыми современными.

В 1947 г. Институт машиноведения АН СССР и Комитет прочности ВНИТОМАШ провели под руководством Серенсена совещание по прочности и динамике коленчатых валов. Материалы докладов, сделанных на этом совещании, были опубликованы в двух сборниках под названием «Динамика и прочность коленчатых валов», изданных АН СССР под редакцией С. В. Серенсена в 1948 и 1950 гг. Большинство статей в них

посвящено проблемам прочности коленчатых валов именно авиационных двигателей. По глубине рассматриваемых вопросов и объему материала сборники больше похожи на коллективные монографии [100; 101]. Что касается Института строительной механики, то постепенно работы по динамике коленчатых валов там были свернуты, а ведущие ученые, занимавшиеся этой проблемой, посвятили свои усилия другим задачам.

Однако нелинейные колебания валопроводов авиамоторов по-прежнему оставались одним из вопросов, которыми занималась кафедра математической физики, существовавшая при институте. В отчете по теме, выполненной в 1949 г. Ю. В. Благовещенским и Ю. А. Митропольским под руководством Н. Н. Боголюбова, даны методы исследования нелинейных систем с большой нелинейностью [134]. При помощи этих методов можно исследовать как системы с постоянными, так и с медленно меняющимися параметрами. Рассмотрены крутильные колебания вала при наличии трения и большой нелинейности от включенной в систему муфты с нелинейной упругой характеристикой [134, с. 64–66].

Поскольку избавиться от резонансных колебаний в рабочем диапазоне авиамотора не представляется возможным, важнейшей задачей стало исследование прохождения через резонанс. В докторской диссертации Ю. А. Митропольского, посвященной нестационарным колебаниям нелинейных системах со многими степенями свободы [227], в качестве примера рассматриваются вынужденные колебания при прохождении через резонанс валопровода авиамотора с муфтой, нелинейная характеристика которой имеет кусочно-линейный вид, см. рис. 5.5. Схема крутильной системы приведена на рис. 5.6 [227, с. 132]. Хотя марка мотора не указывается, идентифицировать ее удалось по книге И. Ш. Неймана, в которой приведены эти же исходные данные, но указан тип двигателя – известный уже нам авиамотор В. К. Климова М-105 [245, с. 51].

В модели валопровода (рис. 5.6) диски с номерами 3–8 представляют собой приведенные к валу обобщенные цилиндровые моменты инерции, на которые действуют гармонические возмущающие моменты, с номером 1 – приведенный момент инерции воздушного винта, 2 – редуктора и 9 – компрессора. В своей работе Ю. А. Митропольский исследовал поведение

данной системы при различных режимах прохождения через резонанс, причем полагал, что зависимость частоты возмущающих сил от времени линейная

$$p(t) = p_0 + \varepsilon t \quad (5.1)$$

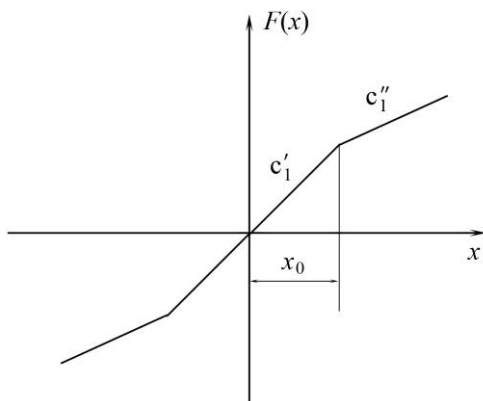


Рис. 5.5. Нелинейная характеристика муфты

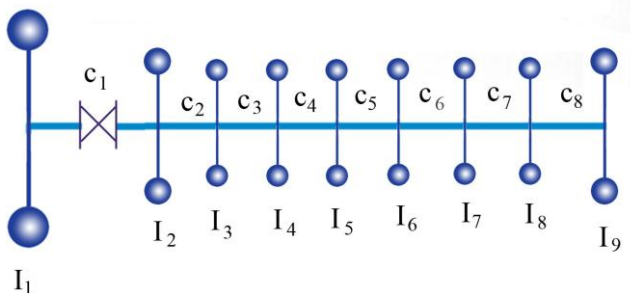


Рис. 5.6. Модель валопровода рядного авиамотора

На рис. 5.7 и 5.8 представлены графики амплитуд колебаний соответственно при медленном и быстром проходах через резонанс, полученные Ю. А. Митропольским для вала авиамотора М-105. На

рис. 5.7 кривые *MALK* и *NERS* характеризуют очень медленное прохождение через резонанс $\varepsilon = 40 \text{ рад/с}^2$ для кривой *MALK* и $\varepsilon = -40 \text{ рад/с}^2$ для кривой *NERS*, что соответствует прохождению резонансной зоны приблизительно за 375 циклов. В этом случае резонансные кривые близки к стационарному режиму. На рис. 5.8 кривые *ML₁K₁* и *NR₁S₁* характеризуют более быстрое прохождение через резонанс $\varepsilon = \pm 400 \text{ рад/с}^2$, что соответствует прохождению резонансной зоны за 37,5 циклов. В этом случае кривые прохождения через резонанс значительно отличаются от стационарной кривой и по своему характеру больше напоминают прохождение через резонанс в линейной системе.

Полученные результаты показали, что проход через резонанс, даже в существенно нелинейной системе, имеет много общего с линейной, а колебания также носят характер затухающих биений. Наряду с этим показано, что нелинейность оказывает существенное влияние на характер резонансных кривых, нарушая их симметрию, присущую аналогичным кривым в линейных системах [227, с. 155–158]. При этом кривые, полученные при прохождении резонансной зоны в сторону повышения частоты внешней силы, резко отличаются от кривых, полученных при прохождении в обратную сторону, особенно при медленном изменении частоты возмущающей силы.

Как известно, для линейных систем максимум амплитуды имеет место не в момент совпадения частоты возмущающей силы с собственной частотой системы, а позже; кроме того, при увеличении скорости изменения частоты смещение максимума увеличивается. В нелинейных системах расположение максимумов всецело зависит от характера нелинейности, а также от направления изменения частоты. В каждом конкретном случае нелинейность накладывает специфический отпечаток не только на стационарную резонансную кривую, но и на кривые прохождения через резонанс, тем сильнее выражены особенности данной нелинейности. Кроме того, рассмотрено влияние трения на характер колебаний. Оно велико особенно при медленном прохождении [227, с. 155–158].

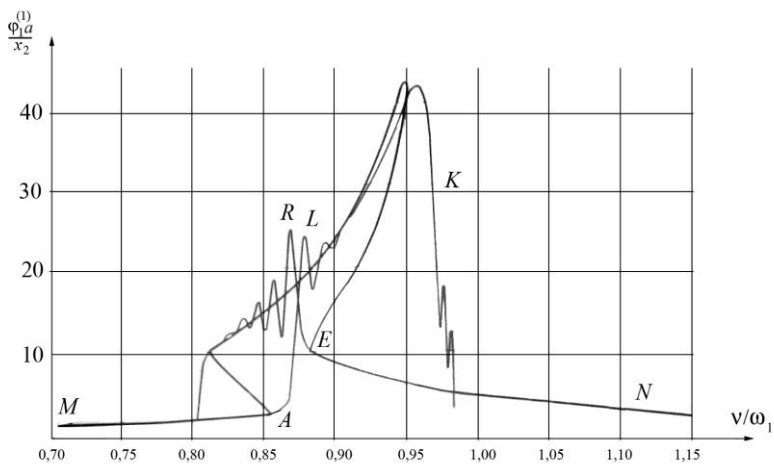


Рис. 5.7. Амплитуда колебаний носка коленчатого вала авиамотора М-105 при медленном проходе через резонанс

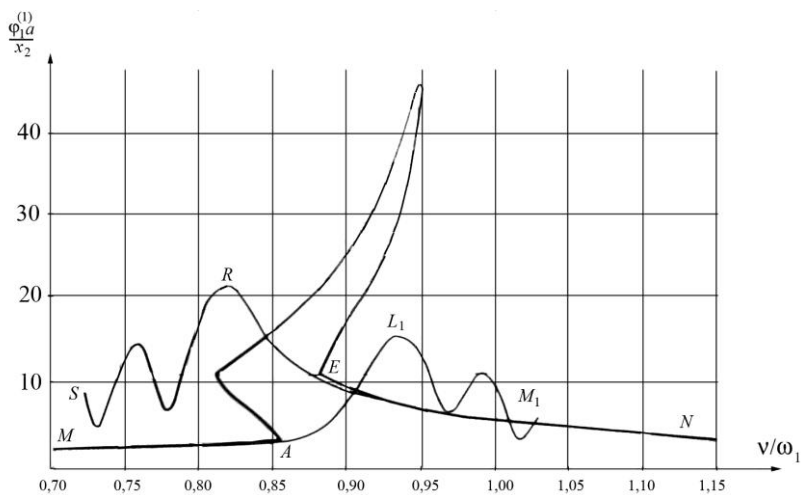


Рис. 5.8. Амплитуда колебаний носка коленчатого вала авиамотора М-105 при быстром проходе через резонанс

Вклад ученых Института строительной механики АН УССР в проведение динамических расчетов авиамоторов трудно переоценить. От их деятельности в предвоенные и военные годы зависели не просто качество боевых самолетов, но и победа в воздухе, и вообще в ходе всей войны.

В 1950-е гг. авиация в основном перешла на использование газотурбинных двигателей и многие ученые, занимавшиеся динамикой ДВС, обратились к расчетам транспортных двигателей, из которых для нашего исследования наибольший интерес представляют тепловозные и танковые дизели.

5.2. Дизелестроение на ХПЗ и создание первого в мире танкового дизеля В-2

Основой боевой мощи современных сухопутных войск являются бронетанковые войска. Танки, появившиеся в годы первой Мировой войны, к 1930-м годам стали основной ударной силой. В Советском Союзе к началу Великой Отечественной войны были созданы лучшие в мире образцы танков, среди которых выделялся Т-34. Этот средний танк, созданный на ХПЗ имени Коминтерна*, оставался непревзойденным по своим качествам в годы войны. Позже он явился образцом для создания новых танков не только в СССР, но и в других странах. Успехи советских танкостроителей во многом обусловлены применением для средних и тяжелых машин дизельного двигателя семейства В-2, созданного также на ХПЗ в 1930-е гг.

Дизельный мотор В-2 по праву можно считать выдающимся достижением отечественного машиностроения. Созданный в предвоенные годы, он производился во многих вариантах до начала семидесятых годов, а суммарный его выпуск превысил четверть миллиона единиц [28, с. 26].

ХПЗ был первый в Российской империи специализированный завод по производству паровозов, так как Путиловский, Сормовский и Луганский, также выпускавшие паровозы, строились как заводы общего маши-

* В 1936 г. завод получил №183, а в 1957 г. переименован в Харьковский завод транспортного машиностроения им. В. А. Малышева

ностроения. Он начал строиться в 1895 г., а первый паровоз вышел с завода 5 декабря 1897 г. Но ХПЗ является также старейшим предприятием, производившим ДВС в Украине. У истоков дизелестроения, развернувшегося на ХПЗ в 1911 г. стоял выпускник ХТИ, основатель кафедры ДВС ХПИ В. Т. Цветков. Именно Василий Трофимович начал формировать Харьковскую школу двигателестроения. Он работал на ХПЗ с 1911 г. в течение 20 лет, где под его руководством было выпущено множество дизелей малой, средней и большой мощности [110, с. 8].

В дореволюционный период и в первые годы советской власти заводом строились только лицензионные дизели станинного типа с компрессорным смесеобразованием, в основном фирмы MAN семейства ДВ. Двигатели были четырехтактные, тихоходные (160–225 об/мин) и имели от одного до четырех цилиндров. Использовались они в основном как стационарные установки на промышленных предприятиях, водокачках, мельницах и т.д. [138, с. 14]. В годы Гражданской войны дизелестроение на ХПЗ было прекращено и возобновилось только в 1923 г. До начала первой пятилетки производство дизелей на ХПЗ было восстановлено. Второй период (1928–1932 гг.) характерен освоением новой продукции – двухтактных бескомпрессорных дизелей типа «Зульцер» (Швейцария). Выйдя на первое место в СССР по производству паровозов, ХПЗ стал также и крупным производителем дизелей.

Это производство стало основой для создания двух уникальных семейств танковых дизелей, равных которым не было в мировом танкостроении. История создания танкового дизеля В-2 изучена достаточно хорошо, этому вопросу посвящены, в частности, монографии [110; 124; 138] и статьи [28; 29; 125], но в этих работах почти не уделено внимания такой важнейшей проблеме, как борьба с вибрациями, хотя именно в этом дизеле возникали весьма серьезные проблемы колебаний.

После выхода в 1929 г. постановления ЦК ВКП(б) и Совнаркома «О состоянии обороны СССР» на ХПЗ было начато производство танков. На заводе в свое время ремонтировались трофейные автомобили, тракторы и танки, а также двигатели к ним. На ХПЗ выпускались самые мощные в мире тракторы «Коммунар» (90 л.с.) и «Коминтерн» (120 л.с.). Первый опытный средний танк Т-12, выпущенный в Харькове, был оснащен

авиационным бензиновым двигателем 8Fd французской фирмы «Испано-Сюиза», мощность которого с целью увеличения ресурса была снижена до 200 л.с. На следующую модель среднего танка – Т-24 устанавливали аналогичный двигатель М-6, уже производившийся на Запорожском заводе № 29. Качество первых советских танков, как и другой техники, оставляло желать лучшего, и для ускорения технического прогресса были куплены лицензии на некоторые образцы Западной техники. В частности, были приобретены права на производство танка сопровождения пехоты «Виккерс», выпускавшегося под маркой Т-26, и колесно-гусеничного шасси М 1931 американского конструктора Уолтера Кристи [296, с. 34]. На основе этого шасси на ХПЗ был сконструирован и выпускался легкий быстроходный колесно-гусеничный танк БТ-2, оснащавшийся первое время американскими двигателями «Либерти», а затем их отечественными аналогами – авиамоторами М-5. На следующих танках БТ-5 и БТ-7, а также выпускавшихся на ХПЗ тяжелых пятибашенных машинах Т-35 конструкции Ленинградского завода имени Ворошилова устанавливался V-образный 12-цилиндровый авиамотор М-17 жидкостного охлаждения (BMW-VI). Этот же двигатель применялся и в среднем танке Т-28, выпускавшемся на Кировском заводе. Таким образом, уже в 1930-е гг. танковые моторы были унифицированы. Для оснащения танков часто поступали двигатели, отслужившие свой срок (100 часов) в авиации.

Высокая мощность и хорошие массогабаритные показатели авиационных двигателей М-17 вполне удовлетворяли требованиям их применения в танках всех типов, однако они были недостаточно выносливы для тяжелых условий эксплуатации в танке и недостаточно экономичны по расходу топлива. Но самым главным недостатком бензиновых авиамоторов была их высокая пожароопасность, обусловленная летучестью и взрывоопасностью паров применяемого в них высокооктанового авиационного бензина.

Весной 1931 г. ВСНХ СССР предложил Коломенскому и Харьковскому паровозостроительным заводам взяться за производство автотракторного дизеля мощностью не ниже 300 л.с. В техническом задании указывалась схема – V-образный, 12-цилиндровый с номинальным режимом 1 600 об/мин.

В постановлении правительства двигатель назывался авто-тракторным, но это было сделано из соображений секретности, новый дизель предназначался для танков, так как ни тракторов, ни автомобилей, требующих такого мощного двигателя, в то время не было. Коломенский завод, несмотря на большой опыт производства дизелей (с 1904 г.), за эту работу не взялся.

Дизельный отдел ХПЗ, руководимый К. Ф. Челпаном, приступил к заданию, когда прототипа для такого мотора ни в СССР, ни за рубежом не было. В работе использовался опыт, накопленный на ХПЗ при производстве стационарных и судовых дизелей, а также карбюраторных двигателей тракторов и тягачей. Не случайно главные размеры нового дизеля – диаметр цилиндра 150 мм и ход поршня 180 мм были приняты такими же, как и у карбюраторного двигателя тяжелого артиллерийского тягача «Ворошиловец» мощностью 180 л.с., что позволило применять уже имеющееся оборудование и оснастку.

В Советском Союзе несколько организаций занимались разработкой авиационного дизель-мотора. Над такими двигателями работали и в Москве в ЦИАМ, и в Харькове в Украинском научно-исследовательском авиадизельном институте (УНИАДИ), образованном на базе лаборатории ХТИ. Этот институт, которым руководил профессор Я. М. Майер, бывший директор ХТИ, занимался созданием четырехтактного V-образного 12-цилиндрового авиационного дизеля АД-1 мощностью 500 л.с. при 1600 об/мин. По ряду причин дальше испытаний создатели этого двигателя не продвинулись.

Поскольку у авиационного и танкового дизелей было много общего, усилия УНИАДИ и ХПЗ решили объединить. Специалисты УНИАДИ должны были помочь заводу в отработке рабочего процесса, а ХПЗ, в свою очередь, должен был изготовить поковки и литые детали для опытных образцов авиационного дизеля и помочь с налаживанием технологии [348, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 6472, л. 134].

Однако руководство Харьковской области, в частности, Обком КП(б)У, видимо, не поняли важности поставленной перед двигателями задачи и отвлекали их от основной работы [348, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 6472, л. 4]. В силу ряда причин вовремя заказы УНИАДИ, размещенные на

ХПЗ, выполнены не были. В частности, изготовленные на ХПЗ коленчатые валы, были переданы на тракторный завод для термической обработки и в результате были испорчены. Институт тогда заказал за границей новые болванки уже из хромо-никелевой стали, хотя такая сталь производилась и в СССР [348, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 6472, л. 134]. Авиадизель был создан в ЦИАМе, возможности которого многократно превышали возможности УНИАДИ.

На ХПЗ дело создания танкового дизеля шло успешнее. К концу 1934 г. несколько дизелей БД-2 успешно прошли испытания на тягаче «Ворошиловец», катерах и танках БТ-5 [110, с. 39]. Итоги работы ХПЗ 3 ноября 1934 г. обсуждались партийным активом Харьковской области и города. Бюро Обкома и Горкома КП(б)У ходатайствовали о награждении руководства и выдающихся работников и рабочих завода [348, ф. 1, оп. 20, ед. хр. 6472, л. 136]. Ходатайство было удовлетворено, 27 марта 1935 г. 31 работник завода был награжден орденами. Среди них высшую награду – орден Ленина получили директор завода И. П. Бондаренко, начальник дизельного отдела К. Ф. Челпан, начальник КБ Я. Е. Вихман.

Но вслед за первыми успехами начался длительный период доводки двигателя, которая, как правило, сложнее, чем сама разработка двигателя. Не случайно в акте один из членов комиссии по дизелю БД-2 записал: «Мало двигатель построить, нужно его довести, а доводка во много раз труднее, чем сама постройка» [110, с. 47].

При создании быстроходных облегченных двигателей конструкторы столкнулись с новыми проблемами, которые не встречались в тяжелых тихоходных стационарных и судовых дизелях. Облегченные авиационные и танковые двигатели имеют более низкие собственные частоты и в то же время большие обороты. В связи с этим в рабочем диапазоне могут возникнуть резонансные колебания. Так как на ХПЗ не было опытно-исследовательской базы, ему был передан УНИАДИ, получивший название НИИ-466. Ценность его для завода заключалась не только в привлечении квалифицированных специалистов, но и в том, что НИИ-466 имел хорошо оборудованные исследовательские лаборатории, такие как моторная (испытательная станция с тремя стендами), топливной аппаратуры, динамическая, химмотологии и опытную базу с обраба-

тывающими и сборочным цехами. Были привлечены также и сотрудники ЦИАМ. Именно специалистам НИИ-466 и ЦИАМ пришлось доводить конструкцию танкового дизеля и налаживать его производство.

Стендовые испытания выявили целый ряд недостатков. Среди них были и претензии к динамической прочности двигателя, а именно, недостаточная жесткость картера, блока и гильзы цилиндров. В связи с этим корпус двигателя был усилен [110, с. 48].

Первые шатуны двигателя БД-2 были вильчатого типа и ломались, не выдерживая высоких нагрузок. Были проведены исследования динамики шатунно-поршневой группы дизеля (исполнители – сотрудники НИИ-466 Ю. А. Гопп и Н. М. Глаголев*) [124, с. 81]. Когда перешли на прицепные шатуны с небольшой разноходностью по правому и левому блокам, поломки прекратились. Особенно много было проблем с самой нагруженной деталью двигателя – коленчатым валом, например, его поломка по щекам. Коленчатые валы авиадвигателей, как правило, были со щеками овальной формы, и на двигателе БД-2 первые валы сделали со щеками такой же формы. Однако жесткая работа дизеля и более высокие нагрузки, чем в авиационных двигателях, приводили к поломкам. Для устранения этого дефекта перешли к щекам круглой формы.

А самым важным недостатком была невозможность работы двигателя в интервале 900–1200 об/мин из-за сильных крутильных колебаний коленчатого вала, на котором образовывался узел колебаний. Коленчатый вал был усилен, однако проблема крутильных колебаний осталась, только резонансная зона сместилась выше, оставаясь при этом в рабочем диапазоне. Справиться с этим при доводке двигателя не удалось, поэтому было решено на тахометре в соответствующей зоне нанести красную зону с надписью «Проходить быстро», напоминающую механику-водителю о том, что на данных оборотах долго работать не рекомендуется во избежание усталостного разрушения коленчатого вала.

* Глаголев Николай Матвеевич – впоследствии доктор технических наук (1948), профессор, заведующий кафедрой Двигатели внутреннего сгорания ХПИ в 1954–1970 гг. [339, с. 80–81]

До 1937 г. единичные дизель-моторы изготавливали лучшие рабочие – станочники и сборщики. Но при организации серийного производства двигателей возник еще ряд проблем. Все работы производились в непригодных для этого цехах, а строительство моторного цеха затягивалось, так как не была еще готова конструкция двигателя.

Поскольку все эти неудачи происходили в 1936–1938 гг., на заводе развернулись массовые репрессии. Были арестованы многие ведущие специалисты – инженеры, конструкторы и мастера, многие из которых расстреляны. Были уничтожены директор завода И. П. Бондаренко, начальник танкового КБ, конструктор танков серии БТ А. О. Фирсов, начальник танкового отдела Л. И. Зайчик, начальник дизельного технологического бюро А. А. Краснов [296, с. 41–57]. Не пощадили органы НКВД и создателя первого в мире танкового дизеля К. Ф. Челпана, расстрелянного 10 марта 1938 г. [296, с. 64]. Главный инженер завода Ф. И. Ляц вернулся из заключения только в 1950-е гг. Пострадал от репрессий и сотрудник ЦИАМ А. Д. Чаромский, консультировавший специалистов УНИАДИ и ХПЗ по вопросам рабочего процесса в дизелях. После вынесения приговора он был переведен в особое техническое бюро в Тушино – так называемая «Туполевская шарашка», где разработал опытный оппозитный дизель ОН-4, ставший основой танкового дизеля нового поколения.

Одной из причин затруднений и затягивания процесса доводки дизеля хроническая, проявлявшаяся и в послевоенный период, недооценка руководством отрасли, да и промышленности в целом, значения опытно-конструкторских и исследовательских организаций, опытных баз предприятий. За рассматриваемый период наблюдалось непропорциональное развитие массового производства двигателей в ущерб опытному производству и проведению необходимых исследований. В результате этого доводка изделий повсеместно проводилась в условиях серийного производства.

И все-таки в 1938 г. танковый двигатель, получивший наименование В-2, был внедрен в серийное производство. В начале 1939 г. дизельное

производство из состава ХПЗ им. Коминтерна было выделено в самостоятельный дизельный завод № 75 НКАП. Директором нового завода назначили авиационного инженера Г. Д. Брусникина, главным инженером – И. С. Могилевского. На заводе было создано Управление главного конструктора, которое возглавил Т. П. Чупахин, а серийное конструкторское бюро по дизелям В-2 возглавил И. Я. Трашутин. Опытным конструкторским бюро по дизелям стал руководить И. В. Асланов. Заводской НИИ-466 (бывший УНИАДИ) был передан заводу № 75 и стал называться отделом 1600.

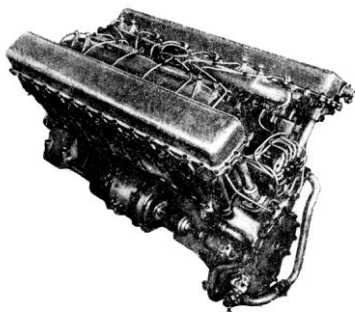


Рис. 5.9. Опытный дизель БД-2

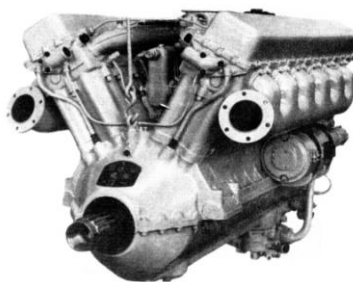


Рис. 5.10. Танковый дизель В-2/34

Двигатель является наиболее сложным и ответственным агрегатом боевой гусеничной машины и на его разработку уходит зачастую больше времени, чем на сам танк. Зато удачный двигатель определяет развитие бронетанковой техники на многие годы и служит основой для создания самых различных образцов техники. Так было и с дизелем В-2, модификации которого применялись в танках разных типов и в других объектах, в том числе и мирного назначения [124, с. 62]. 1 сентября было принято решение о серийном выпуске танкового дизеля В-2, и в том же году он был установлен на танке БТ-7М вместо авиационного бензинового мотора М-17Т. Именно то обстоятельство, что двигатель В-2 был создан как многоцелевой, позволило быстро развернуть его в многочисленное семейство дизелей, предназначенных для различных

типов машин и выполненных на одной базе. К июню 1941 г., через 20 месяцев после начала серийного производства, завод № 75 освоил пять модификаций дизеля: для легкого танка БТ-7М, среднего танка Т-34, тяжелого танка КВ, артиллерийского тягача «Ворошиловец», а также дизелей с левым и правым направлением вращения для боевых катеров и, наконец, однорядного шестицилиндрового для легкого танка Т-50* (см. табл. 5.1). Комплектование всех средних и тяжелых танков, в том числе и вновь создаваемых танков серии ИС, а также самоходных артиллерийских установок (СУ) на их базе одним и тем же дизелем типа В-2 сыграло очень важную роль в обеспечении танкостроительных заводов моторами и облегчило ремонт и эксплуатацию бронетанковой техники в тяжелейшие годы Великой Отечественной войны. Исключение составляли легкие танки Т-60, Т-70, Т-80 и СУ-76, оснащаемые шестицилиндровым автомобильным двигателем ГАЗ, однако тоже унифицированным.

Для сравнения, войска фашистской Германии оснащались 200 образцами бронетанковой техники, создаваемой не только в самой Германии, но и в ее сателлитах и поработенных странах. Это крайне негативно сказывалось на обеспечении танковых частей боеприпасами, запчастями и на проведении ремонта техники.

Однако надежность производимой в годы войны бронетанковой техники оставалась еще невысокой. Например, в дни Курской битвы в начале июля 1943 г. по решению Ставки Верховного главнокомандования 5-я гвардейская танковая армия, под командованием генерал-лейтенанта П. А. Ротмистрова, входившая в состав Степного фронта, была передана Воронежскому фронту. В армии имелось 446 танков Т-34 и 24 СУ-122, оснащенных дизелем В-2, а также 218 танков Т-70 и 18 СУ-76. При совершении почти четырехсоткилометрового марша, проведенного в жаркую погоду по пыльным дорогам, из строя вышло 110 машин. Однако, благодаря хорошей организации технических служб, половина из них к 12 июля, дню сражения под Прохоровкой, были возвращены в строй [126,

* В начале войны завод № 174, выпускавший танки Т-50, был эвакуирован из Ленинграда в г. Чкалов (Оренбург), а в марте 1942 г. в Омск. Там было выпущено всего 15 танков, после чего из-за нехватки дизелей и высокой стоимости Т-50 был снят с производства.

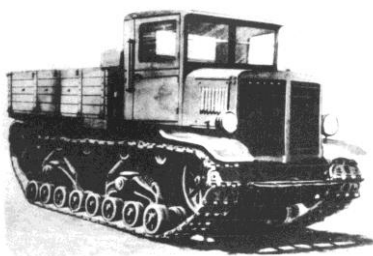
с. 390]. К числу причин выхода машин из строя относятся и поломки двигателей, вызванные динамическими нагрузками, особенно крутильными колебаниями валопроводов. Однако во время войны заниматься этими вопросами было некогда – новые танки готовили от эскизного проекта до серийного производства в считанные месяцы.

Таблица 5.1

Танки с двигателями семейства В-2

Марка двигателя	Год	Мощность, л.с.	Режим, об/мин	Машины
В-2	1938	450	1 800	БТ-7М
В-2/34	1939	500	1 800	Т-34, СУ-85, СУ-100, СУ-122
В-2В	1939	375	1 500	Арт. тягач «Ворошиловец»
В-2К	1939	600	2 000	КВ-1, КВ-2, КВ-1С КВ-85, СУ-152
В-4	1939	250	1 800	Т-50
В-2П, В-2Л	1939	400	1 650	Катер ПК-1
В-2ИС	1943	520	1 800	ИС-1, ИС-2, ИСУ-152
В-44	1944	500	1 950	Т-44
В-55	1945	520	1 950	Т-54, Т-55, ЗСУ-57-2

Впрочем, немецкая бронетанковая техника также не отличалась особой надежностью. В те же дни из 204 новых танков Т-V «Пантера» 10-й танковой бригады, в которой были сосредоточены все танки этого типа, только при выходе на исходные позиции из строя вышло до 25 % машин [126, с. 392]. А ведь именно они считались лучшими немецкими танками II Мировой войны, и на них делалась ставка в Курской битве.



Артиллерийский тягач
«Ворошиловец»



Легкий колесно-гусеничный
танк БТ-7М



Средний танк Т-34 образца 1940 г.



Тяжелый танк КВ-1.

Рис. 5.11. Первые машины, оснащенные дизелем В-2

Возникает вопрос, почему ни до войны, ни в ее ходе промышленность ни одной страны не смогла создать не то что равного советскому дизелю В-2, а просто никакого дизеля, пригодного для установки в танк, хотя целесообразность создания танка с двигателем, работающим на тяжелом дизельном топливе, перед легковоспламеняющимся бензиновым двигателем, была очевидной. При этом еще до войны во многих странах были созданы вполне работоспособные авиационные дизели. Особенно в этом деле преуспели Германия и США. Но американские и английские танки, как правило, по-прежнему

оснащались авиационными бензиновыми моторами, на немецких, хотя ставились и специальные танковые двигатели, но они были также бензиновыми. Самые мощные T-V и T-VI («Тигр») имели карбюраторные двигатели «Майбах» мощностью 700 л.с. Применялись и другие решения. Так, в американском танке М-4А2 («Шерман») в 1942 г. был установлен агрегат из двух автомобильных 6-цилиндровых дизелей GMC-71 мощностью 210 л.с. (150 кВт) каждый.

Одна из причин отставания Западных стран кроется в том, что в США и странах Европы, кроме Германии, развитию бронетанковой техники не уделялось должного внимания. Что касается Германии, главная причина использования на танках бензиновых моторов, на наш взгляд, кроется в недостатке нефтепродуктов. Дизельного топлива не хватало даже для операций подводных лодок. Немецкие танковые моторы могли работать на синтетическом бензине, вырабатываемом из каменного угля. Зато использование бензина низкого качества в немецких танках снижало их пожароопасность.

Что касается танкового дизеля В-2, то, безусловно, он был пущен в производство очень «сырым», его истинный моторесурс составлял порядка 50–60 часов. При этом проблемы вибраций стояли на третьем месте, больше беспокоили топливная аппаратура и система воздухоочистки. Однако в условиях военного времени достоинства техники определяются не только ее моторесурсом, но в первую очередь боевыми возможностями, простотой обслуживания, технологичностью производства, а эти качества у советских танков были на высоком уровне. Что касается срока жизни техники, то он на фронте у большинства машин был еще меньше 50 часов вследствие боевых потерь, а не ограниченности моторесурса.

Как уже отмечалось, в рабочем диапазоне В-2 присутствовали резонансные крутильные колебания, которые не были побеждены, и двигатель эксплуатировался с ограничением в возможных режимах. Причина в возникновении таких нежелательных явлений, как резонанс в рабочем

диапазоне, на наш взгляд, кроется в том, что при создании двигателя не производилась оценка возможности резонанса крутильных колебаний. Хотя методика подобных расчетов уже существовала, она, как правило, применялась для более примитивных моделей, в которых коленчатый вал двигателя заменяется одной массой. Отработка всех параметров рабочего процесса производится на одном отсеке, после чего он может использоваться для создания двигателей с различным количеством цилиндров. Это не позволяет оценить крутильные колебания в будущем двигателе опытным путем. Расчетами колебаний двигателей занимались только по факту наличия опасных колебаний. Только после войны – сначала в авиации, а затем и в танкостроении были созданы методики и оборудование для испытаний деталей, полноразмерных моторов и даже машин в условиях, приближенных к эксплуатационным [138, с. 71].

Особенностью силовой установки танка, по сравнению с авиационной, является присоединенная к двигателю коробка перемены передач (КПП), дающая целый ряд новых собственных частот. Первые масштабные экспериментальные и теоретические исследования крутильных колебаний танковых трансмиссий были проведены в 1948 г. В работе [335] приводятся результаты торсиографирования, проведенные для трех танков отечественного производства. Особенно полно приведены результаты исследований для танка Т-34 с четырехступенчатой КПП. Схема трансмиссии представлена на рис. 5.12. Расчеты проводились с помощью построения таблиц Толле с редукцией ответвлений, предложенной профессором В. К. Житомирским в работе «Крутильные колебания валов авиационных двигателей» [100, с. 49–81]. Автор статьи [335] определяет пять первых собственных частот, полагая, что остальные не могут попасть в рабочий диапазон. Первые четыре частоты обусловлены параметрами трансмиссии и только на пятой частоте узел колебаний образуется на коленчатом валу.

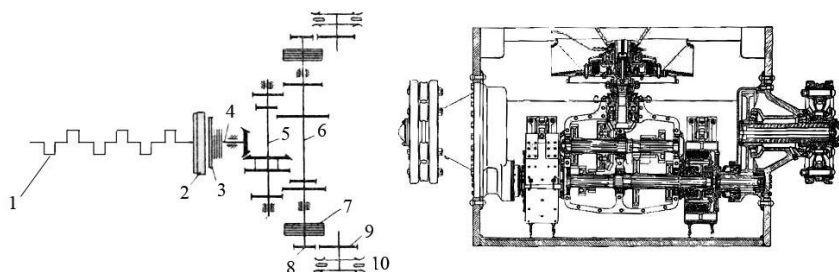


Рис. 5.12. Схема трансмиссии и чертеж КПП танка Т-34

На рис. 5.13 представлены зависимости размахов колебаний носка коленчатого вала от частоты его вращения при движении танка на первой и четвертой передачах, а также при работе на тех же передачах при снятых гусеницах. Приведенные в статье [335] результаты экспериментов показывают, что в рабочем диапазоне наблюдаются два резонанса, а в конце его начинается третий. Размахи колебаний на первой резонансной частоте $\omega = 1350 \text{ об/мин} = 141 \text{ рад/с}$ настолько велики, что коленчатый вал закручивается до $1,8^\circ$. Повышение размахов колебаний связано с резонансами основной – шестой гармоники возбуждения, частота которой равна 848 рад/с, а также 4,5-й и 3,5-й гармониками, что соответствует опасным гармоникам 12-цилиндрового двигателя [77, с. 11].

Для выяснения влияния присоединенной к трансмиссии массы гусеницы танка автор статьи [335] проводит численные эксперименты, варьируя момент инерции ведущего колеса (рис. 5.12, поз. 10), соответственно от полностью снятой гусеницы до ее полного включения в систему. При этом собственные частоты, связанные с трансмиссией, очень сильно меняются. Результаты влияния момента инерции на две первые собственные частоты, полученные автором статьи, из которых видно, что частоты растут, приведены на рис. 5.14. Их анализ показал, что автор недостаточно владеет теорией колебаний, поскольку результаты численных экспериментов противоречат теореме Рэлея о том, что увеличение массы в любом месте системы понижает все собственные частоты. Правильные зависимости частот от приведенного момента инерции гусеницы приведены на рис. 5.14 пунктиром.

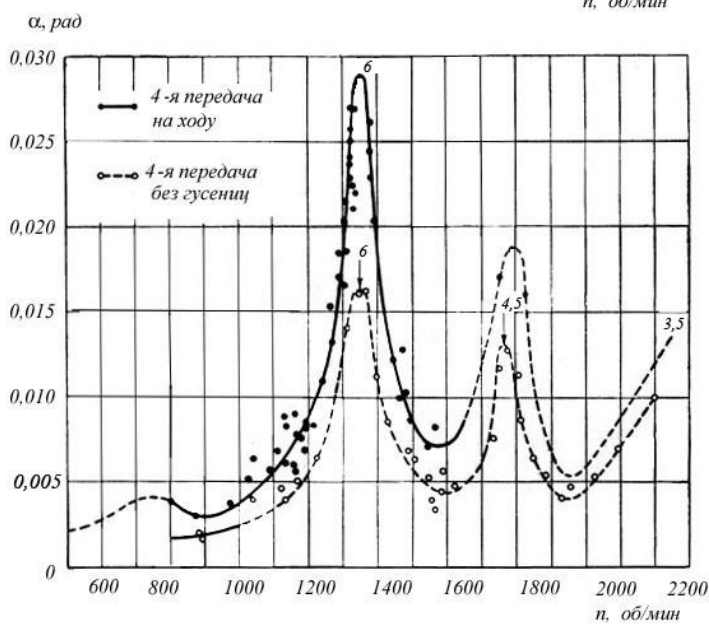
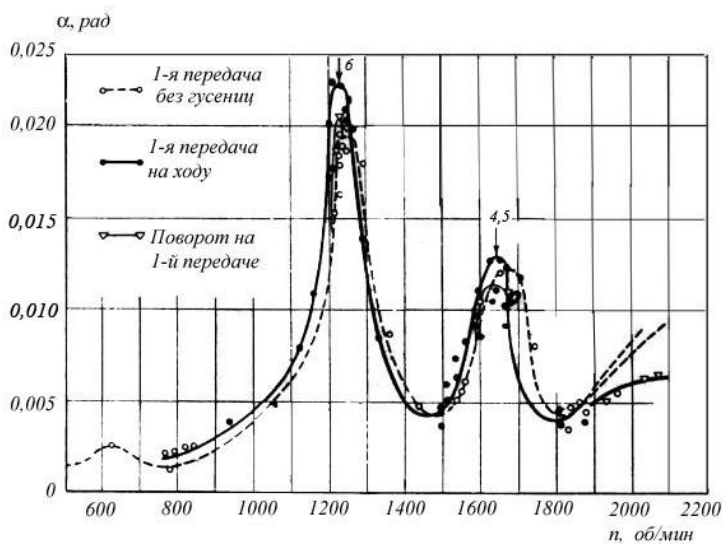


Рис. 5.13. Результаты торсиографирования дизеля В-2 танка Т-34

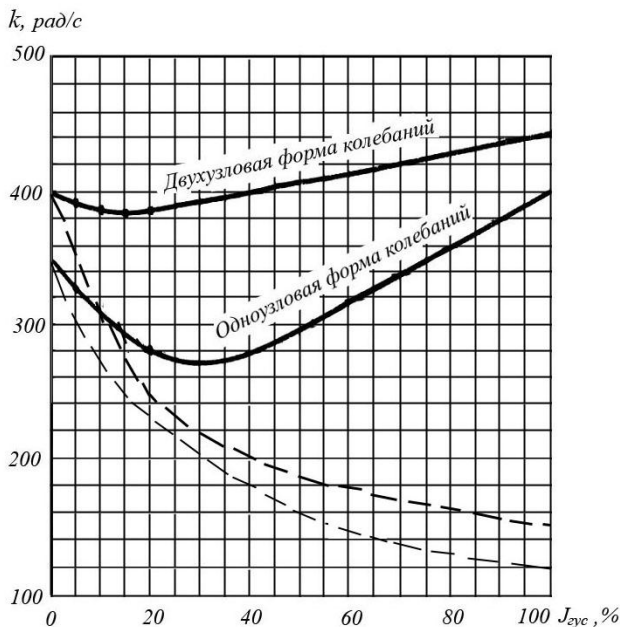


Рис. 5.14. Расчетные зависимости собственных частот трансмиссии танка Т-34 от присоединенной массы гусеницы

Результаты расчетов, таким образом, показали, что если двигатель имеет стабильные значения собственных частот, то для трансмиссии спектр заполнен полностью, поскольку в колебаниях принимает участие только часть гусеницы, причем значение ее приведенного момента инерции постоянно меняется. Следует также отметить, что и возбуждение для этой части валопровода двигателя носит случайный характер, поэтому для борьбы с вибрациями в трансмиссии следует применять не отстройку от резонанса, а просто добиваться более тщательного изготовления ее деталей и узлов.

Различные модификации дизеля В-2 отличались от прототипа большей или меньшей мощностью и оборотами, а параметры цилиндропоршневой группы и коленчатого вала оставались одинаковыми, поэтому, естественно, и собственные частоты двигателей были одинаковыми.

Ситуация с Т-34 улучшилась, когда старую КПП заменили на пяти-ступенчатую [297].

Дизель В-2 служил не только в танках, его модификации устанавливались на тягачах и кораблях, а также использовались в промышленных силовых установках. Двигатели, являющиеся его развитием использовались в танках Т-44, Т-54, ПТ-76, Т-55, Т-62, ИС-4, Т-10 и др. Поперечное расположение двигателя в танках Т-44 и Т-54 сняло проблему конической передачи, однако породило новую – у этих машин был укорочен вал, соединяющий двигатель с маховиком, отчего собственные частоты коленчатого вала стали выше и, как следствие, опаснее. К тому же и узел колебаний сместился ближе к последнему колену вала, что опаснее ввиду концентрации напряжений.

Современные российские танковые дизели являются также развитием В-2. Они имеют ту же размерность – диаметр цилиндра 150 мм, ход поршня 180 мм у основного шатуна и 186,7 мм – у прицепного.

5.3. Исследования колебаний тепловозных дизелей в ХПИ в 1960-е годы

Важнейшим применением достижений теории колебаний в двигателестроении было также исследование колебаний тепловозных дизелей. Украина являлась одной из основных производителей локомотивов в СССР, выпуская более половины отечественных тепловозов.

В СССР первые тепловозы были построены в 1924 г. – 6 ноября дизельные локомотивы Щ^{эл}1 системы инженера Я. М. Гаккеля и Э^{эл}2* – инженера Ю. В. Ломоносова совершили первую поездку. Оба тепловоза имели электрическую передачу. О преимуществах тепловозов говорил на Первой дизельной конференции заместитель наркома тяжелой промышленности М. М. Каганович**. В своем докладе он указывал, что дизельные локомотивы имеют КПД 26–29 % против 8 % у паровозов и

* Первые советские тепловозы обозначались буквой серии паровоза схожей мощности, а верхний индекс указывал на тип передачи.

** Каганович Михаил Моисеевич (1888–1941) - советский государственный деятель, брат Л. М. Кагановича. В 1933–1940 гг. был наркомом авиационной промышленности. В 1940–1941 гг. - директор завода № 124. Покончил с собой.

стоимость часа работы тепловоза составляет 2 руб. 50 коп., тогда как у паровоза 5 руб. 50 коп. Каганович также отметил, что в СССР уже производятся тепловозы мощностью 800 и даже 1300 л. с. или 2600 (в двух секциях) [316, с. 5]. Речь идет о первых серийных тепловозах, являвшихся развитием тепловоза Э^{эл}, — маневровом серии «О» и магистральном двухсекционном тепловозе серии ВМ, выпуск которых в 1931 г. начал Коломенский завод. Всего было изготовлено примерно 40 локомотивов, но в 1940 г., накануне Великой Отечественной войны, их выпуск был прекращен.

В послевоенные годы в СССР остро встал вопрос о реконструкции железных дорог и переводе их на электровозную и тепловозную тягу. Восстанавливаемое после войны народное хозяйство нуждалось в большом количестве новых локомотивов. На конец 1946 года тепловозный парк СССР составлял 132 единицы, так как он пополнился в годы Великой Отечественной войны за счет поставлявшихся по ленд-лизу в Советский Союз из США локомотивов. Всего было получено 70 тепловозов Д^А компании ALCO (American Locomotive Company) и 30 Д^В — компании Baldwin.

С целью скорейшего пуска тепловоза в производство было решено взять в качестве прототипа грузовой маневровый локомотив Д^А. Когда решался вопрос, какому заводу поручить их выпуск — Коломенскому или Харьковскому, выбор был сделан в пользу ХЗТМ № 75 (бывший ХПЗ). Были учтены не только возможности выпуска на заводе локомотивов и дизелей, но также и то, что в Харькове на электромеханическом заводе выпускались тяговые электрогенераторы и электроаппаратура. Учитывалось также, что в ХММИ имеются кафедры ДВС и локомотивостроения, возглавляемые видными учеными профессорами В. Т. Цветковым и С. М. Куценко.

Первоначально завод № 75 не справлялся с заданиями. Сказывалась послевоенная разруха и подводили смежники [348, ф. 1, оп. 23, ед. хр. 5268]. Однако трудности удалось преодолеть, и в 1947 г. на ХЗТМ стали выпускать тепловоз ТЭ1. Дизель для него, получивший наименование Д50, был четырехтактный, шестицилиндровый, развивал мощность 1000 л. с. при 740 об/мин. На базе этого двигателя был создан

судовой дизель Д50С мощностью 900 л. с. при 720 об/мин [346, с. 376]. Вскоре мощность тепловозного дизеля была повышена – новая модификация 2Д50 развивала до 1 150 л. с. при 740 об/мин и в 1950 г. был начат выпуск тепловоза ТЭ2 вместо ТЭ1, снятого с производства. План выпуска тепловозов в начале 1950-х гг. составлял 6–8 штук в месяц [348, ф. 1, оп. 23, ед. хр. 574, л. 242].

Однако мощность этих локомотивов не удовлетворяла требованиям железных дорог, поэтому еще в 1948 г., по инициативе директора ХЗТМ Ю. Е. Максарева, было принято решение об организации на заводе производства новых тепловозных дизелей мощностью 2 000 л. с. Прототипом для них был выбран 10-цилиндровый двухтактный судовой дизель фирмы «Фербенкс Морзе» (США). Такими дизелями оснащались ледоколы, получаемые Советским Союзом по ленд-лизу и приписанные к Мурманскому порту. После окончания войны эти ледоколы были направлены в Ленинградский морской порт для подготовки к отправке в США. Пока в 1949 г. велись переговоры между СССР и США, один дизель был снят с ледокола, разобран и с него были тщательно сделаны эскизы и подготовлены чертежи [294, с. 155]. Опытный дизель 2Д100 был изготовлен в 1952 г. Это был двухтактный двухвальный дизель со встречно движущимися поршнями. Он имел стальной сварной блок цилиндров «этажерочного» типа, в котором цилиндры были расположены вертикально, и чугунные коленчатые валы длиной около четырех метров и массой 1 490 кг у верхнего вала и 1 740 – у нижнего.

В 1953–54 гг. был изготовлен первый двухсекционный тепловоз ТЭ3, оснащенный дизелями 2Д100. Этот локомотив имел мощность 4 000 л.с. и конструктивную скорость 100 км/час. Он стал основным тепловозом СССР на ближайшие годы и обеспечил перевод советского железнодорожного транспорта на тепловозную тягу [346, с. 412–415]. Всего было выпущено 13 594 секций этого локомотива. Для сравнения, тепловозов ТЭ1 и ТЭ2 было выпущено 300 и 1 056 секций соответственно. В 1956 г. на базе ТЭ3 был разработан пассажирский тепловоз ТЭ7 со скоростью 140 км/час [346, с. 413].

Поскольку ХЗТМ интенсивно занимался новой техникой, в 1956 г. производство тепловоза ТЭ2 и семейства дизелей Д50 было передано на

другие заводы, а выпуск паровозов в СССР в том же году прекращен. В 1958 г. по технической документации, предоставленной заводом им. Малышева, начал выпуск дизеля 2Д100 Коломенский завод [346, с. 382].

В 1956 г. отдел 60Д приступил к разработке на базе 2Д100 дизеля мощностью 3000 л.с. В 1958 г. была изготовлена промежуточная модель – 12-цилиндровый дизель 9Д100 с мощностью 250 л.с. на секцию, и в том же году на опытном стенде был отработан рабочий процесс при цилиндровой мощности 300 л.с. Это стало возможным благодаря внедрению двухступенчатой комбинированной системы турбонаддува. В 1959 г. были созданы первые опытные десятицилиндровый дизель 10Д100 и секция тепловоза ТЭ10 [346, с. 415]. Всего выпущено 17 000 секций тепловозов серии ТЭ10 всех модификаций и выпуск продолжается до сих пор.

В 1955 г. на кафедре ДВС ХПИ под руководством профессора Н. М. Глаголева начали разрабатывать новый четырехтактный V-образный 16-цилиндровый дизель-генератор Д70. Диаметр цилиндра 240 мм, ход поршня 270 мм. В 1956 г. организована научно-исследовательская лаборатория тепловозных и судовых двигателей. Первый опытный дизель был собран в 1962 г., а в 1967 г. он прошел государственные межведомственные испытания. Двигатель устанавливали на тепловозы 2ТЭ40 и ТЭ109.

Тепловозные силовые установки различаются по типу передачи энергии от дизеля к колесным парам: электрические, гидравлические и механические. Наиболее распространенными являются электрические передачи, в которых двигатель вращает ротор генератора, вырабатывающего электроэнергию. Колесные пары приводятся во вращение тяговыми электродвигателями (ТЭД). В тепловозах с гидравлическими и механическими передачами основная мощность двигателя отдается непосредственно колесным парам.

Электрическая передача является наиболее эффективной. Тепловозы с такой передачей имеют лучшую тяговую характеристику, электропередача также позволяет соединять несколько секций тепловоза и управлять ими из одной кабины. Кроме того, возможно использование электродинамического торможения при котором ТЭД используются в качестве генераторов, а вырабатываемая ими электроэнергия гасится в

тормозных резисторах. По сравнению с пневматическими тормозами электродинамическое торможение более эффективно, меньше износ тормозных колодок, снижается опасность юза колесных пар. Недостатками электропередачи является большая масса и относительная дороговизна оборудования.

Во всех случаях механические передачи силовых установок тепловозов представляют собой валопроводы различных конструкций. Тепловозные силовые установки являются наиболее сложными установками с ДВС, так как кроме генератора содержат еще несколько потребителей, как правило, разных типов, с различными характеристиками сил полезных сопротивлений. Этими потребителями являются вспомогательные механизмы тепловозов, необходимые для нормальной эксплуатации двигателя и самого тепловоза. К ним относятся вентиляторы холодильной камеры двигателя, вентиляторы охлаждения ТЭД и главного генератора, воздушный компрессор тормозной системы и др. Часть этих механизмов работает при работе двигателя постоянно, а другая часть – по мере надобности. Если к двигателю присоединяется несколько механизмов, то в механической передаче устанавливается распределительный редуктор, разбивающий основной валопровод на несколько ветвей. Соединение этих ветвей с раздаточным редуктором осуществляется с помощью различного рода соединительных муфт, облегчающих монтаж всей передачи. Упругие соединительные муфты существенно влияют на характеристики системы передачи и позволяют придавать ей различные свойства. Для подключения или отключения механизмов, работающих не постоянно, применяются включающие муфты. Кроме того, часто используются гидромуфты, основным назначением которых является разделение механической системы на независимые в отношении крутильных колебаний части.

Именно благодаря этому многообразию различных видов силовых передач в одной системе, методы динамических расчетов, разработанные для механических передач тепловозов, приобретают более общее значение и могут быть использованы для других видов установок.

Основным видом колебаний в тепловозах являются крутильные колебания силовых передач, которые возбуждаются периодическими

моментами, действующими на цилиндрические массы, моментами на валу поршневого компрессора, а также моментами сил, возникающих при «изломе» в головках карданных валов. Аэродинамические силы, действующие на валы осевых и центробежных вентиляторов, изменяются незначительно и не вызывают крутильных колебаний. При этом переходные процессы в механических передачах тепловозов значительно разнообразнее установившихся колебаний. Это вызвано тем, что при эксплуатации тепловоза нередко возникает потребность в изменении режимов работы всей механической передачи, в изменении условий работы отдельных вспомогательных силовых механизмов и, наконец, как указывалось, в подключении и отключении некоторых из них. В зависимости от температуры охлаждающей жидкости в двигателе нужно включать или отключать вентилятор холодильной камеры. Воздушный компрессор в зависимости от давления в тормозной системе может работать на холостом режиме или под нагрузкой. И включение вентилятора, и переключение компрессора делается без остановки основной части механической передачи, которая вращается с постоянной угловой скоростью, но имеет несколько стационарных режимов. Таким образом, система часто переходит с одного режима на другой, и при эксплуатации силовых установок тепловозов в их механических передачах могут возникать не только установившиеся, но и переходные процессы, а деформации, возникающие в силовых передачах, определяются не только действующими нагрузками, но и упругими колебаниями.

В систему тепловоза с электропередачей включен генератор, момент инерции ротора которого в сотни раз больше моментов инерции остальных тел, и можно считать, что при вынужденных колебаниях он не колеблется. В связи с этим генератор выполняет функцию маховика, также являясь разделителем колебательной системы. Поэтому приводы вспомогательных механизмов, подключенные к валу генератора, не испытывают переменных воздействий от вала двигателя.

Внедрение в производство скопированного у фирмы ALCO тепловозного дизеля Д50 особых проблем вибраций не вызвало. Однако уже на этом дизеле возник опасный резонанс на частоте вращения 800 об/мин, что было достаточно близко к максимальным оборотам двигателя

(740 об/мин). По этой причине Пензенский дизельный завод, куда было передано производство этих двигателей, отказался от перехода на чугунные коленчатые валы, несмотря на то, что на ХЗТМ их успешно испытали [346, с. 377].

Конструирование дизеля 2Д100 и приводов вспомогательных механизмов тепловоза ТЭЗ также происходило без предварительных динамических расчетов. На тот момент ТЭЗ являлся наиболее распространенным тепловозом в Советском Союзе и составлял около 70 % его тепловозного парка [358, с. 517]. Но, как показал опыт эксплуатации этого тепловоза, и двигатель, и силовые передачи потребовали доводки ввиду их невысокой надежности. В связи с этим ХЗТМ в конце 1950-х гг. вынужден был обратиться за помощью к сотрудникам ХПИ, где в рамках Инженерно-физического факультета существовала проблемная лаборатория «Динамическая прочность деталей машин».

Исследования динамической прочности силовых механических передач тепловозов, проводились в ХПИ под руководством Льва Израилевича Штейнвольфа в течение многих лет. При этом накапливался опыт, совершенствовалась методика расчетов и средства их проведения. Эти исследования были первыми исследованиями колебаний силовых передач тепловозов. Все опубликованные ранее работы, посвященные динамике крутильных систем, относились к задачам анализа. Исключение составляли, пожалуй, только работы Терских и Толле, однако, необходимых на практике задач синтеза они не решали [358, с. 11]. Таким образом, решение задач синтеза валопроводов по вибрационным характеристикам было также новым в динамике машин. В начале выполнения работы Л. И. Штейнвольф со своими сотрудниками даже не располагали данными о видах динамических процессов, возможных в механических передачах и тем более методикой расчетов. Кроме того, отсутствовали данные о расчетных схемах, параметрах моделей и характеристиках внешних воздействий. Многие из этих данных могли быть определены лишь экспериментально и накапливались постепенно.

Особенностью первых расчетов силовых передач тепловозов было то, что они проводились с целью анализа динамической напряженности механических передач уже выпускавшегося тепловоза ТЭЗ и

использовались с целью их совершенствования и повышения надежности. Вспомогательными механизмами тепловоза ТЭЗ являются центробежный вентилятор охлаждения задних ТЭД, поршневой воздушный компрессор КТ-6 и осевой вентилятор холодильной камеры. Все эти механизмы подключались к распределительному редуктору, разделяющему силовой поток по трем ветвям. В редукторе была установлена гидромуфта постоянного наполнения, отделяющая данную механическую систему от крутильных колебаний двигателя. Это позволило систему, расположенную за муфтой, рассматривать как изолированную. Кинематическая схема силовой установки тепловоза ТЭЗ представлена на рис. 5.15 [103, с. 31а]. При работе привода вентилятор холодильника включался и отключался посредством дисковой фрикционной муфты, а компрессор переключался с холостого режима на рабочий с помощью специального устройства без остановки двигателя. В процессе составления модели основные затруднения возникли при определении упругих характеристик элементов системы, для которых не было достоверных литературных данных. Это в первую очередь резиновые карданные головки и резиновые упругие муфты различных типов. На первом этапе расчеты производились по имеющимся литературным и заводским данным, но впоследствии были произведены соответствующие эксперименты для уточнения упругих характеристик элементов привода [103, с. 7–8].

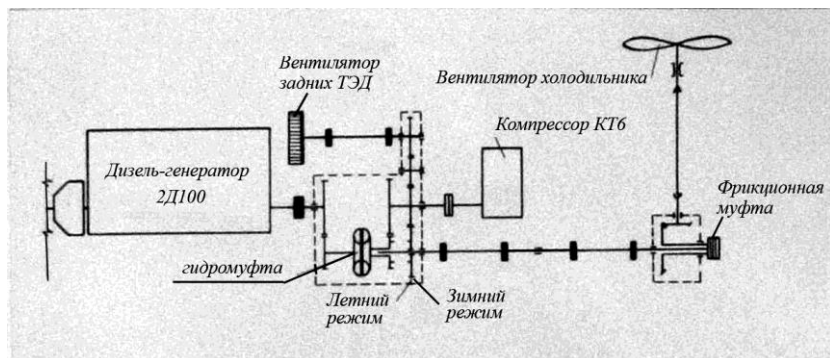


Рис. 5.15. Кинематическая схема исходного варианта силовой установки тепловоза ТЭЗ

В приводе исследовались такие динамические процессы:

а) вынужденные крутильные колебания, возбуждаемые поршневым компрессором на установившихся режимах работы;

б) переходный процесс, вызванный включением фрикционной муфты вентилятора холодильника;

в) переходные процессы, вызванные запуском или остановкой двигателя;

г) переходный процесс, вызванный переключением компрессора с холостого режима на рабочий.

Сначала главное внимание было уделено расчету вынужденных колебаний в приводе на установившихся режимах. Расчеты проводились для четырех вариантов приведенных схем при зимнем и летнем режимах, отличающихся передаточным отношением в приводе и для каждого из них при включенном и отключенном вентиляторе холодильника [103, с. 27–133].

Для определения резонансных режимов предварительно был произведен расчет свободных колебаний. Расчет амплитуд резонансных колебаний был произведен энергетическим методом с использованием постулата Видлера. В качестве демпфирующих сопротивлений учитывались сопротивления внутреннего трения в стальных валах и резиновых карданных головках. Работа в последних определялась по экспериментальным данным. Хотя полученные в расчетах напряжения не превысили допустимых значений, вынужденные колебания отрицательно сказывались на динамической прочности некоторых узлов, они, в частности, вызывали вынужденные колебания лопаток гидромуфты и лопаток колеса вентилятора охлаждения задних ТЭД, что являлось причиной систематического усталостного разрушения лопаток. Экспериментальные работы позволили устранить разрушение лопаток гидромуфты за счет изменения их размеров [362].

Для лопаток вентилятора такая возможность отсутствовала, и пришлось искать решение, при котором бы уменьшилась амплитуда колебаний ступицы колеса. Попытка поставить маховик и ввести податливую упругую связь между компрессором и распределительным редуктором привела к появлению низкой собственной частоты

попадающей в резонанс с наиболее сильной первой гармоникой, чего не было в исходном варианте. Тогда заводу был предложен другой вариант привода компрессора КТ6, в котором он присоединяется непосредственно к валу, соединяющему двигатель с раздаточным редуктором. Здесь часть привода, находящегося за гидромуфтой, не испытывает непосредственного возбуждения от компрессора и лопатки колеса вентилятора работают в благоприятных условиях. Однако возбуждение компрессора вызывает вынужденные колебания в части привода, расположенной до гидромуфты. Расчеты свободных и вынужденных колебаний в этой части привода для двух вариантов соединительных муфт: дисковой и резиновой брусковой показали, что при применении брусковой муфты напряжения, возникающие при резонансных колебаниях не опасны. Этот вариант привода стали выпускать для тепловоза ТЭЗ с 1961 г.

Кроме того, были произведены расчеты переходного режима переключения компрессора с холостого хода на рабочий. При этом было принято, что величина внешнего крутящего момента, действующего со стороны компрессора на привод, возрастает мгновенно. От этого возникают свободные «сопровождающие» колебания, вызывающие дополнительные напряжения, которые, несмотря на их кратковременность, влияют на прочность, так как в сумме с установившимися вынужденными колебаниями могут достигать значительных величин. Для изучения переходных режимов применялось операционное исчисление, причем выражения для углов закручивания представлялось в виде суперпозиции главных колебаний (разложение углов закручивания по амплитудам собственных форм). Эта идея была выдвинута А. Н. Крыловым и применялась рядом авторов. Однако отыскание решений в числовых расчетах требовало громоздкой операции составления и вычисления определителей и их миноров для каждой рассчитываемой системы. На основании расчетов заводу дано заключение о том, что данный вид переходного режима не опасен с точки зрения динамической прочности привода [358, с. 525–530].

При анализе проведенной в ХПИ работы следует отметить, что разработанные методы расчетов установившихся колебаний и переходных процессов могли служить образцом для проведения аналогичных

исследований работниками завода. Однако все полученные числовые данные носят очень приблизительный характер, так как параметры модели, особенно упругие характеристики муфт и сведения о демпфировании не точны [104, с. 110–113].

В отличие от тепловоза ТЭЗ, к расчетам механических передач ТЭ10 приступили, когда конструкция, хотя и была разработана, но не осуществлена в металле. При проведении расчетных работ по исследованию динамических процессов в приводах тепловоза ТЭ10 возникли различные трудности. В первую очередь это было отсутствие возможности точного описания динамических процессов, учитывающих все физические особенности в приводах и отсутствие точных методов интегрирования полученных дифференциальных уравнений. Однако целый ряд упрощений и допущений моделей, выполненный с учетом накопленного при расчетах приводов ТЭЗ опыта, позволил построить приближенные методы расчетов.

Вторым препятствием для получения достоверных результатов было отсутствие надежных данных для определения некоторых параметров колебательных систем, особенно характеристик различного типа муфт, применяемых в приводах. В связи с этим, по отдельным элементам привода в ХПИ был проведен ряд экспериментальных работ по исследованию характеристик различных соединений, применяемых в приводах вспомогательных механизмов тепловозов. Эти работы не только позволили уточнить значения величин, фигурирующих в численных расчетах, но и дали более точное их теоретическое обоснование. Результаты экспериментальных исследований приведены в отчетах [363; 364].

Однако недостатком экспериментов, проводимых в лабораторных условиях, является то, что нагрузки на образцы были намного меньше штатных, что не всегда позволяло получить точные количественные данные. Стенд, созданный на заводе им. Малышева, позволил достичь необходимой мощности, передаваемой соединениями. Однако использование вместо дизеля электромотора, не позволяло осуществить все специфические виды динамических процессов. Особенно важно было то, что отсутствовало периодическое возбуждение крутильных колебаний,

характерное для ДВС. Также сильно отличались и условия пуска и остановки двигателя [102, с. 3–4].

Хотя расчеты переходных процессов, сопровождавшиеся экспериментальной проверкой, и позволили заводу внести изменения в конструкцию привода, повышающие его надежность, но, тем не менее, при эксплуатации тепловоза ТЭ10 в приводе вспомогательных механизмов возникали установившиеся вынужденные колебания, возбуждаемые моментами сил, действующих в цилиндрах двигателя. Кроме того, беспокоили колебания при переходных режимах, таких как запуск или остановка двигателя, смена режима при переключении контроллера с одной позиции на другую, включение или выключение электромагнитных порошковых муфт и переключении этих муфт с одной ступени на другую* [102, с. 1]. Устранение этих недостатков требовало получения более достоверных данных о динамической напряженности элементов силовых передач, для чего были проведены обширные экспериментальные исследования динамических процессов в натурных условиях. Они проводились лабораторией динамики Всесоюзного научно-исследовательского тепловозного института (ВНИТИ) с участием работников ХЗТМ и Л. И. Штейнвольфа [358, с. 474–476]. Программа испытаний была составлена заводом им. Малышева совместно с ХПИ и согласована с ВНИТИ [102, с. 9]. Объектом исследований был тепловоз ТЭ10.017. Аппаратура для исследований устанавливалась в динамометрическом вагоне ВНИТИ, который сцеплялся с тепловозом и позволял проводить работы и на стоянке, и в движении. Аппаратура позволяла измерять колебания масс системы и упругие моменты в соединительных валах. Поскольку данное исследование было уникальным, дорогостоящим и трудоемким, в его программу включили не только штатные режимы работы тепловоза, но и внештатные ситуации, не предусмотренные при нормальной эксплуатации машины. Работа проходила в два этапа: 1) исследование динамических процессов на установившихся режимах, т.е.

* В тепловозе ТЭ10 применяется двухступенчатое включение главного вентилятора холодильника. 1-я ступень – для разгона от нуля до 980 об/мин и 2-я ступень – от 980 до 1250 об/мин

при плавном изменении оборотов двигателя; 2) исследование переходных процессов, которое производилось при включениях, отключениях и переключениях магнито-порошковых муфт, при запуске и остановке двигателя. При этом учитывалось, что установившиеся колебания представляют бóльшую опасность, так как могут поддерживаться в приводе длительное время, и разрушение может носить усталостный характер, чего не может быть при переходных режимах из-за их кратковременности.

В результате были исследованы:

1. Установившиеся режимы вынужденных колебаний в приводах вспомогательных агрегатов, возбуждаемые периодическими моментами, действующими на двигатель (собственного возбуждения приводы не имеют) при различных вариантах подключения механизмов, в том числе и не предусмотренных нормальными условиями эксплуатации. Благодаря наличию маятникового антивибратора, установленного в месте присоединения раздаточного редуктора к двигателю, упругой брусковой муфты на соединительном валу и естественного зазора в зубчатых колесах раздаточного редуктора вынужденные колебания в приводе либо отсутствуют, либо очень малы по амплитуде.

2. Установившиеся режимы работы при выключенном маятниковом антивибраторе двигателя. В результате этого исследования сделан вывод о влиянии маятникового антивибратора на вынужденные колебания коленчатого вала двигателя и о его «заградительных» свойствах.

3. Переходные процессы, возникающие при включении электромагнитной муфты, в том числе при непосредственном включении 2-й ступени, моделирующий не предусмотренный при эксплуатации разгон вентилятора сразу от нуля до 1 250 об/мин, что дало обоснование применяемого в тепловозе двухступенчатого включения. Среди всех видов переходных процессов этот является наиболее важным, так как при нем суммарные напряжения в соединительных валах силовой передачи максимальны.

4. Запуск и аварийная остановка двигателя при заклиненных электромагнитных порошковых муфтах. Под аварийной остановкой подразумевается прекращение подачи топлива в двигатель без снятия

нагрузки с генератора. Этот режим может иметь место лишь в исключительных случаях, так как возможен только при наложении двух аварий. Напряжения при включении характерны для нормальной эксплуатации и, к тому же действуют дольше, чем при аварийной остановке. Уменьшения максимальных напряжений при переходном процессе, вызванном включением электромагнитных порошковых муфт, можно достичь за счет изменения характеристики муфты, в частности, увеличение зазора с 1 мм до 1,5 мм уменьшает их на 30–40 % [102, с. 8].

Результаты экспериментов были тщательно обработаны и дали бесценный материал для проведения расчетов не только для данного типа тепловоза, но и для всех последующих работ. Сопоставление экспериментальных данных с расчетными показало, что методика расчетов дает хорошие результаты. Весьма важным для проведения дальнейших расчетных исследований стало получение достоверных характеристик внешних воздействий, а именно: закона нарастания момента, передаваемого муфтой; нелинейной характеристики сил трения, возникающих в полу муфтах при скольжении, закона пуска или остановки двигателя; характеристик полезных сопротивлений механизмов, включенных в привод [102, с. 100–107].

Накопленный опыт и полученные результаты, подтверждающие теоретические и расчетные выводы, были использованы при проведении расчетов для тепловоза ТЭ40, которые являются первым примером динамических расчетов механических передач, выполненных во время конструктивной разработки [105]. На ТЭ40 был применен новый дизель Д70, а вспомогательные силовые механизмы оставлены те же, что и на ТЭ10, но имели другие мощности и рабочие режимы. Эти обстоятельства вынуждали проводить динамические расчеты, которые, однако, позволяли использовать данные о системе и программное обеспечение.

Поскольку конструкция еще не была разработана, сначала рассматривалась задача синтеза. На основании расчетов окончательно дорабатывалась конструкция и выполнялись поверочные расчеты анализа. При решении задачи синтеза исходили из того, что вспомогательные механизмы уже отработаны и их параметры не следует менять. Конический редуктор был использован тот же, что и на ТЭ10, а в

распределительном поменялись передаточные отношения. Результатами расчета, таким образом, стал выбор сечений валов, поскольку по требованиям завода их длины менять было нежелательно.

Согласно методике расчета синтеза за основу брались напряжения от упругих моментов, необходимых для преодоления инерции масс привода. При подсчетах максимальное ускорение коленчатого вала принималось 25 рад/с^2 . Исходя из полученных результатов, заводом была разработана окончательная конструкция привода, для которой затем были произведены расчеты всех возможных переходных процессов.



Владимир Николаевич Карабан

(1939 – 1995)

Известный специалист в области динамики машин и теории колебаний, выпускник специальности динамика и прочность машин (1962), ученик Л. И. Штейнвольфа. Доктор технических наук (1982), профессор (1983), заведующий кафедрой теоретической механики ХПИ, академик АН Высшей школы Украины. Основные работы Владимира Николаевича посвящены динамике силовых передач систем с двигателями внутреннего сгорания, диагностике, надежности и долговечности боевых, транспортных и сельскохозяйственных машин. Ценность его научной работы заключалась в тесной связи с производством и постоянным внедрением результатов исследований в практику конструкторских бюро, занимающихся расчетами и доводкой силовых передач с ДВС. Владимир Николаевич ушел из жизни очень рано, в возрасте 55 лет.

Эксплуатация дизеля Д-70 с генератором ГП-310 показала, что в рабочем диапазоне имеется несколько резонансных пиков крутильных колебаний. Поэтому В. Н. Карабаном в рамках подготовки кандидатской диссертации, выполняемой под руководством Л. И. Штейнвольфа, было проведено расчетно-экспериментальное исследование валопровода этого

дизеля и возможности применения для уменьшения амплитуд его крутильных колебаний маятникового антивибратора, закрепленного на свободном конце коленчатого вала. Сначала была построена приведенная модель крутильных колебаний, имеющая 12 степеней свободы (см. рис. 5.16). Для этой модели был произведен расчет свободных колебаний с помощью метода цепных дробей В. П. Терских. Первая собственная частота оказалась равной $n=3\,700$ кол/мин и, согласно форме колебаний, наиболее нагруженным является участок коленчатого вала между 7-м и 8-м цилиндрами. Поскольку значение второй собственной частоты намного выше – 11 039 кол/мин (1 156 рад/с), опасной является только первая частота с узлом вблизи генератора. Рабочий диапазон двигателя составляет от 400 до 1 000 об/мин, поэтому в резонанс с первой собственной частотой системы попадают гармонические составляющие от 3,5-го до 8-го порядков. Для них был выполнен расчет вынужденных колебаний, из которого стало ясно что, опасными являются гармоники порядков 3,5; 4,5; 5,5 и 8.



Рис. 5.16. Модель крутильных колебаний дизеля Д-70 с генератором ГП-310

Результаты расчета были уточнены торсиографированием, которое велось при работе двигателя примерно с половинной мощностью. По этим данным построены резонансные кривые амплитуд колебаний первой массы (см. рис. 5.17). У пиков резонансных кривых указаны порядки резонирующих гармоник. Данные эксперимента подтверждают выводы, сделанные по результатам расчета. Резонансный пик, наблюдаемый в осциллограммах для 4-й гармоники колебаний, Карабан объясняет нерав-

номерностью работы цилиндров двигателя в данном эксперименте, что приводит к возникновению низших гармоник возбуждения. Кроме того, срывы колебаний говорят о нелинейности рассматриваемой системы.

Как уже отмечалось, для уменьшения амплитуд опасных крутильных колебаний валопровода рассматривалась возможность применения маятникового антивибратора, закрепленного на свободном конце коленчатого вала. Был произведен расчет маятникового антивибратора с четырьмя маятниками, настроенными на опасные гармоники №№ 3,5; 4,5; 5,5 и 8. При настройке каждого из четырех маятников на одну гармонику остается опасным резонанс основной – восьмой гармоники. Он может быть снят путем увеличения числа маятников, настроенных на эту гармонику, но тогда не хватает маятников для других опасных гармоник. В связи с этим была предложена конструкция маятникового антивибратора с шестью маятниками, сделанная таким образом, чтобы общая масса маятников была максимальной при данных габаритах. Для полного снятия резонанса 8-го порядка необходимо три маятника. Однако недопустимый резонанс возникает для 3,5-й гармоники, резонанс которой после присоединения к системе антивибратора попал в рабочий диапазон, но при этом для нее также не хватает одного маятника.

В связи с этим было предложено применить для данного двигателя маятниковый демпфер. Для гашения 4,5-й и 5,5-й гармоник по-прежнему использовался антивибратор, а для 3,5-й и 8-й – демпфер, за основу которого был взят уже созданный антивибратор (см. рис. 5.18). Демпфер выполнен на базе маятникового антивибратора с четырьмя маятниками. Маятники, настроенные на 3,5-ю и 8-ю гармоники возбуждения, были разрезаны на две части (поз. 1), между которыми установлено несколько пружин (поз. 5) с предварительной затяжкой. Пружины прижимают боковые поверхности маятников к ступице 4. Для соединения обеих частей каждого маятника были использованы втулки 2 пальцев подвески. Изменением комплектов пружин сила натяжения варьировалась от 1,2 до 6 кН.

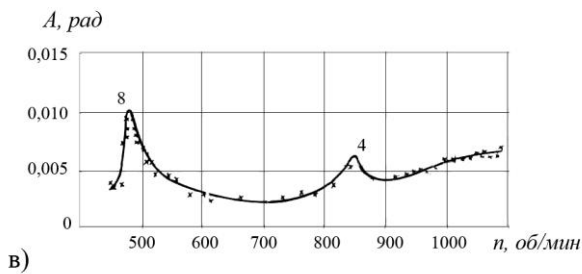
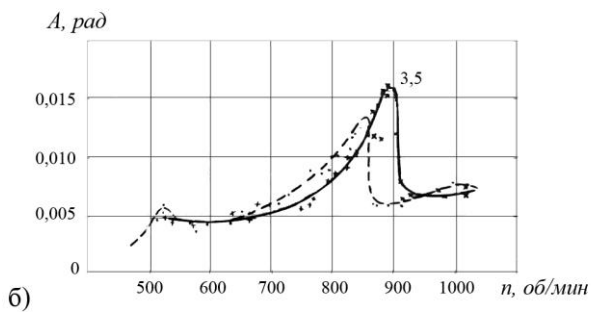
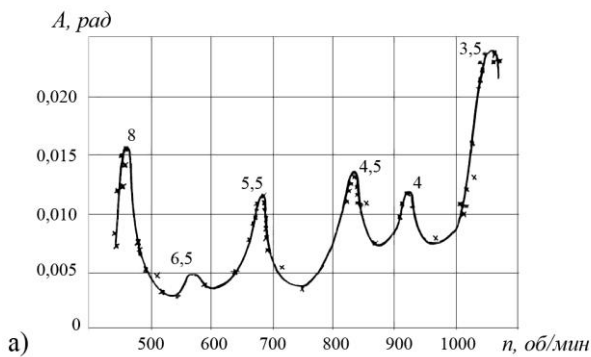


Рис. 5.17. Резонансные кривые колебаний ступицы маятникового антивибратора при 45 % мощности: а) при заклиненном маятниковом антивибраторе; б) при настройке по одному из четырех маятников на каждую гармонику; в) при настройке трех из шести маятников на восьмую гармонику и по одному – на остальные три опасные гармоники

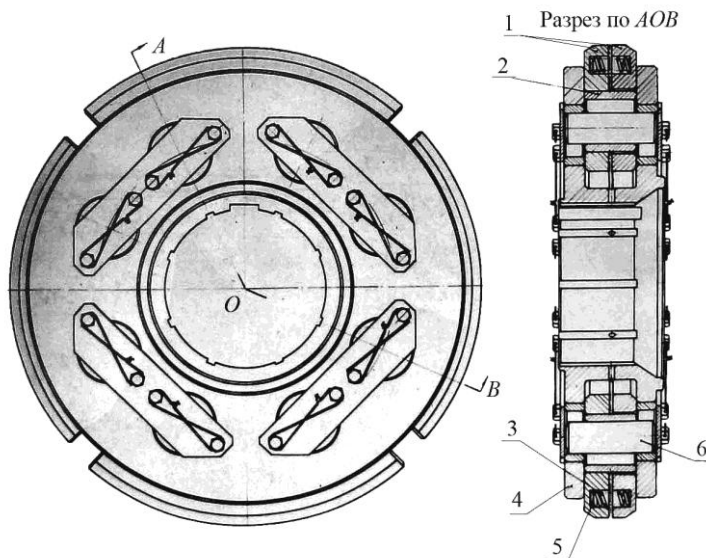


Рис. 5.18. Опытная конструкция маятникового демпфера

Расчеты проводились по линейной теории, однако полученное удельное давление на трущихся поверхностях маятников – $12,5 \text{ Н/см}^2$ свидетельствует о том, что трение уже нельзя считать линейным. Поэтому окончательная доводка маятникового демпфера проводилась в процессе испытаний.

Маятниковый демпфер оказался более эффективным средством для устранения опасных крутильных колебаний в установке двигателя Д-70 с генератором ГП-310 по сравнению с маятниковым антивибратором. Предложенное устройство надежно с точки динамической прочности и технологично в изготовлении. Даже существенные отклонения силы нажатия на маятники от номинального значения, неизбежные при изготовлении и эксплуатации демпфера, практически не влияют на эффект его действия. Введение двух маятников с трением не влияет на работу маятников, сохраненных как антивибратор. Был также изучен также вопрос о возможности применения для гашения колебаний

валопровода дизеля Д-70 силиконового демпфера. Проведенные расчетно-экспериментальные исследования опытного образца демпфера показали, что он позволяет снизить максимальные напряжения в коленчатом валу в шесть раз [150, с. 133–134].

После приобретения определенного опыта и накопления методики и программ расчетов, в группе Штейнвольфа приступили к динамическим расчетам силовых установок тепловозов производства Луганского тепловозостроительного завода (ЛТЗ) им. Октябрьской революции [358, с. 565]. Экспериментальные работы, проведенные Луганским филиалом ВНИТИ, давали необходимые материалы для определения упругих характеристик элементов передачи. Использовались также приведенные системы, построенные сотрудниками Луганского филиала. Были исследованы переходные процессы приводов вспомогательных механизмов тепловозов с электропередачей 2ТЭ10Л и М-62 и тепловоза ТГ106 с гидромеханической передачей, для которого отдельно выполнялись расчеты системы дизель – гидротрансформатор и отдельно для механической передачи от гидротрансформатора к колесам.

Наибольший интерес из этих работ представляет ТГ106 – тепловоз, в котором мощность двигателя передается к колесам механической передачей. С целью регулировки и трансформации момента, развиваемого двигателем, применяется гидромеханическая передача, в которой между двигателем и механической передачей к колесам устанавливается гидротрансформатор. В связи с этим, в отношении крутильных колебаний вся система разделяется на две независимые части: двигатель и часть системы до насосного колеса гидротрансформатора и система передачи мощности от турбинного колеса гидротрансформатора к колесным парам.

Одним из главных результатов проведенной работы является исследование фрикционных автоколебаний в механических передачах. Хотя этому виду колебаний посвящена обширная литература, этому виду не уделялось должного внимания. Лишь в связи с созданием тепловозов с гидромеханической передачей, где фрикционные автоколебания явились

причиной многочисленных разрушений соединительных валов, на них обратили внимание. Специально проведенное экспериментальное исследование выявило ряд ранее неизвестных особенностей этих колебаний, что потребовало, в свою очередь, проведения теоретического обоснования новых явлений. В результате были построены методы расчета амплитуд фрикционных автоколебаний этого вида.

Вторая часть системы силовой установки тепловоза ТГ106 от турбинного колеса гидротрансформатора до колес изолирована от возбуждения крутильных колебаний двигателя (см. рис. 5.19). Однако в этой передаче применяются карданные валы, в головках которых присутствуют «изломы» и на установившемся режиме могут развиваться вынужденные колебания, возбуждаемые ими. Ранее в литературе этот вопрос не рассматривался, и инженеры не располагали методикой таких расчетов. Л. И. Штейнвольфом были получены выражения для возмущающих моментов, возникающих в «изломах» в карданных головках, которые позволили по известным методам производить расчеты вынужденных колебаний. Так как при буксовании колес тепловоза в гидромеханической передаче самовозбуждаются интенсивные фрикционные автоколебания, с целью уточнения их амплитуд были учтены демпфирующие сопротивления. При этом, как и прежде, истинное демпфирование заменялось эквивалентным вязким трением.

Основным динамическим расчетом, выполненным для этой части системы, был расчет переходного процесса, возникающего при трогании тепловоза с места. Расчет выполнялся на ЭЦВМ Урал-2. Приведенная система может рассматриваться как свободная лишь при буксовании колес. При неподвижных колесах эту систему следует считать защемленной в местах расположения колес. Силы сцепления колес с рельсами и сила сопротивления состава были взяты такими, чтобы буксование происходило без движения состава. При силе сопротивления состава, принятой в тяговых характеристиках 31,5 т (308,7 кН), суммарная сила сцепления бралась 30 т – по 2,5 т на колесо.

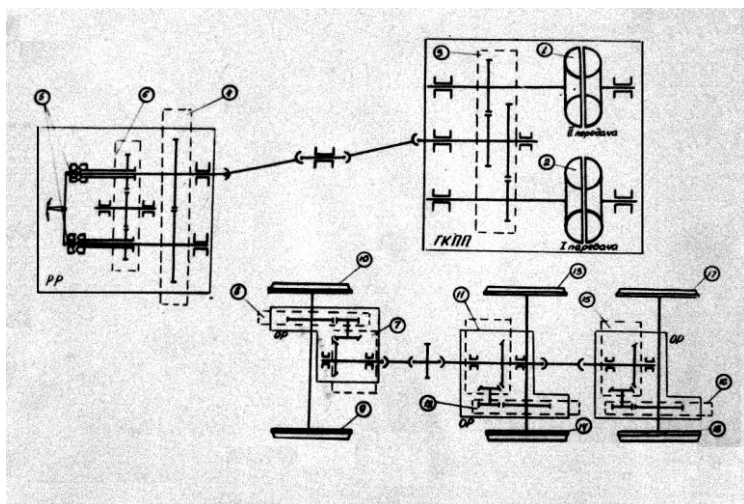


Рис. 5.19. Схема гидромеханической передачи тепловоза ТГ106 от гидротрансформатора до колесных пар

На рис. 5.20 приведен график для наиболее напряженного участка передачи – карданного вала между второй и третьей колесными парами, а на рис. 5.21 для одной из полуосей второй колесной пары. Начальные точки графиков соответствуют значениям упругих моментов при срыве колес. Из графиков видно, что с момента начала буксования упругие моменты нарастают вследствие возникающих в системе автоколебаний. Частота динамических моментов приблизительно равна первой собственной частоте системы.

Проведенные расчеты показали применимость разработанной методики и программы для оценки динамической прочности элементов гидромеханической передачи, а также значимость фрикционных автоколебаний.

Таким образом, в течение ряда лет был исследован широкий круг задач по динамическим расчетам крутильных вибрационных систем при установившихся и переходных режимах. Изучение особенностей механических передач тепловозных силовых установок позволило поставить ряд новых задач общего характера, решение которых позже было распространено и на механические передачи силовых установок, используемых в различных областях машиностроения.

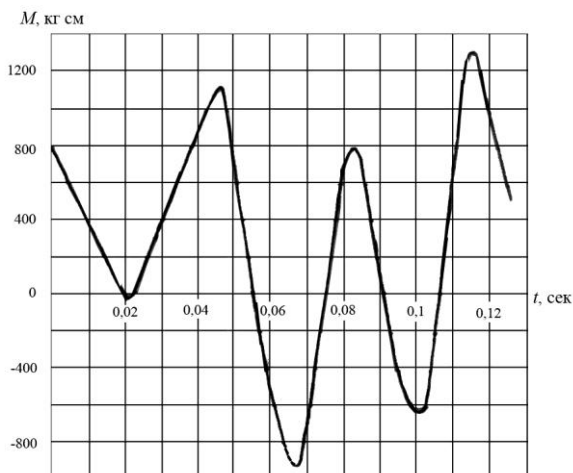


Рис. 5.20. График упругого момента в карданном валу гидромеханической передачи ТГ106 при буксовании колес

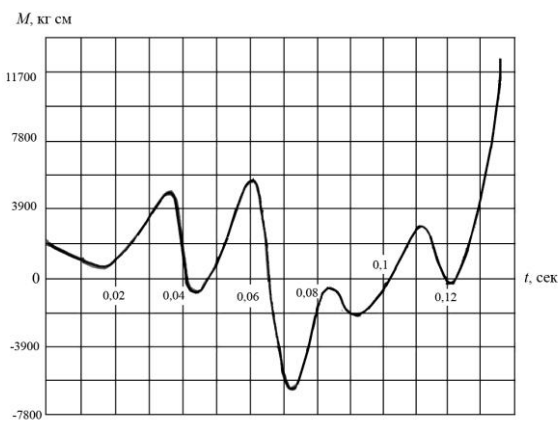


Рис. 5.21. График упругого момента в полуоси колесной пары ТГ106 при буксовании колес



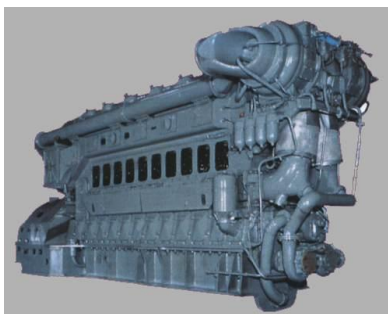
Тепловоз ТЭ1



Тепловоз ТЭ3



Тепловоз ТЭП10



Дизель 10Д100



Тепловоз 2ТЭ10М

Рис. 5.22. Тепловозы производства Харьковского завода транспортного машиностроения имени В. А. Малышева

Из выполненных расчетов и экспериментальных исследований следует, что для крутильных вибрационных систем необходимо проводить динамические расчеты не только при установившихся, но и при переходных режимах, которые хотя и кратковременны, но возникающие в них напряжения могут быть настолько большими, что именно они определяют прочность элементов системы. Если учесть к тому же их частую повторяемость для многих систем, то становится ясна необходимость в динамических расчетах.

Форма решений дифференциальных уравнений переходных процессов и исследование ее свойств позволило найти новый универсальный метод определения коэффициентов разложения, применимый для систем любых структур. Для этого необходимо знать лишь полный спектр собственных частот и форм рассматриваемой системы. Этот результат – новый весьма удобный способ для числового подсчета решений систем прямых линейных дифференциальных уравнений второго порядка с правой частью.

Найденный для определения углов закручивания способ дал возможность установить единый подход к изучению переходных процессов, вызванных различными внешними воздействиями. Это позволило построить приближенный метод расчета и для внешних воздействий, заданных нелинейными функциями, приемлемый для клавишных машин. Полученные результаты оказалось возможным применить и для расчетов переходных процессов, вызванных импульсными периодическими воздействиями, и для прохода через резонанс.

На основе доказанной теоремы в работе изложено решение задачи отстройки системы от резонансных зон и выбора размеров соединительных валов передачи, обеспечивающих желаемую динамическую прочность при переходных процессах.

Работа выполнялась в содружестве с ведущими тепловозостроительными заводами Советского Союза – ХЗТМ им. В. А. Малышева и ЛТЗ им. Октябрьской революции. Полученные при экспериментальных и расчетных исследованиях магистральных тепловозов этих заводов результаты позволили устранить имевшие место выходы из строя

отдельных узлов механических передач и способствовали совершенствованию существующих и создаваемых новых конструкций.

В результате за период с 1964 г. по октябрь 1968 г. срок службы дизелей Д100 был повышен на 100 % и достиг 20 000 часов работы до капитального ремонта. Межремонтный срок до первой переборки повышен с 3 000 часов до 3 500 [348, ф. 1, оп. 25, ед. хр. 82, л. 108–109]. Накопленный опыт был применен при исследованиях колебаний танковых трансмиссий.

5.4. Создание танковых дизелей серии ТД

Ни для кого не секрет, что приоритетной в Советском Союзе всегда была техника военного назначения. Именно ею занимались лучшие ученые и инженеры, для ее создания использовались самые современные материалы и оборудование. По этой причине, несмотря на отставание СССР в создании многих видов машиностроительной продукции от ведущих Западных стран, советская военная техника была вполне конкурентоспособной, а по многим видам и далеко опережала технику «вероятного противника».

В 1960-е гг. в Харькове на ХЗТМ им. В. А. Малышева был создан танковый дизель нового поколения – 5ТДФ, имевший уникальные характеристики. Двигатель, опередивший свое время, стал основой для создания семейства двигателей, предназначенных для бронетанковой техники, и определил пути ее развития в СССР, а позже и в независимой Украине.

История создания этого дизеля началась с разработки в ЦИАМе под руководством А. Д. Чаромского в 1948–1950 гг. четырехцилиндрового двухтактного турбопоршневого высокооборотистого авиационного дизеля М-305 (У-305) со встречно движущимися поршнями и Х-образным расположением цилиндров. Двигатель имел диаметр цилиндра 120 мм и ход поршней тоже 120 мм (размерность 12/2 × 12). Взлетная мощность составляла 1000 л.с. Проект не был реализован, так как авиационная промышленность перешла на газотурбинные двигатели. Тогда Алексей

Дмитриевич решил заняться проектированием танковых дизелей. В 1952 г. его группа была выделена в научно-исследовательскую лабораторию двигателей, впоследствии преобразованную в научно-исследовательский институт двигателей. В качестве прототипа для создания нового танкового дизеля был взят М-305. Поскольку его компоновка не годилась для танка, был разработан эскизный проект рядного дизеля 4ТД. Этот проект не был реализован в металле, так как расчетная мощность двигателя (не свыше 600 л.с.) оказалась недостаточной [346, с. 396–397]. После доработки проекта был добавлен еще один цилиндр, и в 1953 г. на заводе им. Малышева началась работа по созданию проекта нового пятицилиндрового танкового двигателя 5ТД. Он представлял собой двухвальный двухтактный дизель с рядным горизонтальным расположением цилиндров и встречно движущимися поршнями. В июле 1955 г., после утверждения проекта, на ХЗТМ было организовано КБ по танковому двигателестроению – отдел 60Б. Главным конструктором двигателей был назначен А. Д. Чаромский, переехавший из Москвы в Харьков.

В 1958 г. дизель 5ТД успешно прошел испытания. Он имел рабочий объем всего 13,6 л и мощность 580 л.с. с возможностью дальнейшего форсирования. Его показатели по литровой и особенно по объемной мощности были для своего времени рекордными, сочетаясь при этом с высокой экономичностью. Под этот двигатель в КБ под руководством А. А. Морозова был создан новый танк – объект 430. Хотя танк и двигатель показали высокие качества, в серийное производство они не пошли, так как их тактико-технические характеристики не соответствовали новым повышенным требованиям. Но поскольку у нового двигателя были еще большие возможности для форсирования, разработка этой схемы продолжалась. В 1964 г. началось изготовление первых образцов дизеля 5ТДФ. Сначала оно происходило в цехах, выпускающих серийную продукцию, а в декабре 1965 г. приказом министра оборонной промышленности СССР С. А. Зверева при заводе им. Малышева было организовано самостоятельное подразделение – Харьковское конструкторское бюро по двигателестроению (ХКБД). Отдел динамики и прочности в нем возглавил М. В. Блох [346, с. 505]. В 1966 г. дизель 5ТДФ

успешно прошел 200-часовые межведомственные испытания (МВИ). За период его конструктивной и технической доводки с 1962 по 1967 гг. практически все узлы двигателя претерпели изменения [135, с. 10].

КБ Морозова начало работу над новым танком – объектом 432 (Т-64), стараясь добиться более высоких тактико-технических свойств. В новой машине была установлена пушка У-5ТС калибра 115 мм, впервые в танкостроении применена комплексная многослойная комбинированная защита. Также впервые в мире применен механизм заряжания, что позволило сократить экипаж танка до трех человек и уменьшить объем боевого отделения. Кроме того, машина имела новую конструкцию ходовой части и гусениц [345, с. 98–100].

Несмотря на увеличившуюся до 34 т массу, танк оказался более маневренным, чем его предшественники за счет установки 700-сильного дизеля 5ТДФ – форсированной модификации дизеля 5ТД. Это рядный двигатель с горизонтальным расположением цилиндров, имеет два коленчатых вала – впускной (продувочный), названный так потому, что с его стороны в гильзе цилиндра имеются впускные (продувочные) окна и выпускной (выхлопной) вал – с его стороны располагаются выпускные окна. Поскольку продувочный коленчатый вал отстает по углу поворота от выхлопного на 10–12°, мощность, снимаемая с него, составляет только 30 % мощности двигателя. Коленчатые валы связаны друг с другом главной передачей, состоящей из пяти зубчатых колес, что задает одинаковое направление их вращения. Для разгрузки выполненного из алюминиевого сплава блока цилиндров от растягивающих усилий картеры коленчатых валов соединены между собой шестью парами стальных анкерных болтов.

Двигатель имеет турбонаддув с комбинированной связью компрессора (нагнетателя), газовой турбины и коленчатого вала. Турбина, вращающая вал компрессора, работает от энергии выхлопных газов, а в случае ее нехватки снимает мощность с главной передачи. Сложнейшую проблему осуществления силовой связи между находящимися с двух сторон двигателя турбиной и компрессором блестяще решил конструктор

Г. А. Волков, предложивший сделать ее в виде соединения, расположенного внутри кулачкового вала топливных насосов [346, с. 397]. Привод состоит из трех тонких валов (рессор), последовательно соединенных между собой стальными цементированными шлицевыми втулками, вращающимися в бронзовых подшипниках скольжения, расположенных в расточке кулачкового вала.

Для снижения ударных нагрузок до допускаемых величин в качестве «сдающего механизма» используется фрикционная муфта постоянной затяжки, разработанная и освоенная силами ХКБД. На рисунке 5.20 представлена кинематическая схема валопровода дизеля типа 6ТД. Кроме нелинейностей, соответствующих упругим муфтам между коленчатыми валами и в приводе компрессора, показаны нелинейности к потребителям, обусловленные наличием зазоров в шлицевых соединениях (на рабочих оборотах благодаря средним моментам эти зазоры выбираются).

Среди систем 5ТДФ по красоте решения выделяется привод стартер-генератора, представляющий собой гидромеханическую передачу с автоматическим изменением передаточного отношения при переходе из стартерного режима в генераторный. Чтобы преодолеть динамические нагрузки, возникающие в приводе во время пуска, а также в различных ситуациях, характерных для эксплуатации танкового дизеля, потребовались годы упорных усилий [346, с. 513].

Главными достоинствами нового дизеля были малая высота – всего 581 мм и двухсторонний отбор мощности. Уникальные массогабаритные характеристики 5ТДФ позволили создать компактное моторно-трансмиссионное отделение (МТО), что в целом очень благоприятно повлияло на компоновку всего танка. Плоский двигатель позволил разместить радиаторы систем охлаждения и смазки над ним, в крыше МТО и, несмотря на это, снизить высоту танка до 2,17 м. Для сравнения, современные ему танки других стран имеют высоту не менее 2,7 м. Съём мощности с двух сторон выпускного коленчатого вала позволил радикально изменить компоновку МТО и отказаться от главного и

бортовых фрикционов. Танк оснащен двумя планетарными КПП и планетарными бортовыми передачами. Повороты осуществляются включением в КПП отстающего борта нейтральной передачи или передачи на ступень ниже, чем в опережающем.

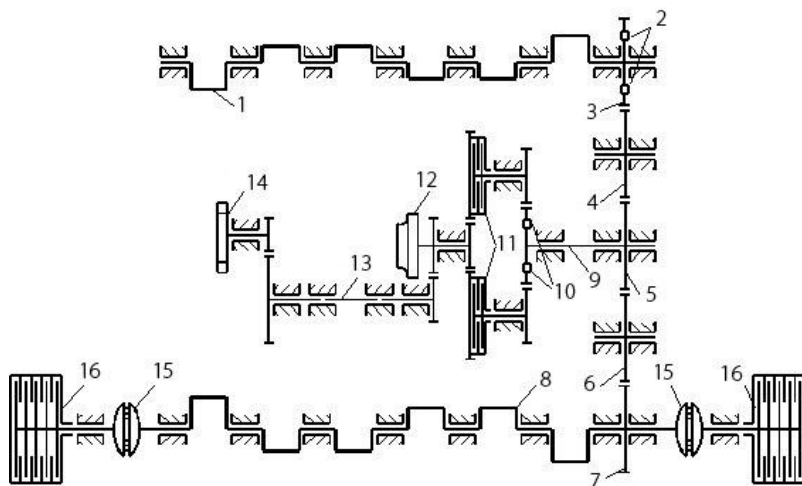


Рис. 5.23. Кинематическая схема двигателей 6ТД-1, 6ТД-2 с потребителями. Цифрами на схеме обозначены: 1 – впускной коленчатый вал; 2 – упругая муфта на впускном валу; 3÷7 – шестерни главной передачи; 8 – выпускной вал; 9 – рессора привода компрессора; 10 – упругая муфта в приводе компрессора; 11 – фрикционные муфты; 12 – ротор компрессора; 13 – рессора привода турбины; 14 – ротор турбины; 15 – резино-пальцевые муфты; 16 – потребители (гидротормоза).

Приказом Министра оборонной промышленности № 62 от 6 мая 1965 г. танковое КБ (отдел 60) и опытный цех танкового производства (цех 190) были объединены в самостоятельное предприятие «Харьковское конструкторское бюро по машиностроению» (ХКБМ). Начальником и Главным конструктором нового КБ был назначен А. А. Морозов [345, с. 103–104]. Первым детищем ХКБМ стал новый танк, который в 1967 г. был представлен на Государственные испытания. Он был создан на базе серийного Т-64 и состоял из 2007 узлов и 7797 деталей, в том числе 798

узлов и 1968 деталей отличных от Т-64. Главным отличием новой машины стал более мощный комплекс вооружения [348, оп. 25, ед. хр. 82, л. 67–68]. На танк была установлена гладкоствольная 125-мм пушка Д-81 с уникальными баллистическими характеристиками. Кроме того, была улучшена броневая защита, в том числе от кумулятивных снарядов и от химического и ядерного оружия. Несмотря на большие трудности перестройки уже налаженного производства, постановлением ЦК КПСС и Совета министров СССР от 20 мая 1968 г. № 360–137 и частичными изменениями постановления ЦК КПСС и Совета министров СССР от 15 августа 1967 г. № 802–266 инициатива ХКБМ и завода имени Малышева была принята. Танку присвоили шифр Т-64А и разрешили заводу выпустить установочную партию из 10 машин [348, оп. 25, ед. хр. 82, л. 67].

Танк Т-64А успешно прошел войсковые испытания и был принят на вооружение Советской армии. Специалисты сравнивают появление этой машины только с созданием знаменитой тридцатьчетверки. Т-64А реализовал концепцию основного танка, сочетая бронирование и вооружение тяжелого танка с массогабаритными характеристиками и маневренностью среднего. Его появление позволило отказаться от деления танков на классы (тяжелые, средние и легкие). В дальнейшем завод перешел на выпуск танков Т-64Б и Т-64БВ, являющихся развитием машины этого типа.

Первоначально планировалось выпускать Т-64А не только в Харькове, но и на Ленинградском Кировском заводе и Уралвагонзаводе. Так как ХЗТМ не обладал мощностями для обеспечения трех заводов танковыми дизелями, а, кроме того, дизель 5ТДФ имел еще много рекламаций по ресурсу, были разработаны запасные варианты танка с дизелем В-45, являющимся развитием знаменитого В-2 [345, с. 104]. На основе этих проектов в России впоследствии был создан танк Т-72 с аналогичным вооружением и броневой защитой, однако вследствие более объемного двигателя его масса составила 46 т.

При создании дизеля 5ТДФ предполагалось, что он будет развивать мощность 1 000 л.с. при 3 000 об/мин. Однако в конце рабочего диапазона

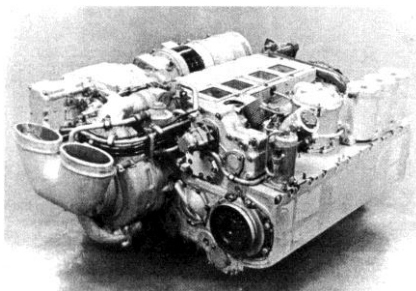
возникал резонанс крутильных колебаний, кроме того, двигатель оказался перегружен. В результате пришлось ограничить максимальные обороты (2800 об/мин) и снизить мощность до 700 л.с. Однако в последующие годы мощность дизеля 5ТДФ была повышена сначала до 750, а затем и до 840 л.с. (см. табл. 5.2).

Таблица 5.2

Танковые двигатели семейства ТД

Марка двигателя	Год	Мощность, л.с.	Режим, об/мин	Машины
5ТД	1958	580	3000	Объект 430
5ТДФ	1969	700	2800	Т-64, Т-64А, Т-64Б, Т-64БВ
	1971	750		
6ТД-1	1979	1000	2800	Т-64АМ, Т-64БМ, Т-80УД
6ТД-2	1985	1200	2600	Т-84
5ТДФМ	1986	1000	2600	Т-64АГ, Т-55АГМ,
3ТД-1	1990-е	280	2600	Автобусы, БТР, БМП
3ТД-2		400		
3ТД-3		500		
3ТД-4		600		

Поскольку создать танковый дизель мощностью 1000 л.с. конструкторам ХКБД не удалось, в 1975 г. развернулись работы по созданию на базе 5ТДФ шестицилиндрового дизеля. Кроме добавления шестого цилиндра, для размещения которого в танке имелись резервы пространства, была также увеличена цилиндровая мощность за счет увеличения турбонаддува. На создание нового дизеля, получившего наименование 6ТД-1, с момента выпуска чертежей до МВИ, проведенных в 1979 г. ушло всего четыре года. Параллельно ХЗТМ совместно с сотрудниками ХКБД выполнили ОКР по созданию моторно-трансмиссионной установки с новым дизелем [346, с. 516].



Танковый дизель 5ТДФ



Танк Т-64Б



Танк Т-80УД



Танк Т-84



БМП-3



БТР-80

Рис. 5.24. Боевые машины, оснащенные дизелями серии ТД

Еще через шесть лет в двигателях семейства ТД все-таки удалось достичь цилиндровой мощности 200 л.с. – новый двигатель 6ТД-2 развивал мощность 1200 л.с., а модернизированный 5ТДФМ – 1000 л.с. Это стало возможно благодаря применению более мощной турбины в системе питания воздухом. Хотя обороты этих двигателей достигают 3000 в минуту, максимальная мощность развивается на режиме 2600 об/мин. Дизели 6ТД позволили создать новые танки Т-80УД и Т-84, успешно конкурирующие с лучшими образцами танков на мировом рынке вооружений. Они также позволили заняться радикальной модернизацией танкового парка, причем не только повысить мощность Т-64, но заменить V-образные дизели в машинах российского производства Т-72, а также самого многочисленного за всю историю мирового танкостроения Т-55. Модернизация проводится не только для армии Украины, но и для иностранных армий, что позволяет обеспечить ХЗТМ заказами.

Внедрение в танкостроении нового семейства двухтактных дизелей со встречно движущимися поршнями создало очень много проблем. Среди них не последнее место занимают проблемы вибраций.

На протяжении многих лет сложилась такая практика разработки ДВС: сначала создается одна секция будущего двигателя и на ней отрабатываются все параметры его рабочего процесса. После того, как рабочий процесс отлажен, приступают к созданию многоцилиндрового двигателя или даже целого семейства. При этом предварительных расчетов колебаний не производили, даже для наиболее простых моделей крутильных колебаний. Самое большее, на что были способны заводские КБ, – это расчет собственных частот крутильной системы методом цепных дробей [306], который к 1970-м гг. уже безнадежно устарел. Однако, как известно автору, им продолжали пользоваться еще и в 80-е годы, и позже. К проведению более масштабных динамических расчетов обращались только в случае опасных колебаний, приводящих к разрушению двигателя. Это приводило к тому, что при отладке двигателя, в случае опасных резонансных колебаний для отстройки от резонанса

можно было варьировать только некоторые параметры, поскольку менять конструкцию цилиндро-поршневой группы уже было нельзя.

Уже на ранних стадиях доводки двигателя 5ТДФ были отмечены случаи поломок рессор привода турбонаддува на эксплуатационных режимах. Металлографические исследования показали, что причиной разрушения являются высокие напряжения. Проведенное тензометрирование помогло обнаружить, что значительные напряжения в рессорах возникают при переключении передач под воздействием сил инерции, усиливаемых влиянием фрикционных автоколебаний. Двигатель 5ТДФ снабжен всережимным регулятором, связанным посредством жесткой связи с выпускным валом. При стендовых испытаниях были обнаружены низкочастотные колебания, возбуждаемые взаимодействием привода турбонаддува с регулятором, которые и стали причиной поломок. Специалистами ХКБД были предприняты попытки теоретического обоснования этого явления, но они не имели успеха, так как для исследования нелинейной системы использовались обычные частотные методы расчета устойчивости линейных систем [135, с. 1–4].

Тогда разработчики двигателя вынуждены были обратиться за помощью в ХПИ. Этот и все последующие расчеты колебаний дизелей 5ТДФ и 6ТД проводились в ХПИ в группе силовых передач проблемной лаборатории динамики и прочности машин, которую возглавлял профессор Л. И. Штейнвольф. С участием сотрудников ХПИ были проведены экспериментальные исследования устойчивости системы регулирования с разными вариантами регуляторов. Испытания показали, что на режимах, соответствующих частотам 15–17 Гц, а также на рабочих режимах от 2000 об/мин до верхней границы рабочего диапазона, наблюдаются интенсивные колебания, при которых даже происходит потеря устойчивости системы регулирования. Однако это не отражается на ее работе, так как резонансы привода турбонаддува соответствуют режиму запуска двигателя, а потеря устойчивости в рабочем диапазоне происходит только при переключениях КПП танка или при работе двигателя без нагрузки [135, с. 33].

Для получения более подробных данных о работе системы регулирования были проведены численные эксперименты, которые показали, что на частотах 17 и 33 Гц резонирует низкочастотный привод турбонаддува, вызывающий также и интенсивные колебания регулятора. При проскальзывании муфты постоянной затяжки эти колебания ограничиваются по амплитуде, но при этом происходит развитие высокочастотных (от 120 Гц) фрикционных автоколебаний, исчезающих при соединении обеих частей муфты. Однако, фрикционная муфта постоянной затяжки, защищая привод от разрушения, сама может оказаться недолговечной.

Проведенные исследования характеристик муфт показали, что они зависят от многих факторов и меняются в процессе эксплуатации. Главную роль в характеристике муфты играет смазка трущихся поверхностей, а падение предельных моментов при эксплуатации в основном зависит от износа поверхностей трения. Для проведения исследований необходимы статистические данные. В результате исследований была разработана методика определения ресурса муфт.

Еще одна проблема, с которой столкнулись двигателестроители – критические обороты ротора нагнетателя. В рамках хоздоговора №21922/1320П от 12 марта 1971 г. между предприятием п/я №В-8748 и ХПИ была выполнена работа по определению критических скоростей роторов нагнетателя различных конструкций. Проведенные исследования показали, что при расчетах критических скоростей упругость вала и гироскопический момент крыльчатки мало влияют на первую критическую скорость, что позволяет существенно упростить модель. Результаты расчетов показали, что на некоторых режимах работы могут иметь место критические состояния ротора нагнетателя, поэтому были сделаны предложения по изменению его параметров [250, с. 77–121].

Опыт эксплуатации дизеля 5ТДФ также показал, что при запуске возникает переходный процесс типа прохода через резонанс – в приводе стартер-генератора возникает сложный переходный процесс, определяемый внешними непериодическими воздействиями, приложенными к

ротору и двигателю. Аналогичный процесс возникает и при аварийной остановке двигателя. Опасные динамические процессы, как установившиеся, так и переходные возникают также в приводе к турбине и нагнетателю, имеющем низкие собственные частоты. Установившиеся субгармонические колебания могут возникать в этом приводе и от низкочастотных возмущающих гармоник, появляющихся при неравномерной работе цилиндров.

Динамические расчеты привода стартер-генератора были проведены в рамках того же хоздоговора № 21922/1320П. Они показали, что наиболее опасными с точки зрения прочности являются процессы, возникающие при запуске и торможении двигателя. Упрощенные расчеты, достаточные для объяснения причин поломок привода, не позволяют дать рекомендаций, за счет чего можно улучшить динамику и повысить его надежность. Выполненная работа позволяет построить и рассчитать более точные модели, однако для этого требуются постановка дополнительных экспериментов по уточнению характеристик стартер-генератора и гидромукты [250, с. 122–151].

Дальнейшие исследования показали, что одной из причин поломок зубчатых колес привода стартер-генератора было неравномерное распределение нагрузки по ширине зуба, которое возникает вследствие изгибных деформаций валов в плоскостях, параллельных плоскости зацепления. Вынужденные колебания возбуждаются суммарным крутящим моментом, действующим на приведенную массу коленчатого вала двигателя. При этом суммарный угол перекоса зависит от податливости опор и корпуса двигателя. Модель, учитывающая эти факторы, представлена на рис. 5.25. Параметры системы определялись как аналитически, так и путем обработки экспериментальных данных [337, с. 148–155].

Для составления дифференциальных уравнений колебаний данной модели применялся метод структурных матриц, распространенный на многосвязные системы [223; 224]. Полученные результаты расчета позволили провести более детальный анализ динамической нагруженности силовых элементов валопровода. Предлагаемая методика может применяться при изучении динамических процессов дискретных моделей конструкций, включающих зубчатые передачи.

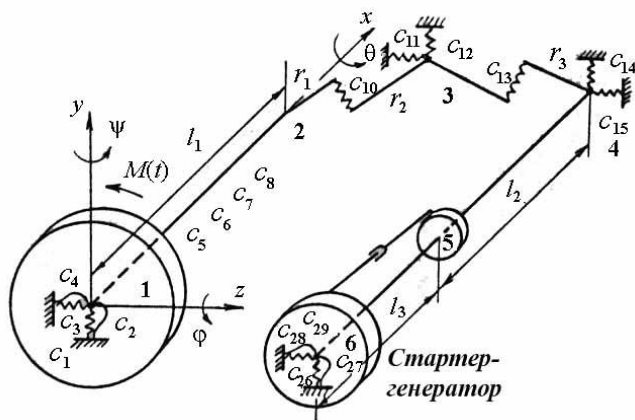


Рис. 5.25. Динамическая модель привода к стартер-генератору

Рассматривалась также задача прочности коленчатых валов. При этом следовало учитывать податливость корпуса двигателя, который выполнен из сплава на основе алюминия, устанавливается в танке на трех опорах и сильно деформируется, особенно у шестицилиндрового двигателя. Кроме того, зубчатая передача, соединяющая коленчатые валы приводит к существенному снижению собственных частот.

В ходе работы была разработана методика расчета спектральных характеристик коленчатых валов как пространственных рам на упругих опорах на основе применения МКЭ. Блоки коленчатых валов представляются балками постоянного поперечного сечения с сосредоточенными массами, моделирующими их инерционные свойства. Коленчатые валы моделируются балками переменной жесткости с дискретными массами.

Корпуса рассматриваемых двигателей, кроме того, испытывали также колебания в вертикальном направлении, возбуждаемые неуравновешенными силами инерции вращающихся масс КШМ. В связи с этим в работе В. М. Халпы [337, с. 57–61] была предложена методика исследований внутренней неуравновешенности конструктивных схем ДВС с учетом процесса совместного деформирования упругой системы колен-

чатые валы – корпус. Исследование свободных и вынужденных плоско-пространственных колебаний корпуса проводилось с помощью плоской стержневой упруго-инерционной механической системы. Выявлен характер распределения обобщенных усилий в несущих элементах двигателя при различном порядке работы цилиндров. Рассматривались также связанные колебания коленчатых валов на упругих опорах, учитывающие податливость корпуса [337, с. 62–147].

Еще одной динамической проблемой дизеля 5ТДФ стали интенсивные крутильные колебания основной системы валопровода. Однако, поскольку выхода из строя двигателей по этой причине не происходило, до начала 1970-х гг. серьезных исследований динамической прочности основного валопровода дизеля 5ТДФ не производилось. Однако в связи с созданием дизеля 6ТД возникла необходимость в оценке степени опасности крутильных колебаний [132, с. 7]. Поэтому в начале 1970-х гг. были проведены экспериментальные исследования крутильных колебаний валопровода дизеля 5ТДФ, которые осуществлялись на специальном стенде, нагрузка на двигатель создавалась с помощью гидротормозов или специальных генераторов. Записи колебаний проводились в частотном диапазоне 2000 – 3200 об/мин. на режиме холостого хода и при 50, 80 и 100 % нагрузки на двигатель. Это обстоятельство не позволяло судить о колебаниях во всем рабочем диапазоне двигателя (1000 – 3000 об/мин). Большинство экспериментов проводилось при плавном увеличении угловой скорости, и лишь отдельные записи соответствовали обратному прохождению. Недостатком являлось также и то, что кадры записывались с большими интервалами по частоте. Это затрудняло определение точек с максимальной амплитудой, а также не позволяло определить точки срыва колебаний, хотя экспериментальный материал и подтверждал их нелинейный характер [132, с. 49–50].

Результаты испытаний дизеля 5ТДФ приведены в отчете по хозяйственной теме, см. табл. 5.3 [132, с. 65, с. 70–73]. Они показали, что на наиболее вероятных эксплуатационных режимах возникают резонансные колебания. При этом значительные субгармонические колебания

возникают на продувочном валу в интервале 2700 – 2900 об/мин, но только при работе двигателя под нагрузкой, а на холостом ходу их не обнаружено. Колебаний с основной частотой (пятая гармоника) на этом валу не обнаружено. Субгармонические колебания выхлопного вала тоже существуют, но они меньше и там преобладает основной резонанс. Чем больше мощность двигателя, тем выше резонансная зона. Этот факт можно объяснить большей мощностью, передаваемой главной передачей, а, значит, большей эквивалентной жесткостью нелинейного участка и более высокой частотой резонансной зоны.

Для проведения расчетов крутильных колебаний была составлена традиционная дискретная модель, включающая, однако нелинейные упругие элементы. Поскольку программное обеспечение расчетов еще не было достаточно развито, исследования свободных колебаний проводились на линейных моделях. Но для учета имеющихся в модели нелинейности жесткость участка, соответствующего нелинейному соединению, варьировалась. Полученные при этом спектральные характеристики механических моделей валопроводов показывают, что для некоторых частот, попадающих в рабочий диапазон двигателя, изменение жесткости нелинейного участка оказывается существенным. На этом основании был сделан вывод о необходимости учета нелинейностей при расчете вынужденных колебаний.

Таблица 5.3

Резонансные режимы дизеля 5ТДФ

№ п/п	Нагрузка на двигатель	Основной резонанс, <i>n</i> , об/мин		Субгармонический резонанс, <i>n</i> , об/мин	
		Выхлопной вал	Продувочный вал	Выхлопной вал	Продувочный вал
1	Холостой ход	2000÷3 100	—	—	—
2	50 % мощности	2 700÷3 000	—	2 700÷2 900	2 700÷2 900
3	80 % мощности	2 850÷3 050	—	2 880÷2 900	2 880÷2 900
4	Мах мощность	2 920÷3 100	—	2 900	2 900÷2 930

Расчеты вынужденных колебаний проводились с помощью метода гармонической линеаризации. Они подтвердили существенное влияние нелинейности на характер колебаний. Однако данный метод расчета не позволяет исследовать субгармонические колебания, так как решение предполагается в виде гармонического закона. В связи с этим были также проведены исследования на упрощенной модели с помощью аналоговой вычислительной машины (АВМ). В результате кроме двух основных резонансов был обнаружен и субгармонический [132, с. 74–75].

Анализ результатов свободных и вынужденных колебаний показал, что при запуске двигателя он проходит резонансный режим. Для исследования этих нестационарных колебаний была составлена программа на языке АЛГОЛ-60 на ЭВМ М-222, в которой был реализован метод Рунге – Кутты в модификации Мерсона. Данные расчеты оказались самыми дорогостоящими – исследование одного прохода занимало 2,5–3 часа машинного времени при цене порядка 100 руб. за час, т.е. обходилось как месячная зарплата старшего научного сотрудника с ученой степенью кандидата технических наук. Проведенные расчеты показали, что резонансный режим, через который двигатель проходит при запуске, определяется в первую очередь параметрами упругой муфты, включенной в главную передачу [132, с. 106].

В целом проведенные в конце 60-х – начале 70-х гг. XX века сотрудниками ХПИ расчеты показали необходимость дальнейшего сотрудничества в деле улучшения динамических характеристик дизеля 5ТДФ, а главное для отладки нового дизеля 6ТД. Это сотрудничество было продолжено и принесло свои плоды.

На протяжении многих лет проводились расчетно-экспериментальные исследования колебаний валопровода дизеля 6ТД. Расчеты установившихся колебаний были предприняты для определения максимальных значений упругих моментов на коленчатых валах и на элементах приводов турбины и компрессора. Исследования позволили также устранить опасные резонансы в двигателях 6ТД-1 и 6ТД-2. эти

работы подробно описаны в монографии доктора технических наук, профессора В. М. Шатохина [355, с. 320–364], который внес основной вклад в проведение этих работ.

С обретением Украиной самостоятельности были нарушены связи со странами, поставлявшими различные боевые и транспортные машины, а также двигатели к ним. Поэтому для замены вышедших из строя двигателей автобусов «Икарус», боевых машин пехоты (БМП), бронетранспортеров и другой техники срочно понадобились двигатели, мощность и габариты которых меньше танковых. Для этих целей на базе дизелей 6ТД-1 и 6ТД-2 был разработан новый модельный ряд трехцилиндровых двигателей. Дизели 3ТД выпускаются в четырех основных вариантах с мощностью от 280 до 600 л.с.

Уменьшение числа цилиндров повысило собственные частоты системы валопровода и резонанс, обусловленный наличием упругой муфты в главной передаче с главной, для этого двигателя третьей гармоникой, попал уже не на режим запуска, а в рабочий диапазон. В результате обширных исследований, проведенных В. М. Шатохиным совместно с сотрудниками ХКБД, были подобраны параметры системы. Для успокоения колебаний был применен силиконовый демпфер, а, кроме того, более рационально выбрано место установки муфты. Эти работы также описаны в монографии [355, с. 410–429].

Модельный ряд малолитражного дизеля 3ТД успешно применяется как в транспортных, так и в боевых машинах. В частности, замена в бронетранспортерах БТР-60, БТР-70 и БТР-80 двух бензиновых двигателей на более мощный дизель позволяет продлить срок службы этих машин. Кроме того, применение дизелей 3ТД позволило создать отечественные бронетранспортеры БТР-3 и БТР-4, которые по своим характеристикам близки к БМП. Применение дизелей семейства ТД для создания новой и модернизации существующей бронетанковой техники приводится в табл. 5.2.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Алфавитный указатель имен

- Абель Н. Г. 38
Аврамов В. П. 143
Аврамов К. В. 143, 149, 150
Автономова Л. В. 212
Агальцов Ф. А. 289
Адамс 125, 133, 208
Амати Н. 25
Амосов И. 23
Анацкий Ю. П. 212
Андреев К. А. 140
Андреев Ю. М. 143
Андронов А. А. 72, 166–167, 169, 208
д'Аламбер Ж. 10, 17, 23, 25, 28, 29, 31–34, 36, 37, 65, 219, 263
Аристотель 19, 20, 26
Архимед 11, 63, 113, 114, 131
Асланов И. В. 319
Афанасьев Н. Н. 157, 163, 303
Бабаков И. М. 130, 141–143, 242–248
Барбер 232
Бекман И. 26, 27, 32
Бельтрами Э. 48
Беляев В. Н. 156, 159
Белянкин Ф. П. 145, 157, 297, 305
Бенедетти Дж. 20
Бенц К. 237
Бернулли Д. 17, 25, 28–32, 34, 36, 43–45, 65
Бернулли И. 27, 28, 34, 55
Бернулли Я. 43, 44, 55
Био М. 204
Биргер И. А. 231
Бицено К. 273
Бернштейн С. Н. 141
Бертран Дж. 37
Благовещенский Ю. В. 308
Блохин Е. П. 147
Блох М. В. 354
Боголюбов Н. Н. 8, 77, 147, 163, 164, 166, 170–174, 188, 209, 226, 229, 255, 292, 296, 300, 308
Богомолов С. И. 143, 193, 198–202
Бодмер 79
Болин К. 598
Боль П. Г. 62
Бондаренко И. П. 316, 318
Бондарь Н. Г. 148
Бранка Дж. 92
Бреславский В. Е. 150
Брусникин Г. Д. 319
Бубнов И. Г. 87, 129–131, 207, 209, 253
Булгаков Б. В. 72
Буряк Я. И. 152
Буссинеск Ж. В. 82
Вавилов С. И. 164
Вайнберг Д. В. 146
Ван-дер-Пооль Б. 168, 169, 229
Варвак И. М. 302
Вард П. Ф. 50
Вахарев В. М. 294
Вейерштрасс К. 37
Величенко В. В. 218
Верещагин А. Н. 275
Вехмейер 125
Вивиани В. 20
Видлер 249, 250, 300, 336

Виллис Ф. 82
 Витт А. А. 166, 169
 Виттенбург Й. 218
 Вихман Я. Е. 316
 Вознесенский И. Н. 72
 Волк В. А. 294
 Волков Г. А. 356
 Волосов В. М. 170, 174
 Вольмир А. С. 143
 Вольтерра В. 258
 Воробьев Ю. С. 193, 202-203
 Вышнеградский И. А. 69–72, 139
 Гаккель Я. М. 328
 Галёркин Б. Г. 129–131, 207, 209, 253
 Галилей Г. 17, 20, 21, 43-44
 Галилей В. 21
 Гамильтон У. 127-130
 Гаммерштейн 257
 Ганиев Р. Ф. 174
 Гарф С. Э. 146
 Гасвель 79
 Гаусс К. 42
 Гашененко И. Н. 147
 Гварнери Дж. 25
 Гейгер 177
 Герон Александрийский 92
 Геронимус Я. Л. 142
 Гесснер А. 273, 275
 Гитон 79
 Глаголев Н. М. 317, 331
 Глушков В. М. 215
 Головин М. Е. 46
 Голоскоков Е. Г. 143, 193, 224-227, 231
 Гопп Ю. А. 142, 253-255, 265, 266, 270, 317
 Горбунов Б. Н. 146
 Горр Г. В. 147
 Готфейль 232
 Граве Д. А. 145
 Грдина Я. И. 71
 Гринев В. Б. 193, 215
 Грищенко В. Н. 202
 Гробов В. А. 230
 Гроза В. Ф. 277, 279
 Грозин В. Д. 146, 163, 297
 Гузь А. Н. 145
 Гук Р. 42, 43, 52, 177, 186, 277, 279
 Гюи Ж. 177
 Гюйгенс К. 21
 Гюйгенс Х. 17, 21–22,
 Гюльден И. 59
 Гюмбель Л. 108, 118, 119
 Дабагян А. В. 143, 196-198
 Давиденков Н. Н. 146, 157, 186-188
 Даймлер Г. 237
 Данилевский А. М. 244, 245
 Девилльер Р. 274
 Ден-Гартог Я. П. 261, 267
 Дизель Р. 99, 233, 236, 239, 240
 Диментберг Ф. М. 164, 229, 279
 Динник А. Н. 51, 145, 146, 150
 Дунверлей Дж. 93
 Дуффинг Г. 56, 59, 60, 253
 Евклид 26
 Жермен С. 46-47, 130
 Житомирский В. К. 107, 241, 324
 Жовдак В. А. 202
 Жуковский Н. Е. 71, 72, 143
 Журавлева А. М. 200-201, 279
 Зайчик Л. И. 318
 Зверев С. А. 354
 Зевин А. А. 149
 Зенкевич О. 211
 Зодерберг 275
 Зоммерфельд А. 230
 Ивахненко А. Г. 146
 Иглин С. П. 202
 Имшенецкий В. Г. 138, 139
 Ищенко В. А. 305
 Каганович Л. М. 328
 Каганович М. М. 328, 329
 Казак С. А. 174
 Калиткин Н. Н. 204
 Канторович Л. В. 209, 256
 Карабан В. Н. 143, 269, 342, 343
 Карно С. 232
 Карпенко Г. В. 146
 Кац А. М. 223
 Кемпнер М. Л. 279
 Кер-Вильсон У. 246
 Кинасошвили Р. С. 278

- Кирпичев В. Л. 140, 144, 145
 Кирхгоф Г. Р. 48-50, 200
 Кит Г. С. 152
 Клапейрон Э. 47, 48
 Клаф Р. 211
 Клеро К. А. 31, 64
 Климов В. Я. 162, 285, 286, 288, 296,
 302, 308
 Клоттер К. 253
 Ковалев А. М. 147
 Коваленко А. Д. 145, 146, 154, 156,
 163, 183–185, 293–298, 304, 307
 Кожевников С. Н. 150
 Комай А. И. 155, 294, 295
 Кононенко В. О. 145, 174, 230
 Коноплев В. А. 218
 Корноухов Н. В. 145, 159, 297
 Кориолис Г. 17, 79
 Косько И. К. 150
 Коши О. 47, 48
 Крамаренко О. Ю. 276
 Краснов А. А. 318
 Красноперов Е. В. 128
 Кристи У. 314
 Крылов А. Н. 62, 82, 84, 87-89, 91,
 108, 109, 119, 121–125, 133, 144,
 179, 206, 208, 242, 245, 337
 Крылов Н. М. 8, 63, 91, 127, 145,
 147, 164, 166, 170–174, 209, 226,
 229, 253, 292, 297, 300
 Кубенко В. Д. 174
 Кублановская В. Н. 247
 Кулон Ш. 23, 24, 44, 176, 177
 Кутейников Н. Е. 121
 Кутта М. В. 207, 208, 368
 Куцбах 262
 Куценко С. М. 329
 Кушуль В. Я. 276
 Лаваль Г. П. Де 93
 Лавинский В. И. 212
 Лаврентьев М. А. 146
 Лазарян В. А. 147
 Лагранж Ж. Л. 10, 13, 14, 17, 25, 29,
 31–41, 46, 47, 57, 62, 64–66, 72, 75,
 109, 219
 Ламе Г. 47, 48
 Ланчестер 267
 Лаплас П. 14, 36-38, 57, 62-66, 109
 Латышев Г. Д. 163
 Леверрье У. 38, 109
 Лежён-Дирихле Г. П. 32, 37, 66, 75
 Лейбниц Г. 55
 Лексель А. 46
 Ленуар Э. 232
 Леонов М. Я. 151, 152
 Линстедт А. 58–60
 Лобачевский 32
 Локшин А. С. 147
 Ломоносов Ю. В. 328
 Лоренц Г. 90, 96, 106
 Лукин Б. С. 202
 Льюис Ф. М. 212, 213
 Ляв А. 200
 Ляпунов А. М. 18, 60–63, 66, 72–77,
 139–141, 143, 166–169, 175
 Ляц Ф. И. 318
 Майер Я. В. 248, 253, 254, 266, 315
 Майзель В. М. 143, 146, 156, 162
 Маклорен К. 70, 75, 76
 Максарев Ю. Е. 330
 Максвелл Дж. К. 68, 70, 275
 Малашенко С. В. 157, 163, 297
 Мандельштам Л. И. 166–169, 208
 Маневич Л. И. 148, 149
 Мариотт Э. 43, 44
 Мартин Г. 211
 Мартинссен 253
 Мартынюк А. А. 175
 Мельвиль Г. 96
 Мерсенн М. 21, 27, 28
 Мерсон 208
 Милков В. И. 279
 Милн 208
 Миндинг Ф. 66
 Митропольский Ю. А. 8, 77, 146,
 164, 172-174, 209, 216, 226, 227, 308
 Михайлов А. В. 72
 Михлин Ю. В. 149, 150
 Мичелл Дж. 48
 Могилевский И. С. 319
 Моисеев Н. Д. 16, 17
 Моисеев Н. Н. 60, 61, 78

- Молотов В. М. 287
 Молчанов А. А. 216
 Мор О. 82
 Морозов А. А. 354, 355, 357
 Морроу 50, 125
 Морэн 176
 Моссаковский В. И. 148, 152
 Муллен 116
 Мур 268
 Мэллок 117
 Навье А. 17, 44, 47, 48, 79
 Наполеон Бонапарт 46
 Натанзон В. Я. 278, 300
 Нейман И. Ш. 254, 255, 296
 Неймарк Ю. И. 208
 Нобель Э. 240
 Ньюкомен Т. 79
 Ньютон И. 10, 17, 22, 27, 37, 38, 55,
 61, 179, 180, 204, 209, 256
 Обри Л. 89
 Осиповский Т. Ф. 138
 Остроградский М. В. 49, 127
 Отто Н. А. 232
 Пановко Я. Г. 255
 Панасюк В. В. 152
 Панченко А. В. 142
 Папалекси Н. Д. 166-169
 Папкович П. Ф. 109, 114, 132
 Парсонс Ч. А. 93, 191
 Патон Е. О. 143, 146
 Пеньков А. М. 146, 163
 Первушин Ю. С. 163
 Перестюк Н. А. 175
 Петров Е. П. 202
 Пёшль Т. 222
 Филиппчук В. Н. 149
 Пинский М. А. 149
 Писаренко Г. С. 9, 146, 147, 153, 163,
 176, 180-182, 185-190, 293-298,
 304
 Пифагор 26
 Подчасов П. Г. 307
 Ползунов И. И. 69
 Поликарпов Н. Н. 283, 286
 Понселе Ж. В. 17, 67, 69, 79
 Портер Ч. 80
 Постнов В. А. 136
 Птолемей К. 26
 Пуанкаре А. 59-62, 72, 74, 166-169,
 293
 Пуассон Д. 47-49, 56, 165
 Рабинович И. М. 211
 Радзимовский Е. И. 157
 Радинггер И. 80
 Раус 71
 Рвачев В. Л. 152
 Рерих К. Э. 72
 Рид Э. 84, 113
 Ритц В. 110, 126-131, 207, 209, 253
 Роветт Ф. 177, 179, 250
 Розенберг Р. М. 149
 Романив О. Н. 152, 229
 Ротмистров П. А. 320
 Рунге 207, 208, 368
 Руффини П. 38
 Савин Г. Н. 145, 150-152, 163, 188
 Салтыков Н. Н. 140-142
 Самойленко А. М. 175
 Сарацин Р. 265
 Серенсен С. В. 145, 153, 154, 157,
 160-164, 274-276, 290-294, 296-
 298, 304, 307
 Сен-Венан Б. де 48
 Сидоров А. И. 71
 Сильвестр Дж. 66, 246
 Симинский К. К. 143, 145
 Слива О. К. 200, 201
 Слуцкая Э. Б. 276
 Смирнов Н. А. 121\|
 Смушкевич Я. В. 289
 Соломон 265, 266
 Сомов О. И. 37, 40
 Сталин И. В. 287
 Стеклов В. А. 139-141
 Стодола А. 71, 94, 144
 Стокс Дж. 49, 82
 Страдивари А. 25
 Стретт Дж. У. (лорд Рэлей) 25, 39-
 41, 50, 51, 57, 82, 106, 110-112, 126-
 128, 130, 136, 165, 244, 262, 325
 Стрит 232
 Сушенков Б. Л. 125

- Тарсис Ю. Л. 212, 278
 Тейлор Б. 27, 34
 Тейлор Е. С. 265, 266
 Тернер М. 211
 Терских В. П. 109, 207, 242, 245,
 249, 261, 334, 343
 Тетельбаум И. М. 146, 155, 163, 292–
 294, 297, 300, 304
 Тимошенко С. П. 7, 50, 82, 91, 94, 96,
 106, 107, 110, 111, 124, 128, 130,
 143–145, 179, 242, 261, 273–275
 Тихомандрицкий М. А. 140
 Толле М. 71, 108, 109, 206, 242–255,
 250, 300, 324, 334
 Томсон У. (лорд Кельвин) 32, 34, 67,
 177
 Топп Л. 211
 Торричелли Э. 63
 Тодгёнтнер 32
 Трапезин И. И. 275
 Трашутин И. Я. 319
 Тэт П. 32, 34, 67
 Тюре И. 21
 Уайтхед 89
 Уатт Дж. 67, 69, 71, 78 241
 Урванцев Н. М. 109
 Фату П. 169
 Фесенков В. Г. 142
 Фёппль Ф. А. 90, 93, 179
 Филиппов А. П. 180, 192–196, 202,
 212, 214, 223, 224, 227, 245
 Фирсов А. О. 318
 Фойгт В. 177
 Фрам Г. 87–89, 96, 97, 101–105, 242
 Фредгольм Э. И. 257
 Френель 222
 Френсис Дж. 247
 Фреше М. Р. 258
 Фробениус Ф. Г. 244, 245
 Фруд В. 84
 Фурье Ж. 31, 41, 53, 103, 248, 281
 Хайкин С. Э. 166
 Хавин В. Л. 202
 Халыпа В. М. 365
 Харламов П. В. 147
 Харрисон Дж. 22
 Хладни Э. 46, 49
 Хольцер 108, 110
 Хорн 116
 Хорт В. 71
 Хотяинцев Н. П. 163
 Хренов К. К. 146
 Цветков В. Т. 313, 329
 Чаромский А. Д. 237, 284, 318, 353,
 354
 Чебышёв П. Л. 69, 139
 Чекмарев А. И. 253, 266
 Челомей В. Н. 146
 Челпан К. Ф. 315, 316, 318
 Черевачский Б. П. 149
 Черевков А. П. 110–112
 Черняк Н. И. 146, 157, 159, 307
 Чильтон 265
 Чудновский В. Г. 146, 302
 Чупахин Т. П. 319
 Шатохин В. М. 143, 256, 358, 369
 Шахурин А. И. 163
 Швецов А. Д. 283, 285, 288
 Шелковский С. К. 202
 Шликк Э. 89, 90, 114–117. 124
 Шорох Е. А. 277, 278, 280
 Штаерман И. Я. 146, 163
 Штейнлиц А. 266
 Штейнвольф Л. И. 143, 216, 218,
 219, 246–248, 256, 266, 269, 334,
 339, 342, 347, 348, 362
 Штермер 125, 133
 Штурм Ж. 38
 Шорр Б. Ф. 201, 203
 Эйлер Л. 10, 17, 23, 28, 31–38, 45–48,
 55, 64, 65, 83, 84, 138, 165
 Эри Дж. Б. 68
 Юнг Т. 26, 49
 Якоби К. 39, 42, 109, 246, 247
 Яковлев А. С. 283
 Ямпольский Л. О. 307
 Янушевская В. Ф. 279
 Ярроу А. Ф. 117

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аврамов К. В. Нелинейные нормальные формы колебаний цилиндрических оболочек / К. В. Аврамов, Ю. В. Михлин // Проблемы машиностроения. – 2003. – № 4. – С. 60–67
2. Автономова Л. В. Оценка динамической прочности корпуса крупногабаритного ДВС / Л. В. Автономова, В. И. Лавинский, Ю. П. Анацкий // Труды 13-й Международной научно-технической конференции «Физические и компьютерные технологии». – 2007. – С. 413 – 415
3. Академик Александр Михайлович Ляпунов: К 150-летию со дня рождения: Монография / [Л. Л. Товажнянский, К. В. Аврамов, Е. Е. Александров и др.]. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. – 288 с.
4. АНАЛИТИК – алгоритмический язык для описания процессов с использованием аналитических преобразований / [В. М. Глушков, В. П. Клименко, А. А. Стогний др.] // Кибернетика. – 1971. – № 3. – С. 102 –134
5. Анатолий Петрович Филиппов. Биобиблиографический указатель. – К.: Наукова думка, 1999. – 32 с.
6. Андреев Ю. М. Система комп'ютерної алгебри для досліджень механіки машин / Ю. М. Андреев, А. О. Ларін, О. К. Морачковський // Машинознавство. – 2005. – № 7 (95). – С. 3 –8
7. Андреев Ю. М. Аналитическая вибрационная диагностика рабочего процесса ДВС при нелинейной диагностической модели / Ю. М. Андреев, А. А. Ларин // Теория механизмов и машин. – 1987. – Вып. 42. – С. 106–110
8. Андреев Ю. М. Комплексное решение задачи виброизоляции ДВС с помощью системы компьютерной алгебры / Ю. М. Андреев, А. А. Ларин // Наукові праці ДонНТУ. – 2005. – Вып. 94. – С. 52–57

9. Андреев Ю. М. Компьютерное моделирование задач механики голономных систем твердых тел со стационарными и нестационарными связями / Ю. М. Андреев, Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин. – 1993. – Вып. 53. – С. 96–102

10. Андреев Ю. М. Компьютерное моделирование неголономных систем твердых тел на основе принципа д'Аламбера – Лагранжа / Ю. М. Андреев, О. К. Морачковский // Прикл. механика. – 2006. – Т. 43, № 9. – С. 106–115

11. Андреев Ю. М. Компьютерное построение дифференциальных уравнений движения неголономных систем / Ю. М. Андреев, Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин. – 1993. – Вып. 54. – С. 93–98

12. Андреев Ю. М. О динамике голономных систем твердых тел. / Ю. М. Андреев, О. К. Морачковский // Прикладная механика. – 2005. – 41. – № 7. – С. 130–138

13. Андреев Ю. М. Синтез нелинейных вибрационных систем по скелетным кривым с использованием теории чувствительности / Ю. М. Андреев, Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин. – 1984. – Вып. 40. – С. 50–56

14. Андронов А. А. Теория колебаний. / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. – М.: Гос. Изд-во физ-мат. литературы, 1959. – 916 с.

15. Андреев Ю. М. Система комп'ютерної алгебри для досліджень механіки машин / Ю. М. Андреев, А. О. Ларін, О. К. Морачковський // Машинознавство. – 2005. – № 7 (95). – С. 3–8

16. Аничков В. А. Аварийность валов судовых паровых машин / В. А. Аничков // Сборник докладов по динамической прочности деталей машин (труды совещания). – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1946. – С. 210–219

17. Архив Института механики НАН Украины, опись 1

18. Архив Института проблем машиностроения НАН Украины

19. Архив Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»

20. Бабаков И. М. Автобиография, рукопись. / И. М. Бабаков. // Текущее делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ», 1944. – 4 с.

21. Бабаков И. М. К определению наибольшей частоты малых колебаний систем с конечным числом степеней свободы / И. М. Бабаков // Научные записки ХММИ. – Т. V. – Харьков. – 1940. – С. 75–84

22. Бабаков И. М. К расчету высших частот крутильных колебаний / И. М. Бабаков // Журнал Прикладная математика и механика. – Т. V. – Вып. 1 – М.: ИМ АН СССР. – 1941. – С. 109–124
23. Бабаков И. М. О границах основной частоты малых колебаний систем с конечным числом степеней свободы / И. М. Бабаков // Научные записки ХММИ. – 1940. – Т. V. – С. 55–74
24. Бабаков И. М. Обратный метод в применении к расчету собственных частот крутильных колебаний / И. М. Бабаков // Научные записки ХММИ. – 1935. – Т. II. – Книга I. – С. 73–79
25. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Наука, 1968. – 560 с.
26. Белкин С. И. Голубая лента Атлантики / С. И. Белкин. – Л.: Судостроение, 1990. – 240 с.
27. Беломытцев А. С. Вынужденные колебания нелинейных систем при нелинейном демпфировании / А. С. Беломытцев, А. А. Ларин // Динамика и прочность машин. – 1993. – Вып. 53. – С. 79–86
28. Березкин В. На пути к В-2 / Виктор Березкин // Двигатель. – 1999. – № 5. – С. 26–29
29. Березкин В. В-2 Путь в серию / Виктор Березкин // Двигатель. – 1999. – № 6. – С. 22–25
30. Бернштейн С. А. Очерки по истории строительной механики / С. А. Бернштейн. – М.: Госстройиздат, 1957. – 236 с.
31. Бесов Л. М. Классик отечественной механики Иван Михайлович Бабаков / Л. М. Бесов, А. А. Ларин, О. К. Морачковский // Історія Української науки на межі тисячоліть. К. – 2007. – Вип. 28. – С. 35–42
32. Бетлей Ш. Исследование вязких свойств силиконовых масел / Ш. Бетлей // Динамика и прочность машин. – 1965. – Вып. 2. – С. 156–162
33. Бехли Ю. Основные вехи развития отечественных авиационных поршневых двигателей / Ю. Бехли // Двигатель. – 2002. – № 5. – С. 13–16
34. Л. М. Бесов, Г. Л. Звонкова // Видатний організатор інженерної освіти в Україні Віктор Львович Кирпичов / Вестник Национального технического университета «ХПИ». - История науки и техники. – 2008. – вып. 29. – С. 9–18
35. Биргер И. А. Некоторые математические методы решения инженерных задач / И. А. Биргер. – М.: Оборонгиз, 1956. – 151 с.
36. Бицено К. Техническая динамика т. II М.–Л.: Гостехиздат / К. Бицено, Р. Граммель. – М.–Л.: Гостехтеориздат, 1952. – 636 с.

37. Бишоп Р. Колебания / Р. Бишоп. – М.: Наука, 1979. – 160 с.
38. Блехман И. И. Механика и прикладная математика. Логика и особенности приложений математики. / И. И. Блехман, А. Д. Мышкис, Я. Г. Пановко – М.: Наука, 1990. – 360 с.
39. Боголюбов А. Н. Математики. Механики. Биограф. Справочник / А. Н. Боголюбов. – К.: Наукова думка, 1983. – 640 с.
40. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. – М.: Физматгиз, 1958. – 408 с.
41. Боголюбов Н. Н. Метод интегральных многообразий в нелинейной механике. / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. // Труды Межд. симп. по нелинейным колебаниям; т. 1. – К. – 1963 – С. 93–154
42. Боголюбов Н. Н. Одночастотные колебания в нелинейных системах со многими степенями свободы / Н. Н. Боголюбов // Сб. тр. Ин-та строит. механики АН УССР. – 1949. – Т. 10. – С. 9–21
43. Богомолов С. И. Взаимосвязанные колебания в турбомашинах и газотурбинных двигателях / С. И. Богомолов, А. М. Журавлева. - Х.: Вища школа, 1973. – 179 с.
44. Богомолов С. И. Изгибные колебания дисков совместно с лопатками / Сергей Иванович Богомолов. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1955. – 12 с.
45. Богомолов С. И. Колебания дисков турбомашин / Сергей Иванович Богомолов. – Дис. ... докт. техн. наук. – Харьков, 1969. – 448 с.
46. Богомолов С. И. Колебания сложных механических систем / С. И. Богомолов, А. М. Журавлева. - Х.: Вища школа, 1978. – 136 с.
47. Болотин В. В. Современные проблемы теории колебаний механических систем. / В. В. Болотин, Г. Ю. Джанелидзе, Я. Г. Пановко // Известия вузов. Машиностроение. – 1963. – № 4. – С. 5–13
48. Бондарь Н. Г. Динамика железнодорожных мостов. / Н. Г. Бондарь, И. И. Казей. – М.: Транспорт, 1965. – 412 с.
49. Бондарь Н. Г. Устойчивость и колебания упругих систем в современной технике. / Н. Г. Бондарь – К.: Вища школа, 1987. – 213 с.
50. Бородин А. И. Выдающиеся математики. / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – К.: Рад. шк., 1987. – 656 с.
51. Бреславский Д. В. Иван Алексеевич Вышнеградский – основоположник теории автоматического управления (к 175-летию со дня рождения). / Д. В. Бреславский, С. А. Горелова, А. А. Ларин. // Вестник Наци-

онального технического университета «ХПИ». - Автоматика и приборостроение. – 2007. – Вып. 10. – С. 3–12

52. Бреславський Д. В. Зародження і розвиток системи фізмеху в Україні / Д. В. Бреславський, А. О. Ларін // «Наука і наукознавство». – 2007. – № 2. – С. 76–82

53. Вайнберг Д. В. Механические колебания и их роль в технике / Д. В. Вайнберг, Г. С. Писаренко. – М.: Физматгиз, 1958. – 232 с.

54. Метод конечных элементов. / [П. М. Варвак, И. М. Бузун, А. С. Городицкий и др.]. – К.: Вища школа, 1981. – 176 с.

55. Величенко В. В. Матрично-геометрические методы в механике с приложениями к задачам робототехники. / В. В. Величенко. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 280 с.

56. Вибрации в технике: Справочник в 6 т. / [Ред. совет: В. Н. Челомей (предс.)]. – М.: Машиностроение. – 1978–1981

57. Вибрации энергетических машин / [под ред. Н. В. Григорьева]. – Л.: Машиностроение. – 1974. – 464 с.

58. Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел. / Й. Виттенбург. – М.: Мир, 1980. – 296 с.

59. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек / А. С. Вольмир. – М.: Наука, 1972. – 432 с.

60. Воробьев Ю. С. Академик Анатолий Петрович Филиппов – лидер научной школы в области динамики и прочности машин (к 110-летию со дня рождения) / Ю. С. Воробьев, А. А. Ларин, Г. И. Львов // Вестник Национального технического университета «ХПИ». - Динамика и прочность машин. – 2009. – вып. 42. – С. 3–7

61. Воробьев Ю. С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин / Ю. С. Воробьев. – К.: Наукова думка, 1988. – 224 с.

62. Воробьев Ю. С. Теория закрученных стержней. / Ю. С. Воробьев, Б. Ф. Шорр. – К.: Наукова думка, 1983. – 188 с.

63. Вульфсон И. И. Нелинейные задачи динамики машин. / И. И. Вульфсон, М. З. Коловский. – Л.: Машиностроение, 1968. – 282 с.

64. Вышнеградский И. А. Теория автоматического регулирования (линеаризованные задачи). / И. А. Вышнеградский, Д. К. Максвелл, А. Стодола. – М.: Изд-во АН СССР, 1949. – 431 с.

65. Галилей Г. Беседы двух системах мира птолемеевой и коперниковой / Г. Галилей. – М.: Гостехиздат, 1948. – 380 с.

66. Ганиев Р. Ф. Колебания твердых тел. / Р. Ф. Ганиев, В. О. Кононенко. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
67. Ганиев Р. Ф. Динамика систем твердых и упругих тел. / Р. Ф. Ганиев, П. С. Ковальчук. – М.: Машиностроение, 1980. – 340 с.
68. Геронимус Я. Л. Очерки о работах корифеев русской механики / Я. Л. Геронимус. – М.: Гостехиздат, 1952. – 519 с.
69. Гиндикин С. Г. Рассказы о физиках и математиках / С. Г. Гиндикин. – М.: Наука, 1981. – 192 с.
70. Глазман И. М. Освобождение резонансно-опасных зон от собственных частот вибрационной системы варьированием ее параметров / И. М. Глазман, Л. И. Штейнвольф // Известия АН СССР. Сер. Механика и машиностроение. – 1964. – № 4. – С. 126–128
71. Голин Г. М. Классики физической науки (с древнейших времен до начала XX в.) / Г. М. Голин, С. Р. Филонович. – М.: Высш. шк., 1989. – 576 с.
72. Голоскоков Е. Г. Нестационарные колебания механических систем: дис. ... докт. техн. наук / Евгений Григорьевич Голоскоков. – Харьков, 1968. – 564 с.
73. Голоскоков Е. Г. Прохождение через резонанс линейных систем с одной и многими степенями свободы (стержни, пластины): дис. ... канд. техн. наук / Евгений Григорьевич Голоскоков. – Харьков, 1958. – 202 с.
74. Голоскоков Е. Г. / Нестационарные колебания деформируемых систем / Е. Г. Голоскоков, А. П. Филиппов. – К.: Наук. думка, 1977. – 336 с.
75. Голоскоков Е. Г. / Нестационарные колебания механических систем / Е. Г. Голоскоков, А. П. Филиппов. – К.: Наук. думка, 1966. – 334 с.
76. Гопп Ю. А. Графическое решение линейных и нелинейных колебаний. / Ю. А. Гопп // Вестник инженеров и техников. – 1936. – № 2. – С. 100–106
77. Гопп Ю. А. Демпферы крутильных колебаний коленчатых валов быстроходных двигателей. / Ю. А. Гопп. – Х.: Гостехиздат, 1938. – 272 с.
78. Гопп Ю. А. Демпфирование крутильных колебаний коленчатых валов авиамоторов. / Ю. А. Гопп, В. И. Макаренко – М.–Л.: Труды УНИАДИ ГВФ. – Вып. 10. – 1937. – 98 с.
79. Гопп Ю. А. Линеаризация позиционной силы методом кусочно-линейной аппроксимации. / Ю. А. Гопп // Инженерный сборник; т. 18. – 1954. – С. 149–152

80. Гопп Ю. А. Опыты с нелинейными колебаниями. / Ю. А. Гопп // Вестник инженеров и техников. – 1937. – № 1. – С. 49–51
81. Гопп Ю. А. Расчет механического демпфера крутильных колебаний. / Ю. А. Гопп, И. Л. Ланцевский // Вестник инженеров и техников. – 1933. – № 2. – С. 66–69
82. Государственный архив Харьковской области
83. Горр Г. В. Классические задачи динамики твердого тела. Развитие и современное состояние. / Г. В. Горр, Л. В. Кудряшова, Л. А. Степанова. – К.: Наук. думка, 1978. – 296 с.
84. Григорьян А. Т. Механика от античности до наших дней / А. Т. Григорьян. – М.: Наука, 1974. – 480 с.
85. Григорьян А. Т. Учение Гюйгенса о центре качаний / А. Т. Григорьян, У. И. Франкфурт // Сборник статей. «Очерки истории математики и механики». – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – С. 218–227
86. Гринев В. Б. Оптимизация стержней по спектру собственных значений / В. Б. Гринев, А. П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1979. – 212 с.
87. Гринев В. Б. Оптимизация элементов конструкций по механическим характеристикам / В. Б. Гринев, А. П. Филиппов. – К.: Наук. думка, 1975. – 295 с.
88. Гробов В. А. Асимптотические методы расчета изгибных колебаний валов турбомашин / В. А. Гробов. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – 166 с.
89. Гроза В. Ф. К расчету многоопорных коленчатых валов в матричной форме. / В. Ф. Гроза, Е. А. Шорох. // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1964. – № 9. – С. 91–98
90. Гроза В. Ф. Статический расчет многоопорного коленчатого вала на упругих опорах. / В. Ф. Гроза, Е. А. Шорох. // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1968 – № 8. – С. 46–51
91. Грошева М. В. История использования аналитических вычислений (на компьютере) в задачах механики / М. В. Грошева, Г. Б. Ефимов, В. В. Самсонов. – М.: Изд. ИПМ им. М. В. Келдыша – РАН. – 2005. – 87 с.
92. Гюйгенс Х. Три мемуара по механике / Х. Гюйгенс. – М.: Изд-во АН СССР, 1951. – 378 с.
93. Дабагян А. В. Некоторые колебательные процессы в роторах турбо- и гидрогенераторных установок при несимметричных и асинхронных режимах работы генератора: дис. ... докт. техн. наук / Арег Вагаршакович Дабагян. – Харьков, 1959. – 278 с.

94. Давиденков Н. Н. О рассеянии энергии при вибрациях / Н. Н. Давиденков // Журн. техн. физики. – 1938. – VIII. – Вып. 6. – С. 438–499
95. Данилевский А. М. О численном решении векового уравнения. / А. М. Данилевский // Матем. сб., 2 (44). – 1937. – С. 169–172
96. Девилльер Р. Легкие двигатели внутреннего сгорания / Р. Девилльер. – Т. 1. – Л.: ГИЗ, 1929. – 472 с.
97. Ден-Гартог Дж. П. Механические колебания. / Дж. П. Ден-Гартог. – М.: Госиздат физ-мат л-ры, 1960. – 580 с.
98. Диагностика рабочего процесса транспортного двигателя / Отчет по НИР (окончательный) // Харьковский политехнический институт.– Хоздоговор № 21861 // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков, 1981. – 184 с.
99. Диментберг Ф. М. Изгибные колебания вращающихся валов. / Ф. М. Диментберг. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1959. – 248 с.
100. Динамика и прочность коленчатых валов. / [Сб. статей под ред. С. В. Серенсена] – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – 422 с.
101. Динамика и прочность коленчатых валов. / [Сб. статей под ред. С. В. Серенсена]. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1950. – 296 с.
102. Динамические расчеты приводов вспомогательных механизмов тепловоза ТЭ10 с учетом экспериментальных данных, Отчет по НИР Тема № 7 ОП/362 // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков, 1963. – 124 с.
103. Динамические расчеты приводов вспомогательных механизмов тепловозов. Ч. I и II. / Отчет по НИР. – Харьковский политехнический институт. – Темы № 380П/323 и № 280П/148 // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков, 1960. – 143 с.
104. Динамические расчеты приводов вспомогательных механизмов тепловозов. Ч. III. / Отчет по НИР. – Харьковский политехнический институт. – Темы № 380П/323 и № 280П/148 // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков, 1960. – 183 с.
105. Динамические расчеты синтеза и анализа приводов вспомогательных механизмов тепловоза с двигателем Д70. / Отчет по НИР. – Харьковский политехнический институт. – Тема № 7 ОП/362 // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков, 1963. – 178 с.
106. Динник А. Н. Избранные труды. Т. 2 / А. Н. Динник. – К.: Изд-во АН УССР, 1955. – 223 с.

107. Дондошанский В. К. Расчет колебаний упругих систем на электронных вычислительных машинах / В. К. Дондошанский. – М.–Л.: Машиностроение, 1965. – 368 с.

108. Драгун С. В. Оптимизация нелинейных силовых передач машин при переходных режимах: дис. ... канд. техн. наук: спец. 01.02.06 «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры» / Сергей Владимирович Драгун. – Харьков, 1984. – 185 с.

109. Драгун С. В. Оптимизация моделей силовых передач в динамических расчетах / С. В. Драгун, В. Н. Карабан, Л. И. Штейнвольф // Проблемы машиностроения. Вып. 17. – 1982. – С. 66–70

110. Дроботенко А. П. Рожденный на ХПЗ. (Историко-технический очерк.) / А. П. Дроботенко – Х.: ЧП Юшко, 2004. – 170 с.

111. Ейлер Л. Полное умозрение строения и вождения кораблей / Л. Ейлер. – СПб., 1778. – 433 с.

112. Ефимов Г. Б. Из истории развития и применения компьютерной алгебры в ИПМ им. М. В. Келдыша / Г. Б. Ефимов, Е. Ю. Зуева, И. Б. Щенков // Математическое моделирование. – 2001. – Т. 13 – № 6. – С. 11–18

113. Ефимов Г. Б. Об истории использования отечественных систем символьных преобразований в механических приложениях / Г. Б. Ефимов, М. В. Грошева // Математичні машини і системи. – 2008. – № 1. – С. 85–90

114. Житомирский В. К. Механические колебания и практика их устранения. / В. К. Житомирский. – М.: Машиностроение, 1966. – 176 с.

115. Журавлева А. М. Исследование совместных колебаний конструктивных элементов роторов турбомашин: дис. ... канд. техн. наук / Алевтина Матвеевна Журавлева. – Харьков, 1967. – 187 с.

116. Журавлева А. М. Крутильно-продольно-изгибные колебания коленчатого вала. / А. М. Журавлева, В. И. Милков // Динамика и прочность машин. – 1975. – Вып. 21. – С. 58–65

117. Захаров С. М. Совместный расчет многоопорного коленчатого вала и подшипников скольжения. / С. М. Захаров, Ю. Л. Тарсис, Е. А. Шорох // Вестник машиностроения. – 1985. – № 1. – С. 5–7

118. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. / О. Зенкевич – М.: Мир. – 1975, 541 с.

119. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация. / О. Зенкевич, К. Морган – М.: Мир, 1986. – 318 с.

120. Зенкевич О. Метод конечных элементов в теории сооружений и механике сплошных сред. / О. Зенкевич – М.: Недра, 1974. – 541 с.
121. Зербино Д. Д. Научная школа как феномен. / Д. Д. Зербино. – К.: Наукова думка, 1994. – 134 с.
122. Зиманенко С. С. Новое исследование крутильной жесткости коленчатых валов / С. С. Зиманенко // Вестник инженеров и техников. – 1946. – № 2. – С. 51–58
123. Зиманенко С. С. Новые исследования податливости элементов вала / С. С. Зиманенко // Двигателестроение. – 1936. – № 1. – С. 6–15
124. Зубов Е. А. Двигатели танков (из истории танкостроения) / Е. А. Зубов – М.: НТЦ «Информтехника», 1991. – 112 с.
125. Зубов Е. А. Легендарный В-2: три страницы судьбы / Евгений Зубов // Двигатель – 1999. – № 4. – С. 18–21
126. Ибрагимов Д. С. Противоборство / Д. С. Ибрагимов. – М.: ДОСААФ, 1989. – 495 с.
127. Ильгамов М. А «Как путники у общего костра» Академия наук Украинской ССР в Башкирии в годы Великой Отечественной войны / М. А. Ильгамов, М. А. Саитова // Вестник Российской АН. – 2001. – Т. 71. – № 6. – С. 550–559
128. Исследование влияния жесткости коленчатого вала и жесткости опор на прочность вала / Технический отчет по теме № 14 (по темплану 1946 года). – К. – 1947 // Архив Института механики НАН Украины, оп. 2. – 18 л.
129. Исследование демпфирования в связи с прочностью пакетов турболопаторов / Отчет по теме за 1940 г. – К. – 1940 // Архив Института механики НАН Украины, оп. 2. – 45 л.
130. Исследование демпфирования колебаний рабочих лопаток турбомашин применительно к реальным условиям их эксплуатации / Отчет по НИР // Институт проблем прочности АН УССР [рук. темы Г. С. Писаренко]. – К. – 1974. – № ГР 72019671. – Инв. № БЗ89323. – 206 с.
131. Исследование демпфирующей способности конструкционных материалов в широком диапазоне температур / Отчет по НИР // Институт проблем прочности АН УССР [рук. темы Г. С. Писаренко]. – К. – 1972. – № ГР 69005996. – 384 с.
132. Исследование и выбор параметров динамически нагруженных приводов турбопоршневого двигателя. / Отчет по НИР // Харьковский

политехнический институт. – Хоздоговор № 21511/202 ОП. – № ГР 71030993. – Ч. 1. – Харьков, 1975. – 124 с.

133. Исследование колебаний упругих систем с учетом рассеяния энергии / Отчет по НИР // Институт металлокерамики и специальных сплавов АН УССР [руководители темы Г. С. Писаренко и В. Г. Тимошенко]. – К. – 1962. – Делопроизводство отдела колебаний неконсервативных механических систем ИПП. – 138 с.

134. Исследование колебательных процессов в системах с большой нелинейностью. / Отчет по теме [Руководитель – консультант акад. АН УССР Н. Н. Боголюбов (I раздел). Исполнители Ю. В. Благовещенский (II раздел) и Ю. А. Митропольский (III раздел)] // Архив Института механики НАН Украины. – Оп. 2. – Киев, 1949. – 71 с.

135. Исследование переходных процессов и автоколебаний привода, связанных с системой регулирования / Отчет по НИР (окончательный) // Харьковский политехнический институт. Инв. № 2869. – Харьков. – 1969. – 164 с. – Договор № 219334 от 10 января 1969 г. между предприятиями п/я № В-8748 и ХПИ им. В. И. Ленина.

136. Исследование статической и динамической прочности коленчатого вала и блока дизеля промышленного трактора / Отчет о НИР (заключительный) // Харьковский политехнический институт № ГР 0187.0051370. Инв. № 0290.00320021. – Харьков. – 1989. – Ч. I. – 59 с.; Ч. III. – 93 с.

137. Историческая справка об Институте механики Украинской ССР / Архив Института механики НАН Украины. – 4 л.

138. История двигателестроения на ХПЗ – заводе имени Малышева. 1911–2001. Историко-технические очерки о двигателях и их создателях. – Х: Митець, ГП Завод имени Малышева, 2001. – 480 с.

139. История механики в России. – К.: Наукова думка, 1987. – 392 с.

140. История механики с древнейших времен до конца XVIII века / [под общ. ред. А. Т. Григорьяна и И. Б. Погребысского]. – М.: Наука, 1971. – 398 с.

141. История механики с конца XVIII века до середины XX века / [под общ. ред. А. Т. Григорьяна и И. Б. Погребысского]. – М.: Наука, 1972. – 414 с.

142. История отечественной математики. Т. 1. С древнейших времен до конца XVIII в. – К.: Наукова думка, 1968. – 492 с.

143. История отечественной математики. Т. 4, кн. 1: 1917–1967. – К.: Наукова думка, 1970. – 884 с.
144. История отечественной математики. Т. 4, кн. 2: 1917–1967. – К.: Наукова думка, 1970. – 668 с.
145. Ишлинский А. Ю. Механика: идеи, задачи, приложения. / А. Ю. Ишлинский. – М.: Наука, 1985. – 624 с.
146. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
147. Канторович Л. В. Функциональный анализ в нормированных пространствах. / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов – М.: Физматгиз, 1959. – 684 с.
148. Капица П. Л. Устойчивость и переход через критические обороты быстро вращающихся роторов при наличии трения / П. Л. Капица // Журнал технической физики. – 1939. – Т. IX, вып. 2. – С. 125 – 147
149. Карабан В. Н. Анализ и синтез нелинейных силовых передач двигателей внутреннего сгорания: дис. ... докт. техн. наук: спец. 01.02.06 «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры» / Владимир Николаевич Карабан. – Харьков, 1981. – 379 с.
150. Карабан В. Н. Исследование маятникового антивибратора с трением: дис. ... канд. техн. наук / Владимир Николаевич Карабан. – Харьков, 1966. – 193 с.
151. Карабан В. Н. К вопросу применения итерационного метода для расчетов колебаний существенно нелинейных систем / В. Н. Карабан, В. М. Шатохин, Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин. – 1981. – Вып. 33. – С. 54–63
152. Карно С. Размышления о движущей силе огня / С. Карно. – М.–П.: Госиздат, 1923. – 74 с.
153. Кац А. М. Вынужденные колебания при прохождении через резонанс / А. М. Кац // Инж. сб. – 1947. – Т. III, вып. 2. – М.: Изд-во АН СССР. – С. 100–125
154. Клейтон Б. Механика морских судов. / Б. Клейтон, Р. Бишоп. – Л.: Судостроение, 1986. – 436 с.
155. Клеро К. А. Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики / К. А. Клеро. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1947. – 220 с.
156. Ковалев А. М. Нелинейные задачи управления и наблюдения в теории динамических систем / А. М. Ковалев. – К.: Наукова думка, 1980. – 175 с.
157. Коваленко А. Д. Исследование демпфирования при вибрации пакетов лопаток паровых турбин / А. Д. Коваленко // Сборник докладов по

динамической прочности деталей машин (труды совещания). – М.–Л.: Изд-во АН СССР. – 1946. – С. 52–63

158. Кононенко В. О. Автоколебания в механических системах, обусловленные трением: дис. ... докт. техн. наук / Виктор Олимпанович Кононенко. – Киев, 1953. – 278 с.

159. Кононенко В. О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением / В. О. Кононенко. – М.: Наука, 1964. – 254 с.

160. Кононенко В. О. Нелинейные колебания механических систем. Избр. труды / В. О. Кононенко. – К.: Наукова думка, 1980. – 220 с.

161. Коноплев В. А. Агрегативная механика систем твердых тел. / В. А. Коноплев. – СПб.: Наука, 1996. – 166 с.

162. Косько И. К. Динамический анализ и синтез продольных нагрузок ракет: дис. ... докт. техн. наук / Игорь Константинович Косько. – Днепропетровск, 1971. – 278 с.

163. Крилов М. М. Про деякі формальні розклади нелінійної механіки / М. М. Крилов, М. М. Боголюбов // К.: Вид-во Всеукр. АН, 1934. – 83 с.

164. Крылов А. Н. Вибрация судов. Собрание трудов. Т. X. / А. Н. Крылов. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – 402 с.

165. Крылов А. Н. Воспоминания и очерки. / А. Н. Крылов. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – 884 с.

166. Крылов А. Н. Мои воспоминания. 7-е изд. / А. Н. Крылов. – Л.: Судостроение, 1979. – 480 с.

167. Крылов А. Н. Об определении критических скоростей вращающегося вала / А. Н. Крылов. – Л.: Изд-во АН СССР, 1932. – 31 с.

168. Крылов А. Н. О численном решении уравнения, которым в технических вопросах определяются частоты малых колебаний материальных систем / А. Н. Крылов // Изв. АН СССР. – 1931. – № 4. – С. 491–539

169. Крылов Н. М. Введение в нелинейную механику / Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов. – К.: Изд-во АН УССР, 1937. – 321 с.

170. Крылов Н. М. Приложение методов нелинейной механики к теории стационарных колебаний. / Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов. – К.: Изд-во Всеукраинской АН, 1934. – 109 с.

171. Кубенко В. Д. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. / В. Д. Кубенко, П. С. Ковальчук, Т. С. Краснопольская. – К.: Наукова думка, 1984. – 200 с.

172. Кубенко В. Д. Нелинейные колебания цилиндрических оболочек. / В. Д. Кубенко, П. С. Ковальчук, Н. П. Подчасов. – К.: Вища школа, 1989. – 240 с.

173. Кублановская В. Н. О некоторых алгоритмах для решения полной проблемы собственных значений / В. Н. Кублановская // Вычислительная математика и математическая физика, т. 1 – 1961. – № 4. – С. 555–570
174. Кузнецов Б. Г. Развитие физических идей от Галилея до Эйнштейна / Б. Г. Кузнецов. – М.: Наука, 1966. – 519 с.
175. Кузнецов А. П. Нелинейные колебания / А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, Н. М. Рыскин. – М.: Физматлит, 2002. – 292 с.
176. Курпель Н. С. Проекционно-итерационные методы решения операторных уравнений / Н. С. Курпель. – К.: Наукова думка, 1968. – 243 с.
177. Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. I / Ж. Лагранж. – М.– Л.: Гостехиздат, 1950. – 594 с.
178. Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. II / Ж. Лагранж. – М.– Л.: Гостехиздат, 1950. – 440 с.
179. Ларин А. А. Асимптотические методы в нелинейной динамике и история их развития в Украине с 1930-го года / А. А. Ларин, К. В. Аврамов // Механіка та машинобудування. – 2006. – Вип. 1. – С. 297–304
180. Ларин А. А. Вклад Евгения Григорьевича Голоскокова в развитие теории нестационарных колебаний / А. А. Ларин // Вестник Национального технического университета «ХПИ». - Динамика и прочность машин. – 2008. – Вып. 36. – С. 4–11
181. Ларин А. А. Вклад ученых Харьковского политехнического института в развитие методов расчета крутильных колебаний валопроводов / А. А. Ларин // Вестник Национального технического университета «ХПИ». - История науки и техники. - 2009. – Вып. 29. – С. 83–91
182. Ларин А. А. Деятельность Института строительной механики АН УССР в области динамической прочности в 1930–1940-е гг. / А. А. Ларин // Вестник Национального технического университета «ХПИ». - История науки и техники. - 2009. – Вып. 53. – С. 67–79
183. Ларин А. А. Зарождение математической физики и теории колебаний континуальных систем в «споре о струне» / А. А. Ларин // Вестник Национального технического университета «ХПИ». - История науки и техники. - 2008. – Вып. 8. – С. 89–97
184. Ларин А. А. Исследование колебаний с учетом демпфирования в первой трети XX века (история вопроса) / А. А. Ларин // Вестник Национального технического университета «ХПИ». - Транспортное машиностроение. - 2009. – Вып. 47. – С. 156–163
185. Ларин А. А. Исследования колебаний с учетом рассеяния энергии в материале в трудах украинских ученых. Основание школы Г. С. Писаренко / А. А. Ларин // Вісник Дніпропетровського університету. – 2010. – № 1/2. – Серія історія і філософія науки і техніки. – вип. 17. – С. 89–96

186. Ларин А. А. Исследования колебаний тепловозных силовых установок в Харьковском политехническом институте в 1960-е гг. / А. А. Ларин // *Механіка та машинобудування*. – 2009. – вып. 2. – С. 158–167
187. Ларин А. А. Исследования крутильных колебаний авиамоторов основателями нелинейной механики Н. М. Крыловым, Н. Н. Боголюбовым и Ю. А. Митропольским в 1940-е гг. / А. А. Ларин // *Вісник Дніпропетровського університету*. – 2009. – № 1/2. – Серія історія і філософія науки і техніки. – вип. 17. – С. 61–68
188. Ларин А. А. История развития теории нестационарных колебаний / А. А. Ларин // *Вестник НТУ «ХПИ» История науки и техники*. – 2009. – Вып. 48. – С. 73–82
189. Ларин А. А. История развития исследований поперечных колебаний корпусов кораблей / А. А. Ларин // *Механіка та машинобудування*. – Вип. 1. – 2008. – С. 253–264
190. Ларин А. А. История развития методов динамических расчетов коленчатых валов / А. А. Ларин, Ю. Л. Тарсис // *Вестник Национального технического университета «ХПИ»*. – Динамика и прочность машин. – 2008. – Вып. 47. – С. 3–13
191. Ларин А. А. О творческом наследии Льва Израилевича Штейнвольфа – ученого и педагога / А. А. Ларин // *Вестник Национального технического университета «ХПИ»*. – Динамика и прочность машин. – 2006. – Вып. 21. – С. 3–6
192. Ларин А. А. Периодизация развития теории механических колебаний / А. А. Ларин // *Історія Української науки на межі тисячоліть*. – 2008. – Вип. 33. – С. 134–143
193. Ларин А. А. Развитие методов расчета крутильных колебаний в Харьковском политехническом институте с 1930 по 1970 годы / А. А. Ларин // *Вестник Национального технического университета «ХПИ»*. – Динамика и прочность машин. – 2007. – Вып. 22. – С. 90–98
194. Ларин А. А. Силовой анализ механизмов с применением систем аналитических преобразований на ЭВМ / А. А. Ларин // *Сб. науч. трудов «Теория механизмов и машин»*. – К. – 1993. – С. 64–72
195. Ларин А. А. Становление теории колебаний механических систем: исторический обзор / А. А. Ларин // *Дослідження з історії техніки*. – 2006. – Вип. 8. – С. 41–50
196. Ларін А. О. Василь Євдокимович Бреславський - видатний вчений - механік (до 90-річчя з дня народження). / А. О. Ларін // *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. – Динаміка і міцність машин. – 2010. – Вип. 37. – С. 12–19

197. Ларін А. О. З історії створення танкового дизеля В-2. Дослідження крутильних коливань трансмісії. / А. О. Ларін // Питання історії науки і техніки. - 2009. - № 2. - С. 25–32

198. Ларін А. О. Оптимізація параметрів нелінійної муфти валопроводу транспортного дизельного двигуна / А. О. Ларін, С. М. Решетнікова // Вісник Академії митної служби України. - 2008. - № 2 (38). - С. 83–89

199. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения / Н. Н. Лебедев. - М.: ГИТТЛ, 1953. – 624 с.

200. Левин А. В. Рабочие лопатки и диски паровых турбин / А. В. Левин. - М.–Л.: Госэнергоиздат, 1953. – 624 с.

201. Левин А. В. Прочность и вибрация лопаток и дисков паровых турбин / А. В. Левин, К. Н. Боришанский, Е. Д. Консон. - Л.: Машиностроение, 1981. – 710 с.

202. Лежён-Дирихле Г. П. Об устойчивости равновесия. / Г. П. Лежён-Дирихле. – В кн.: Ж. Лагранж Аналитическая механика, т. I. Дополнения. – М. – Л.: Гостехиздат, 1950. – С. 537–540

203. Леонард Эйлер: [Пер. с нем.] Р. Тиле. – К.: Вища школа. – 1983, 192 с.

204. Лурье И. А. Вынужденные колебания в нелинейной системе с характеристикой из двух прямолинейных отрезков / И. А. Лурье, А. И. Чекмарев // Прикладная математика и механика. – Т. 1. – В. 3. – 1938. – С. 307–324

205. Лурье И. А. Крутильные колебания в дизельных установках / И. А. Лурье. – М.–Л.: Военмориздат, 1940. – 220 с.

206. Общая задача об устойчивости движения: [Дисс. д-ра наук] / А. М. Ляпунов. – Х., 1892. – XI. – 250 с.

207. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов // Собр. соч. т. 2. – М.: Изд. АН СССР, 1954. – С. 7–236

208. Мандельштам Л. И. О явлении резонанса n -го рода / Л. И. Мандельштам, Н. Д. Папалекси // Журнал технической физики. Вып. 2. – 1932. – С. 775–811

209. Маневич Л. И. Метод нормальных колебаний для существенно нелинейных систем. / Л. И. Маневич, Ю. В. Михлин, В. Н. Пилипчук. – М.: Наука, 1989. – 280 с.

210. Маневич Л. И. Приближенный расчет нормальных колебаний систем с двумя степенями свободы / Л. И. Маневич, Ю. В. Михлин, Б. П. Черевачкий // Гидроаэромеханика и теория упругости. – Вып. 17. – 1973. – С. 82–92

211. Маневич Л. И. Исследование резонансных режимов в нелинейных системах с двумя степенями свободы / Л. И. Маневич, Б. П. Черевачкий // Прикладная механика. – т. 11. – Вып. 17. – 1973. – С. 23–29

212. Материалы совещания по динамической прочности, Киев 3–8 июня 1940 г. / Архив Института механики НАН Украины, оп. 2, 10 л.
213. Мартынюк А. А. Устойчивость движения сложных систем / А. А. Мартынюк. – К.: Наукова думка, 1975. – 432 с.
214. Мельников Р. М. «Рюрик» был первым / Р. М. Мельников. – Л.: Судостроение, 1989. – 256 с.
215. Меркин Д. Р. Краткая история классической механики Галилея – Ньютона / Д. Р. Меркин. – М.: Физматлит, 1994. – 160 с.
216. Меркулова Н. М. К истории газовой динамики в XIX в. / Н. М. Меркулова // История и методология естественных наук. – Вып. IX. – Механика, математика. – 1970. – М.: Изд-во МГУ. – С. 59–89
217. Методика определения жесткости изгиба коленчатого вала звездообразного мотора. / Отчет по теме за 1943 г. [авторы отчета В. Г. Чудновский, И. М. Варвак] // Архив Института механики НАН Украины, оп. 2. – 64 л.
218. Механика в СССР за пятьдесят лет. Т. 1. Общая и прикладная механика. – М.: Наука, 1968. – 416 с.
219. Механика в СССР за пятьдесят лет. Т. 3. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1972. – 480 с.
220. Механика в СССР за тридцать лет 1917–1947 / [под ред. В. З. Власова, В. В. Голубева и Н. Д. Моисеева]. – М.–Л.: Гостехиздат, 1950. – 416 с.
221. Митин В. Н. Синтез вибрационных систем при вынужденных колебаниях / В. Н. Митин, А. С. Пономарев, Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин. – 1973. – Вып. 18. – С. 58–62
222. Митин В. Н. Спектральные свойства и синтез цепных вибрационных систем: автореф. дис. ... канд. техн. наук. / Владимир Николаевич Митин. – Харьков, 1975. – 19 с.
223. Митин В. Н. Структурные матрицы цепных вибрационных систем / В. Н. Митин, Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин. – Вып. 17. – 1973. – С. 3–7
224. Митин В. Н. Структуры дискретных механических моделей конструкций / В. Н. Митин, Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин. Вып. 35. – 1982. – С. 3–6
225. Митропольский Ю. А. Вынужденные колебания в нелинейных системах при прохождении через резонанс / Ю. А. Митропольский // Инж. сб. – 1953. – Т. 15. – С. 89–98
226. Митропольский Ю. А. Исследование резонансных явлений в нелинейных системах с переменными частотами дис. ... канд. техн. наук // Юрий Алексеевич Митропольский. – К., 1947. – 107 с.

227. Митропольский Ю. А. Медленные процессы в нелинейных колебательных системах со многими степенями свободы: дис. ... докт. техн. наук // Юрий Алексеевич Митропольский. – К., 1950. – 199 с.
228. Митропольский Ю. А. Медленные процессы в нелинейных колебательных системах со многими степенями свободы / Ю. А. Митропольский // Прикл. Математика и механика. – 1950. – Т. 14. – № 2. – С. 139–170
229. Митропольский Ю. А. Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах / Ю. А. Митропольский. – К.: Изд-во АН УССР, 1955. – 284 с.
230. Митропольский Ю. А. Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний / Ю. А. Митропольский. – М.: Наука, 1964. – 431 с.
231. Митропольский Ю. А. Машинный анализ нелинейных резонансных цепей. / Ю. А. Митропольский, А. А. Молчанов. – К.: Наукова думка, 1981. – 147 с.
232. Митропольський Ю. О. Дослідження нестационарних коливальних режимів в системах з розподіленими параметрами (асимптотичні методи). / Ю. О. Митропольський, Б. І. Мосєнков – К.: Вид-во КДУ, 1961. – 123 с.
233. Митропольський Ю. О. Про коливання в гіроскопічних системах при проходженні через резонанс / Ю. О. Митропольський // УМЖ. – 1953. – Т. 5. – № 3. – С. 333–349
234. Михаил Васильевич Остроградский 1 января 1862 – 1 января 1962. Педагогическое наследие. Документы о жизни и деятельности [под ред. И. Б. Погребысского и А. П. Юшкевича]. – М.: Гос. изд-во физ-мат. литературы, 1961. – 399 с.
235. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. / С. Г. Михлин. – М.: Гостехиздат, 1957. – 476 с.
236. Моисеев Н. Д. Очерки развития механики / Н. Д. Моисеев. – М.: Изд-во МГУ, 1961. – 478 с.
237. Моисеев Н. Д. Очерки развития теории устойчивости. / Н. Д. Моисеев. – М.–Л.: Гостехиздат, 1949. – 663 с.
238. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы в нелинейной механике / Н. Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 400 с.
239. Моисеев Н. Н. Математика ставит эксперимент / Н. Н. Моисеев. – М.: Наука, 1979. – 224 с.
240. Морачковский О. К. Инфиз: очерки истории творчества / О. К. Морачковский. – Х.: Энерго Клуб Украины, 2005. – 372 с.
241. Мосєнков Б. І. Поперечні коливання стержня двоякої жорсткості в перехідному режимі обертання / Б. І. Мосєнков // Прикладна механіка. - 1957. – Т. III. – вип. 2. - С. 155–167

242. Натанзон В. Я. Крутильные колебания коленчатых валов с муфтами, обладающими нелинейными характеристиками. / В. Я. Натанзон // М.: Оборонгиз (труды ЦИАМ). – 1943. – № 40. – 80 с.
243. Натурные исследования динамических процессов в приводе вспомогательных механизмов тепловоза ТЭ10.017 Отчет по НИР // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков – Коломна, 1962–1963. – 114 с.
244. Нейман И. Ш. Динамика, конструкция и расчет на прочность авиационных двигателей. / И. Ш. Нейман – М.–Л.: Оборонгиз, 1940. – 476 с.
245. Нейман И. Ш. Крутильные колебания многомассовой нелинейной системы. / И. Ш. Нейман – М.–Л.: Оборонгиз, 1947. – 132 с.
246. Неймарк И. Ш. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. / И. Ш. Нейман. – М.: Наука, 1972. – 472 с.
247. Николаи Е. Л. Теория гироскопов. / Е. Л. Николаи. – М.: Гостехиздат, 1948 – 171 с.
248. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / И. Ньютон. – М.: Наука, 1989. – 687 с.
249. Определение допустимых амплитуд поперечных колебаний коленчатых валов авиационных двигателей. Технический отчет по теме № 16 (по темплану 1946 года). – К., 1947 / Архив Института механики НАН Украины, оп. 2. – 17 л.
250. Определение надежности и ресурса динамически нагруженных приводов турбопоршневого двигателя. Ч. 1 / Отчет по НИР // Харьковский политехнический институт. – Инв. № 2869. – Харьков, 1972. – 161 с. – Договор № 21922/1320П от 12 марта 1971 г. между предприятиями п/я № В-8748 и ХПИ им. В. И. Ленина
251. Павленко С. Б. Голубая лента Атлантики / С. Б. Павленко // Наука и техника, 2007. – №. 11. – С. 25–30
252. Панов Д. Ю. О крутильных колебаниях стержня при наличии упругого гистерезиса / Д. Ю. Панов // ПММ. – Т. IV. – Вып. 1. – 1940. – С. 65–78
253. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1980. – 272 с.
254. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний / Я. Г. Пановко. – М.: Машгиз, 1957. – 336 с.
255. Пановко Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М.: Наука, 1979. – 384 с.
256. Папкович П. Ф. Об одном методе разыскания корней характеристического определителя. / П. Ф. Папкович // Журнал Прикладная

математика и механика. Т. I. Вып. 2 – Л. – М.: Гостехтеориздат. – 1933. – С. 314–318

257. Папкович П. Ф. Труды по вибрации корабля. / П. Ф. Папкович. – Л.: Судпромгиз, 1960. – 784 с.

258. Писаренко Г. С. Воспоминания и размышления / Г. С. Писаренко. – К.: Наукова думка, 1994. – 448 с.

259. Писаренко Г. С. Вынужденные колебания упругих систем с учетом рассеяния энергии в материале: дис. ... докт. техн. наук / Георгий Степанович Писаренко. – К., 1948. – 284 с.

260. Писаренко Г. С. Жизнь в науке / Г. С. Писаренко. – К.: Наукова думка, 1989. – 192 с.

261. Писаренко Г. С. Колебания упругих систем с учетом рассеяния энергии в материале / Г. С. Писаренко. – К.: Изд. АН УССР, 1955. – 239 с.

262. Писаренко Г. С. Определение параметров петли гистерезиса по логарифмическому декременту затухания колебаний / Г. С. Писаренко // Сб. тр. Ин-та строит. механики АН УССР, 1950. – № 15. – С. 121–127

263. Писаренко Г. С. Рассеяние энергии при механических колебаниях. / Г. С. Писаренко. – К.: Изд. АН УССР, 1962. – 436 с.

264. Писаренко Г. С. Сергей Владимирович Серенсен. / Г. С. Писаренко. – К.: Наукова думка, 1993. – 105 с.

265. Писаренко Г. С. Исследование статического изгиба многоопорного коленчатого вала. / Г. С. Писаренко // Вестник Машиностроения. – 1945. – № 6–7. – С. 9–16

266. Постнов В. А. Метод модуль-элементов в расчетах судовых конструкций. / В. А. Постнов, Н. А. Тарануха. – Л.: Судостроение, 1990. – 320 с.

267. Постнов В. А. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. / В. А. Постнов, И. Я. Хархурим. – Л.: Судостроение, 1974. – 342 с.

268. Прочность материалов и конструкций / [Редкол.: В. Т. Трощенко (отв. ред.) и др.]. – К.: Академперіодика, 2006. – 1076 с.

269. Пуанкаре А. Избранные труды. Новые методы небесной механики. Т 1. – М.: Наука, 1971. – 654 с.

270. Радциг А. А. История теплотехники / А. А. Радциг. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1936. – 430 с.

271. Развитие механики в СССР 1917–1967 / [под ред. А. Ю. Ишлинского]. – М.: Наука, 1967. – 365 с.

272. Развитие общей механики в России и Украине в 20–80-е годы XX века. – М.: Наука. – К.: Феникс, 1998. – 404 с.

273. Разработка методов демпфирования колебаний рабочих лопаток турбомашин применительно к реальным условиям их эксплуатации / Отчет по НИР. – Институт проблем прочности АН УССР [рук. темы Г. С. Писаренко]. – К., 1970. – № ГР 71021490. – 252 с.

274. Рассеяние энергии при вибрации / Отчет по теме за 1940 г. // Архив Института механики НАН Украины, оп. 2. – 35 л.

275. Романив О. Н. Поперечные колебания вала двоякой жесткости / О. Н. Романив. – Львов: Изд-во ЛПИ, 1957. – 83 с.

276. Рубаник В. П. Прохождение через резонанс в нелинейных системах со многими степенями свободы при воздействии многочастотных возмущающих сил / В. П. Рубаник // Сб. «Проблемы прочности в машиностроении», вып. 7. – М.: Изд-во АН СССР. – 1962. – С. 3–18

277. Рязанцев Н. К. Этапы развития отечественного танкового двигателестроения. Оценка эффективности 2-х и 4-х тактных танковых дизельных двигателей / Н. К. Рязанцев, В. Ф. Климов, С. В. Волков // Механіка та машинобудування. – Вип. 1, 2002. – С. 35–40

278. Самойленко А. М. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. / А. М. Самойленко, Н. А. Перестюк. – К.: Вища школа, 1987. – 200 с.

279. Самойленко А. М. Численно-аналитические методы исследования периодических решений. / А. М. Самойленко, Н. И. Ронто. – К.: Вища школа, 1976. – 180 с.

280. Самойленко А. М. Элементы математической теории многочастотных колебаний. / А. М. Самойленко. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

281. Сборник докладов по динамической прочности деталей машин // Труды совещания. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1946. – 256 с.

282. Серенсен С. В. Гіпотези міцності при змінному навантаженні. / С. В. Серенсен – К.: Видавництво АН УРСР, 1938. – 30 с.

283. Серенсен С. В. Динамическая прочность коленчатых валов двигателей / С. В. Серенсен // Динамика и прочность коленчатых валов. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1950. – С. 284–295

284. Серенсен С. В. Исследование распределения напряжений в коленчатых валах авиационных двигателей / С. В. Серенсен // Динамика и прочность коленчатых валов. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – С. 373–397

285. Серенсен С. В. Концентрація напружень і втома в колінчастих валах./ С. В. Серенсен. – К.: Видавництво Всеукраїнської Академії наук, 1935. – 43 с.

286. Серенсен С. В. Міцність металу і розрахунок деталей машин під змінними навантаженнями. / С. В. Серенсен. – Інститут будівельної механіки. – Вип. № 24. – К.: Видавництво Всеукраїнської Академії наук, 1937. – 100 с.

287. Серенсен С. В. Питання вібраційної міцності металів в розрахунку деталей машин. – К.: Видавництво Всеукраїнської АН, 1934. – 36 с.

288. Серенсен С. В. Розрахунок динамічної міцності багатоопорного колінчастого вала / С. В. Серенсен, С. Е. Гарф, Л. С. Ямпольський. – К.: Вид. АН УССР, 1937. – 95 с.

289. Скрыгин Л. Н. Как пароход погубил город: очерки о катастрофах на реках, озерах и в портах / Л. Н. Скрыгин. – М.: Транспорт, 1989. – 271 с.

290. Слива О. К. Дискретные модели колеблющихся лопаток турбомашин / О. К. Слива // Динамика и прочность машин, 1966. – вып. 4. – С. 59–66

291. Слива О. К. Метод сосредоточенных параметров и его применение в исследовании колебаний рабочих лопаток турбомашин / Олег Кириллович Слива // Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Х., 1967. – 21 с.

292. Словарь иностранных слов. – М.: Гос. изд-во иностр. и нац. словарей, 1955. – 856 с.

293. Соболев Н. А. Воспоминания директора завода / Н. А. Соболев; под ред. А. С. Эпштейна. – Х.: Прапор, 1995. – 223 с.

294. Сокол Г. И. О достижениях научной школы профессора И. К. Коско / Г. И. Сокол, Е. В. Горбенко // Вісник Дніпропетровського університету. – 2009. – № 1/2. – Серія історія і філософія науки і техніки. – вип. 17. – С. 52–61

295. Стретт Дж. В. Теория звука, т. I. / Дж. В. Стретт (Лорд Рэлей). – М.: Гостехиздат, 1955. – 504 с.

296. Танкоград: История. Люди. События. / [Л. Л. Товажнянский, Е. Е. Александров, Л. М. Бесов, И. Е. Александрова]. – Х.: НТУ «ХПИ», 2004. – 236 с.

297. Танк Т-34: руководство. – М.: Военное изд-во НКО, 1944. – 204 с.

298. Тарсис Ю. Л. Компьютерное моделирование в динамике и прочности коленчатых валов и коренных подшипников ДВС. /

Ю. Л. Тарсис. // Вестник инженерной академии Украины. Спец. вып. КВ № 2635. – 2000. – С. 403–406

299. Тарсис Ю. Л. Расчет вынужденных связанных колебаний коленчатого вала ДВС. / Ю. Л. Тарсис. // Динамика и прочность машин. – 1997. – Вып. 55. – С. 126–134

300. Тарсис Ю. Л. Расчетный метод определения усилий в коленчатых валах с учетом упругой податливости и несоосности гидродинамических опор скольжения: дис. ... канд. техн. наук / Юрий Львович Тарсис. – Харьков, 1985. – 222 с. – (Машиноведение и детали машин 05.02.02)

301. Тарсис Ю. Л. Эффективная организация расчета деформаций коленчатых валов при сложных программах нагружения / Ю. Л. Тарсис, Ю. М. Андреев, А. А. Ларин // Динамика и прочность машин. – 1987. – Вып. 46. – С. 107–110

302. Терских В. П. К расчету крутильных колебаний / В. П. Терских // Вестник инженеров и техников. – 1930. – № 12. – С. 429–433

303. Терских В. П. К расчету крутильных колебаний. / В. П. Терских. // Вестник инженеров и техников. – 1931. – № 7. – С. 306–312

304. Терских В. П. Крутильные колебания в дизельных установках: труды Первой Всесоюзной дизельной конференции / В. П. Терских. – Наркомтяжпром. – 1935. – С. 13–22

305. Терских В. П. Крутильные колебания валопроводов силовых установок. / В. П. Терских. – Л.: Судостроение, 1970. – Т. 3. – 272 с.

306. Терских В. П. Метод цепных дробей. / В. П. Терских. – Л.: Судпромгиз, 1955. – 420 с.

307. Терских В. П. Уточненный расчет коленчатого вала на кручение / В. П. Терских. // Динамика и прочность коленчатых валов. – М. – Л.: Изд-во АН СССР. – 1948. – С. 5–48

308. Тетельбаум И. М. Электрическое моделирование как метод исследования динамических крутильных нагрузок валов поршневых двигателей / И. М. Тетельбаум. // Динамика и прочность коленчатых валов. – М.–Л.: Изд-во АН СССР. – 1948. – С. 140–169

309. Тибилов Т. А. Асимптотический метод исследования переходных процессов в нелинейных колебательных системах / Т. А. Тибилов // Докл. АН СССР. – 1963. – Т. 153. – № 1. – С. 64–66

310. Тимошенко С. П. Воспоминания. / С. П. Тимошенко – К.: Наукова думка, 1993. – 424 с.

311. Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений / С. П. Тимошенко. – М.: Гостехтеориздат, 1957. – 536 с.
312. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. / С. П. Тимошенко. – М.: Гос. изд-во физ-мат. литературы, 1959. – 439 с.
313. Тимошенко С. П. Прочность и колебания элементов конструкций / С. П. Тимошенко. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
314. Тимошенко С. П. Теория колебаний в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М.: ОНТИ, 1934. – 344 с.
315. Тимошенко С. П. Прикладная теория упругости. / С. П. Тимошенко, Дж. Лессельс. – Л.: ГИЗ, 1931. – 392 с.
316. Трапезин И. И. Расчет неразрезного многоколенчатого вала. / И. И. Трапезин // ОНТИ, НКТП, 1937. – 138 с.
317. Труды Первой Всесоюзной дизельной конференции. – М.–Л.: Наркомтяжпром, 1935. – 320 с.
318. Уилкинсон Дж. Алгебраическая проблема собственных значений / Дж. Уилкинсон. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
319. Уилкинсон Дж. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. / Дж. Уилкинсон, К. Райнш. – М.: Машиностроение, 1976. – 389 с.
320. Урванцев Н. М. Критические числа оборотов в дизельных установках / Н. М. Урванцев. – М.–Л.: Гос. науч-техн изд-во, 1931. – 56 с.
321. Фаддеева В. Н. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. / В. Н. Фаддеева, Н. М. Терентьев. – М.: ГИТТЛ, 1954. – 268 с.
322. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. / В. И. Феодосьев. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
323. Фердинанд Миндинг 1806–1885. – Л.: Наука, 1970. – 224 с.
324. Фещенко С. Ф. Про асимптотичне представлення інтегралів спеціальної системи лінійних диференціальних рівнянь, що мають малий параметр / С. Ф. Фещенко. – Доп. АН УРСР. – № 2. – 1947. – С. 9–17
325. Вынужденные колебания крученых валов при учете затухания / А. П. Филиппов. // Изв. АН СССР, ОТН. – 1934. – № 4. – С. 897–904
326. Филиппов А. П. Вынужденные колебания линейной системы при прохождении через резонанс с нелинейно изменяющейся частотой / А. П. Филиппов // Изв АН СССР, ОТН. – 1958. – 12. – С. 47–53

327. Филиппов А. П. Вынужденные поперечные колебания стержней при учете затухания / А. П. Филиппов. // Изв. АН СССР, ОТН. – 1935. – № 7: 4. – С. 637–649

328. Филиппов А. П. Инструкция по расчету фундамента под турбоагрегаты / А. П. Филиппов // Бюл. укр. комплекс. НИИ сооружений. – 1932. – № 3. – 10 с.

329. Филиппов А. П. К вопросу о переходе через резонанс с нелинейной скоростью системы с одной степенью свободы / А. П. Филиппов // Труды Лаборатории гидравлических машин АН УССР, 9. – К.: Изд-во АН УССР. – 1961. – С. 37–48

330. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем. / А. П. Филиппов. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.

331. Филиппов А. П. Колебания механических систем / А. П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1965. – 716 с.

332. Филиппов А. П. Колебания упругих систем. / А. П. Филиппов. – К.: Изд-во АН УССР, 1956. – 340 с.

333. Филиппов А. П. Расчеты на колебания с использованием электронно-вычислительной техники. / А. П. Филиппов, Ю. С. Воробьев. – М.: Машиностроение, 1971. – 68 с.

334. Филиппов А. П. О некоторых методах решения задач механики в связи с автоматизацией машиностроительных расчетов / А. П. Филиппов, Б. Я. Кантор // Автоматизация умственного труда в машиностроении. – М.: Наука. – 1969. – С. 111–135

335. Форстен С. В. Особенности расчета танковых установок на крутильные колебания / С. В. Форстен // Динамика и прочность коленчатых валов. – М.–Л.: Изд-во АН СССР. – 1948. – С. 82–109

336. Фролов К. В. Вибрация – друг или враг? / К. В. Фролов. – М.: Наука, 1984. – 144 с.

337. Халыпа В. М. Исследование связанных колебаний коленчатых валов и внутренней неуравновешенности ДВС с учетом податливости корпуса: дис. ... канд. техн. наук: спец. 01.02.06 «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры» / Виктор Маркович Халыпа. – Х., 1982. – 180 с.

338. Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна за 200 років / [В. С. Бакіров, В. М. Духопельников, Б. П. Зайцев та ін.]. – Х. : Фоліо, 2004. – 750 с.

339. Харьковский политехнический: ученые и педагоги / [Ю. Т. Костенко, В. В. Морозов и др.]. – Х. : Прапор, 1999. – 352 с.
340. Харламов П. В. Лекции по динамике твердого тела, ч. 1. / П. В. Харламов. – Новосибирск: изд-во НГУ, 1965. – 221 с.
341. Харламова Е. И. Донецкой школе аналитической механики – 40 лет / Е. И. Харламова, Г. В. Мозалевская // Наукові праці Донецького національного технічного університету. – 2005. – Вип. 94. – С. 13–34
342. Челомей В. Н. О новом методе определения резонансного числа оборотов коленчатых валов / В. Н. Челомей // Сборник трудов КАИ. – К. : - 1938. – С. 97–111
343. Численные методы в прикладной теории упругости / [А. П. Филиппов, В. Н. Булгаков, Ю. С. Воробьев и др.]. – К. : Наукова думка, 1968. – 252 с.
344. Чекмарев А. И. К вопросу о расчете крутильных колебаний систем с маятниковыми антивибраторами / А. И. Чекмарев // Динамика и прочность коленчатых валов. – М.–Л. : Изд-во АН СССР, 1948. – С. 110–139
345. Харьковское конструкторское бюро по машиностроению имени А. А. Морозова / А. И. Веретенников, И. И. Рассказов, К. В. Сидоров, Е. И. Решетило. – Х., 2007. – 188 с.
346. ХПЗ – Завод имени Малышева. 1895-1995. Краткая история развития / [А. В. Быстриченко, Е. И. Добровольский, А. П. Дроботенко и др.]. – Х. : Прапор, 1995. – 792 с.
347. Храмов Ю. О. Ю. О. Митропольський та його наукова школа (до 90 річчя від дня народження вченого) / Ю. О. Храмов, Т. В. Кілочицька // «Наука і наукознавство». – 2007. – № 2. – С. 101–115
348. Центральный Государственный архив общественных объединений Украины
349. Центральный Государственный научно-технический архив Украины
350. Черевков А. П. О вычислении колебаний кручения на валах. / А. П. Черевков // Вестник инженеров и техников. – 1933. – № 7. – С. 299–304
351. Черевков А. П. Упрощенный способ расчета колебаний кручения на валах. / А. П. Черевков // Вестник инженеров и техников. – 1933. – № 9. – С. 384–386
352. Шапиро Л. С. Самые быстрые корабли. / Л. С. Шапиро. – Л.: Судостроение, 1989. – 128 с.

353. Шаталов К. Т. Экспериментальные исследования крутильных колебаний валов / К. Т. Шаталов // Динамика и прочность коленчатых валов. – М.–Л.: Изд-во АН СССР. – 1948. – С. 170–247

354. Шатохин В. М. Исследование нелинейных колебаний в силовых цепях машин с использованием итерационного метода: дис. ... канд. техн. наук. / Владимир Михайлович Шатохин. – Харьков, 1979. – 195 с. – Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры (01.02.06)

355. Шатохин В. М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин / В. М. Шатохин. – Х. : НТУ «ХПИ», 2008. – 456 с.

356. Шершов А. П. История военного кораблестроения. / А. П. Шершов. - СПб. : Полигон, 1994. – 360 с.

357. Шорох Е. А. Матричная форма статического расчета многоопорных коленчатых валов: дис. ... канд. техн. наук. / Евгений Андреевич Шорох. – Харьков, 1966. – 154 с.

358. Штейнвольф Л. И. Динамика механических передач силовых установок тепловозов : дис. ... докт. техн. наук. / Лев Израилевич Штейнвольф. – Харьков, 1966. – 655 с.

359. Штейнвольф Л. И. Исследование маятникового демпфера крутильных колебаний коленчатых валов двигателей. : дис. ... канд. техн. наук. / Лев Израилевич Штейнвольф. – Харьков, 1947. – 213 с.

360. Штейнвольф Л. И. Об алгоритмах расчета свободных крутильных колебаний на ЭЦВМ. / Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин. – 1967. – Вып. 6. – С. 106 – 109

361. Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума или минимума, или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле. / Л. Эйлер. // Приложение I. – Об упругих кривых. – Сер. «Классики естествознания». – М.–Л.: Гостехиздат. – 1934. – С. 447–572

362. Экспериментальное исследование гидромфты тепловоза ТЭЗ. / Отчет по НИР. – Харьковский политехнический институт. – Темы № 380П/323 и № 280П/148 // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков, 1960. – 110 с.

363. Экспериментальное исследование статических и динамических характеристик соединений, применяемых в силовых передачах тепловозов. / Отчет по НИР. – Харьковский политехнический институт. – Тема № 47 ОП/327 // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков, 1962. – 100 с.

364. Экспериментальное исследование статических и динамических характеристик соединений, применяемых в силовых передачах тепловозов. / Отчет по НИР. – Харьковский политехнический институт. – Темы № 60П/363 и 60П // Делопроизводство кафедры теоретической механики НТУ «ХПИ». – Харьков, 1963. – 130 с.

365. Энциклопедический словарь. Т. XXVI^A – СПб.: Акц. общ. «Издат. дело, бывшее Брокгауз – Ефрон», 1899. – С. 481–960

366. Юрий Сергеевич Воробьев - ученый и педагог: (К 70-летию со дня рождения). Биобиблиографический указатель [Сост. А. А. Ларин]. – Х.: НТУ «ХПИ», 2006. – 64 с.

367. Яковлев А. С. Советские самолеты. / А. С. Яковлев – М.: Наука, 1982. – 408 с.

368. Яковлев А. С. Цель жизни (Записки авиаконструктора). / А. С. Яковлев – М.: Политиздат, 1974. – 591 с.

369. Якубович Н. В. Самолеты С. А. Лавочкина. / Н. В. Якубович. – М.: РУСАВИА, 2002. – 160 с.

370. Ямпольский Л. С. Расчет неразрезных многоколенчатых валов с учетом податливостей опор: дис. ... канд. техн. наук. / Л. С. Ямпольский. – К., 1945. – 138 с.

371. Янушевская В. Ф. Исследование изгибно-продольных колебаний в коленчатых валах тракторных двигателей. / В. Ф. Гроза, В. Ф. // Изв. вузов Машиностроение. – 1975. – № 2. – С 120–122

372. Янушевская В. Ф. Сложные колебания коленчатых валов дизелей средней мощности: дис. ... канд. техн. наук. / Виктория Феликсовна Янушевская, Харьков. – 1975. – 129 с.

373. Biot M. Coupled Oscillations of Aircraft Engine – propeller Systems, Journal of the aeronautical sciences. / M. Biot. – Vol. 7. – № 9. – P. 376 – 382. – July 1940. (Journ. of Aeron. Sciences)

374. Den Hartog J. P. Mechanical Vibrations. / J. P. Den Hartog – New York and London: Mc Graw-Hill Book Company, inc., 1947. – 478 p.

375. Faculty of Physical Engineering. Scientific Schools in Mechanics & Mathematics. / [D. V. Breslavsky, L. V. Kurpa, A. A. Larin, O. K. Morachkovsky, A. V. Chistilina]. – Kharkov: NTU «KhPi», 2007. – 32 p.

376. Francis J. G. F. The QR-transformation – a Unitary Analogue to the LR-transformation. / J. G. F. Francis. Parts I, II. – Comput. J. 4. – 1961. – P. 265 – 271 – 1962. – P. 332–345

377. Gregory R. T. Computing Eigenvalues and Eigenvectors of a Symmetric matrix on the ILLIAC. / R. T. Gregory. Math. Tab. And other Aids to Comp., 7. – 1953. – P. 215–220

378. Lewis F. M. Vibration During Acceleration Through a Critical Speed. / F. M. Lewis // Transaction of the ASME. - 1932, 54, 23. – P. 253–263

379. Mikhlin Yu. V. International Conference «Nonlinear Phenomena in Polymer Solids and Low-Dimensional Systems». – Moscow. – Russia. – 7–10 July. – 2008. – P. 102–107

380. Picarenko G. S. Vibrations of elastic systems taking account of energy dissipation in the material. / G. S. Picarenko. – Ohio, 1962. – 295 p.

381. Pope D. A., Thompkins C. Maximizing Functions of Rotations-Experiments Concerning Speed of Diagonalisation of Symmetric Matrices Using Jacobi's Method. / D. A. Pope, C. J. Thompkins. – Assoc. Comput. Machinery, 4. – 1957. – P. 459–466

382. Pöschl T. Das Anlaufen eines einfachen Schwinger. / T. Pöschl // Ing. Arch. – 1933. – 4. – P. 98–102

383. Rosenberg R. M. On the geometrization of normal vibrations of nonlinear systems having many degree of freedom. / R. M. Rosenberg, C. S. Hsu // Тр. междунар. симпозиума по нелинейным колебаниям. – К.: Наукова думка. – 1961. – С. 380–416

384. Turner M. J., Clough R.V., Martin H. C., Topp L. J. Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, J. Aero. Sci, 23, 805–823 (1956)

385. Normal modes and localization in nonlinear systems. /– [Vakakis A., Manevich L. I., Mikhlin Yu. V., Pilipchuk V. N., Zevin A. A.] – New York: Willey Interscience, 1996. – 579 c.

386. Wilkinson J. H. 1960 Housholder's Method for the Solution of the Algebraic Eigenproblem Comp. Jour. 3: 23–27

Наукове видання

Ларін Андрій Олексійович

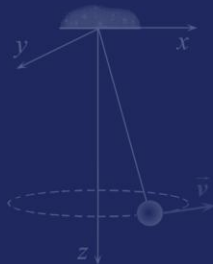
**НАРИСИ ІСТОРІЇ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ
МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ**

Монографія

Російською мовою

Роботу до видання рекомендував Д. В. Бреславський
За авторською редакцією

Харків НТУ «ХПІ» 2013



Ларин Андрей Алексеевич - доцент кафедры истории науки и техники Национального технического университета «Харьковский политехнический институт», кандидат технических наук. Выпускник Инженерно-физического факультета ХПИ, специалист в области динамики машин, теории колебаний и истории науки. Автор свыше 120 печатных трудов.

